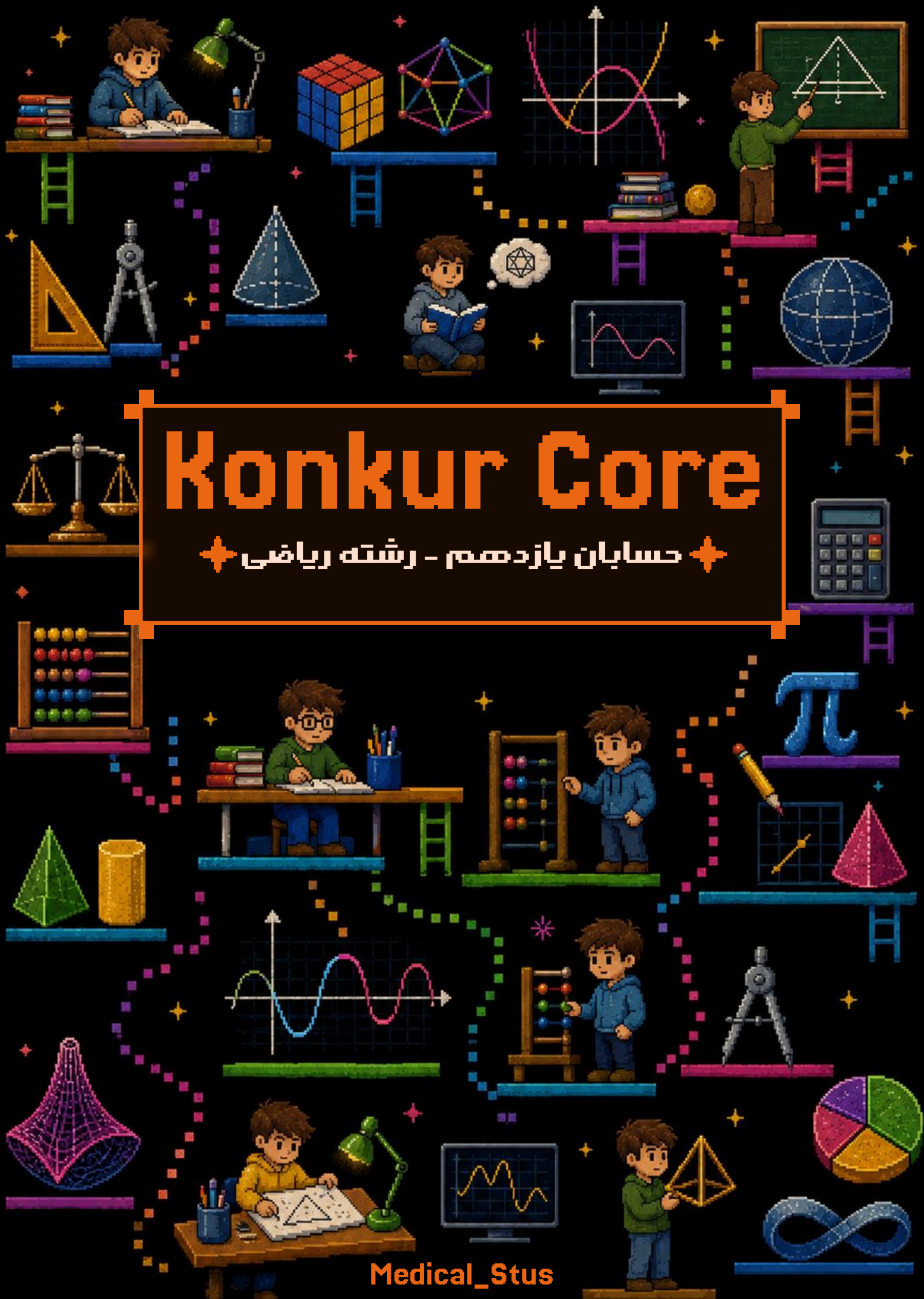


Konkur Core

حسابان یازدهم - رشته ریاضی





MEDICAL STUS

خوبیا برمیگرده

اشتراک

مدیکال پلاس

تمام آموزش‌های مدیکال، در یک اشتراک!

اشتراک MEDICAL PLUS فقط شامل محصولات آموزشی زیر است

73CORE

73 CORE



- آموزش پربازده کنگور
- به جای اتلاف وقت، برو سر اصل مطلب!
- جزوات هدفمند و به‌روز
- تدریس اسکرین رکورد
- تمرکز بر تیپ تست‌های پرتکرار

جاده نهایی



- روزی فقط ۱ ساعت برای ۲۰ نهایی
- برنامه تا خود امتحانات
- جزوه کامل و به‌روز
- فیلم آموزشی متناسب با جزوه
- تمرین + نمونه سوال + آزمون

جاده نهایی

کاملاً ویرایش شده برای ۲۰ نهایی

صد فرهنگیان



- ۲۵ ساعت آموزش کامل اختصاصی فرهنگیان
- هوش + تعلیم و تربیت + دین و زندگی
- جزوه و تدریس کامل (حدود ۲۵ ساعت)
- جزوه کامل مصاحبه (۱۰۰ صفحه)
- دسترسی به گروه VIP آزمون

مزایای اشتراک مدیکال پلاس



دسترسی کامل به سه محصول برتر آموزشی



آپدیت مداوم محتوا



دسترسی دائمی و نامحدود



پشتیبانی شروع کار (ویژه اشتراک ۳ ساله)



ضمانت عودت وجه تا ۱۴ روز



با یک اشتراک، سه محصول قدرتمند آموزشی را در اختیار شماست!



@medical_stus



medicalstus.ir



خوبیا برمیگرده





طرح‌های مشاوره

۳ سطح پشتیبانی، متناسب با نیاز تو



MENTORING

برای دانش‌آموزان
خودران و مستقل



تماس
هفتگی



گزارش
شبهانه



آزمونای مبحثی
و کویزای شبهانه



بدون
برنامه‌ریزی



اگه خودت برنامه می‌ریزی و فقط به همراه مطمئن
لازم داری تا ادامه بدی و بهتر بشی، این طرح برای تونه!



TASK PLAN

برای دانش‌آموزان
نیازمند برنامه کامل



تماس
هفتگی



گزارش
شبهانه



آزمونای مبحثی
و کویزای شبهانه



برنامه‌ریزی
شخصی



اگه می‌خوای از صفر تا صد، با یه برنامه شخصی دقیق
و منظم جلو بری و هیچ چیزی رو از دست ندی!



TASK PLAN PRO

برای دانش‌آموزان
با نیاز به پشتیبانی بالا



۲ تماس
در هفته



۲ گزارش
در روز



آزمونای مبحثی
و کویزای شبهانه



برنامه‌ریزی
شخصی



اگه می‌خوای پیشترین پیگیری و همراهی رو داشته باشی
و با قدرت و تمرکز کامل به هدفت برسی!



امکان تغییر مشاور
تغییر مشاور در صورت
نیاز، سریع و راحت



امکان خروج در صورت
کم‌کاری مشاور
اگه عملکرد مشاور رضایت‌بخش
نیود، می‌تونی خارج بشی



سیستم آزمونی مداوم
با سوالات به روز
سوالات مداوم و به‌روز متناسب
با سطح و برنامه‌ات



پشتیبانی واقعی
در کنار تو هستیم
تا به هدفت برسی



با هر طرح مشاوره، اشتراک **MEDICAL PLUS** با تخفیف ویژه در دسترسه!

سوال ۶۲

فصل اول : جبر و معادله

۱ به ازای چند مقدار صحیح از a ، معادله $|4x - 2| = x^2 - x + a$ دارای چهار ریشه حقیقی است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲ اگر معادله $|4x - 2| = x^2 - x + a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگتر معادله کدام است؟

۵/۵ (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۴ تیرماه

۳ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

سراسری - ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۴ اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

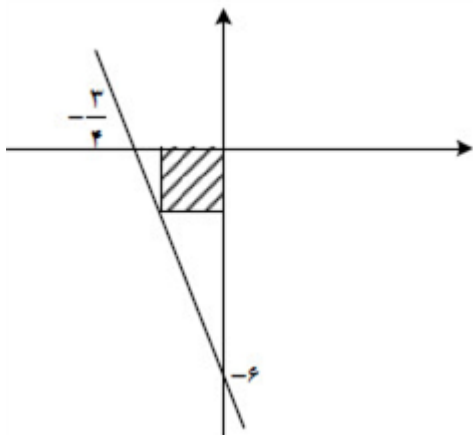
سراسری - ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۵ دو رأس یک مستطیل روی خط $2y - x = 4$ و نقاط $(1, 4)$ و $(-1, 0)$ رأس‌های غیرمجاور این مستطیل هستند. طول مستطیل کدام است؟

 $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶ در شکل مقابل، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟



$\frac{3}{2\sqrt{3}}$ (۴)

$\frac{3}{2\sqrt{2}}$ (۳)

$\frac{4}{3\sqrt{2}}$ (۲)

$\frac{4}{2\sqrt{3}}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷ برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $-x^2 + 5x + m = 0$ کوچکتر از $\frac{9}{2}$ است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸ در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع اند. اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

$1/5$ (۴)

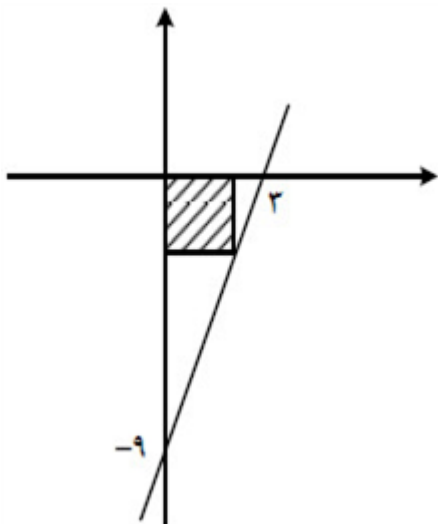
۱ (۳)

$3/5$ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۹ در شکل مقابل، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟



$\frac{9}{\sqrt{2}}$ (۴)

$\frac{9}{2\sqrt{2}}$ (۳)

$3/5\sqrt{2}$ (۲)

$2/5\sqrt{2}$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۰ برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگتر از -3 است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۱) برای چند مقدار صحیح و یک رقمی a ، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ ، عددی صحیح است؟

۷ ۴

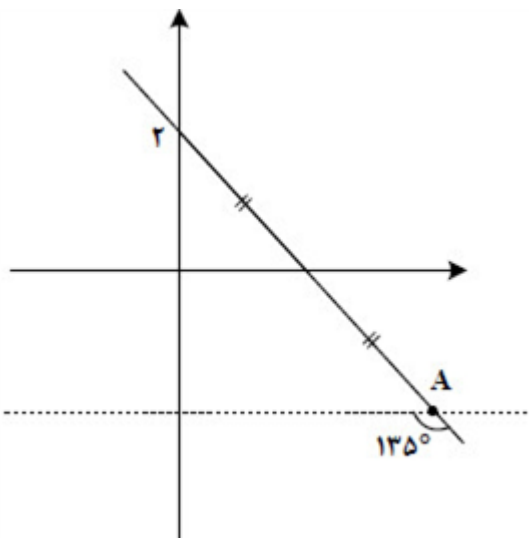
۶ ۳

۵ ۲

۴ ۱

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۲) در شکل مقابل، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟



۵ $\sqrt{۲}$ ۴

۴ $\sqrt{۳}$ ۳

۳ $\sqrt{۶}$ ۲

۲ $\sqrt{۵}$ ۱

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۳) اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 + ۲kx + ۵ = ۰$ برابر $\frac{۴}{۳}k$ است. مقدار $\left[\frac{k^2}{۲}\right]$ کدام است؟

۴ ۴

۳ ۳

۱ ۲

۱ صفر

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۴) نقاط $(۳, -۴)$ و $(-۱/۵, -۴)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع در صورت وجود، کدام است؟

$\frac{۵}{۴}$ ۴

$\frac{۵}{۲}$ ۳

$\frac{۳}{۴}$ ۲

$\frac{۳}{۲}$ ۱

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۵) نقطه $(-۶, ۳)$ یکی از رؤس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - ۳y = ۴$ و $x + ۴y = -۳$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

$\frac{\sqrt{۶۵}}{\sqrt{۲}}$ ۴

$\frac{\sqrt{۶۵}}{۲}$ ۳

$\frac{۱۹}{\sqrt{۱۰}}$ ۲

$\frac{۱۹}{۲\sqrt{۱۰}}$ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶) مجموع ریشه‌های معادله $\frac{۱}{x^2} + \frac{۱}{(۲-x)^2} = \frac{۴۰}{۹}$ کدام است؟

$۴/۵$ ۴

۴ ۳

$۲/۵$ ۲

۲ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷ اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - 12x - a = 0$ و $2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ باشد، مقدار a چند برابر ریشه بزرگ‌تر معادله است؟

-۹ (۴)

۹ (۳)

-۳ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۸ نقطه $(2, 4/5)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $4x + y = 3$ و $x - 4y = 5$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

 $\sqrt{17}$ (۴) $2\sqrt{17}$ (۳) $\frac{\sqrt{17}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۲ - تیرماه

۱۹ مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$ کدام است؟

 $2/25$ (۴)

۲ (۳)

 $1/75$ (۲)

۱ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۲ - تیرماه

۲۰ اگر α و β ریشه‌های متمایز معادله $ax^2 - ax - b = 0$ و $40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$ باشد، اختلاف ریشه‌های این معادله کدام است؟

 $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۲ - تیرماه

۲۱ نقاط $A(3, y)$ و $B(-5, y)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور x ها را در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند و $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ باشد، این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

 $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۲ - تیرماه

۲۲ خط $x - 2y = 2$ معادله یک ضلع و نقطه $A(2, 5)$ مختصات یک رأس از مستطیلی هستند. اگر طول قطر مستطیل $4\sqrt{5}$ باشد، مساحت آن کدام است؟

 $20\sqrt{3}$ (۴) $20\sqrt{2}$ (۳) $10\sqrt{2}$ (۲) $10\sqrt{3}$ (۱)

سراسری - ریاضی - رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۲۳ α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + 6x + a = 0$ هستند. اگر $\beta < \alpha < 0$ و $\alpha^3 + \beta^3 + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$ باشد، مقدار a چقدر است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

 $\frac{11}{3}$ (۲) $\frac{33}{4}$ (۱)

سراسری - ریاضی - رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

معادله $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2 - 9x - 2}{x^2 + 8} = \frac{6x}{x^2 - 2x + 4}$ دارای چند جواب مثبت است؟ ۲۴

- ۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

نقاط $A(0, 1)$ و $B(4, -2)$ دو رأس مجاور مربع ABCD هستند. طول مختصات نقطه D در ربع سوم، کدام است؟ ۲۵

- ۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

معادله‌های $x^2 + 6x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیرصفر دارند. اختلاف ریشه‌های غیرمشترک کدام است؟ ۲۶

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۷

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

نمودارهای دو تابع $y = |x + 2| + |x - 1|$ و $3y + x = 17$ در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره‌خط AB، کدام است؟ ۲۷

- ۱) $2\sqrt{10}$ ۲) $4\sqrt{5}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $4\sqrt{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^3 + kx^2 - 9x - 2 = 0$ ، $\alpha + \beta = 1$ و $\alpha\beta = -2$ باشد، مقدار k چقدر است؟ ۲۸

- ۱) $-\frac{27}{5}$ ۲) $\frac{27}{5}$ ۳) -۳ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2(a+1)x + 2a - 1 = 0$ باشند، به ازای کدام مقدار a، به ترتیب سه عدد α ، a و β تشکیل دنباله هندسی می‌دهند؟ ۲۹

- ۱) -۲ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

فاصله نقطه A روی خط $x + y = a$ از دو نقطه $B(-3, 2)$ و $C(-1, 4)$ به ترتیب برابر $\sqrt{29}$ و ۵ است. مقدار a چقدر است؟ ۳۰

- ۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) -۲

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

تعداد جواب‌های معادله‌ی $\sqrt{x + \sqrt{-x^2 + 4x^2 + 25x - 100}} + \sqrt{x^2 + \sqrt{-x^2 + 6x - 8}} = x + 2$ کدام است؟ ۳۱

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

$$a_n = \begin{cases} 2^k & ; n = 2k \\ -2k + 4 & ; n = 2k + 1 \\ \left[\frac{n}{k+2} \right] + a & ; n = 2k + 2 \end{cases}$$

دنباله‌ی ۳۲

این دنباله ۱۹ باشد، حاصل عبارت $a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29}$ ، کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) ۱

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۳۳) α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 6x + a = 0$ هستند. اگر $\alpha < \beta < 0$ و $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 185$ باشد، مقدار a چقدر است؟

- ۱) ۱ ۲) $\frac{13}{4}$ ۳) $\frac{21}{5}$ ۴) ۲

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۳۴) اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $x^4 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب S و P باشند، حاصل عبارت $2S - 3SP + 2S$ ، کدام است؟

- ۱) $59 - 7\sqrt{69}$ ۲) $7 + \sqrt{69}$ ۳) ۵۰ ۴) $59 + 7\sqrt{69}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۳۵) نمودارهای دو تابع $y = |x - 2| + |x + 1|$ و $y = x + 7$ ، در دو نقطه‌ی A و B متقاطع هستند. اندازه‌ی پاره‌خط AB ، کدام است؟

- ۱) $8\sqrt{2}$ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) $10\sqrt{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۶) مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای دو تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{2}x + 2$ ، کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

سراسری-ریاضی-۹۹

۳۷) مجموع جواب‌های معادله‌ی $|2x - 1| + |x + 2| = 3$ ، کدام است؟

- ۱) $-\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{4}{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۸) اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره‌ی آن دسته باشد. یعنی $\{1\}$ ، $\{2, 3\}$ ، $\{4, 5, 6\}$ ، ... مجموع اعداد واقع در دسته‌ی بیستم، کدام است؟

- ۱) ۴۱۲۰ ۲) ۴۰۲۰ ۳) ۴۰۱۰ ۴) ۳۹۸۰

سراسری-ریاضی-۹۹

۳۹) با توجه به دنباله‌ی حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ ، کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{15}$ ۲) $\frac{1}{18}$ ۳) $\frac{1}{24}$ ۴) $\frac{1}{25}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۰ در دنباله‌های حسابی «... ۲۳، ۱۶، ۹، ۲» و «... ۲۷، ۲۲، ۱۷، ۱۲» چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۱ در دو دنباله‌ی حسابی به صورت‌های ... ۱۲، ۷، ۲ و ... ۱۴، ۱۱، ۸ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

- ۱) ۵۸ ۲) ۵۹ ۳) ۶۰ ۴) ۶۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۲ دو نقطه‌ی $A(۲, ۳)$ و $B(۴, ۷)$ و خط به معادله $y = x - ۱$ ، در صفحه‌ی محورهای مختصات مفروض‌اند. نقطه‌ی M بر روی خط مفروض، با کدام طول انتخاب شود، به طوری که تفاضل فواصل آن از دو نقطه‌ی مفروض، بیش‌ترین مقدار را داشته باشد؟

- ۱) -۱ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۳ حاصل عبارت $\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$ ، به ازای $t = \frac{1 + \sqrt{۱۷}}{۲}$ ، کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۴ بین دو عدد ۲ و $۱۶\sqrt{۲}$ ، شش عدد چنان درج شده‌اند که هشت عدد حاصل، دنباله هندسی تشکیل داده‌اند. مجموع این هشت عدد کدام است؟

- ۱) $۳۰(۲ + \sqrt{۲})$ ۲) $۴۸\sqrt{۲}$ ۳) $۳۰(\sqrt{۲} + ۱)$ ۴) $۳۶(\sqrt{۲} + ۱)$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۵ اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی $2(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) $-\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۶ در یک دنباله عددی جملات اول و پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از دنباله هندسی صعودی‌اند. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

- ۱) $\frac{۶}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۷ اعداد $\frac{۵}{۲}, \dots, y, x, ۱$ چهار جمله‌ی اول از یک دنباله عددی‌اند. مجموع پانزده جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

- ۱) ۵۷ ۲) $\frac{۶۲}{۵}$ ۳) $\frac{۶۷}{۵}$ ۴) ۶۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۸ اگر معادله‌ی $x^2 - ۴x + a = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی یکی مثبت و دیگری منفی باشد، مجموعه‌ی مقادیر a به کدام صورت است؟

- ۱) $a < ۰$ ۲) $a < ۳$ ۳) $a > ۱۳$ ۴) $۰ < a < ۳$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۹ اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ چقدر است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۰ در یک دنباله عددی، مجموع چهار جمله‌ای اول ۱۵ و مجموع پنج جمله‌ی بعدی آن ۳۰ می‌باشد. جمله‌ی یازدهم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۷/۵ ۲) ۸ ۳) ۸/۵ ۴) ۹

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۱ به‌ازای کدام مقدار m ، عدد $\sqrt{2m}$ واسطه‌ی هندسی بین ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $mx^2 - 5x + m^2 - 3 = 0$ است؟

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۳ ۴) -۳

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۲ تفاضل جمله‌ی دهم از جمله‌ی دوازدهم یک دنباله عددی ۵ و مجموع جمله‌ی دهم و دوازدهم ۲۵ است. جمله‌ی بیست و یکم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۳۵ ۲) ۳۶ ۳) ۳۷/۵ ۴) ۳۸/۵

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۳ اعداد طبیعی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که آخرین جمله‌ی هر دسته، مجذور کامل باشد: $(1), (2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9), \dots$ مجموع جملات در دسته‌ی دهم کدام است؟

- ۱) ۱۶۹۱ ۲) ۱۷۱۰ ۳) ۱۷۲۹ ۴) ۱۷۴۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۴ ۱۱ کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر چند کیلوگرم از آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد؟

- ۱) ۰/۴ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۵ به‌ازای کدام مجموعه مقادیر a نمودار تابع $f(x) = ax^2 + (a+3)x - 1$ محور x ها را در دو نقطه به طول‌های منفی قطع می‌کند؟

- ۱) $a < -9$ ۲) $a < -3$ ۳) $a > -1$ ۴) $-3 < a < 0$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۶ در معادله‌ی $x^2 - 8x + m = 0$ یک ریشه از نصف ریشه‌ی دیگر ۵ واحد بیش‌تر است. m کدام است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۷ بین دو عدد ۳۲۴ و ۴ سه عدد چنان درج شده است که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله‌ی هندسی دهند مجموع این ۵ عدد مثبت کدام است؟

- ۱) ۴۲۸ ۲) ۴۸۴ ۳) ۴۸۶ ۴) ۴۸۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۸ اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره‌ی آن دسته باشد،
 (۱), (۳, ۵), (۷, ۹, ۱۱), ... جمله‌ی آخر در دسته‌ی بیستم کدام است؟

۴۲۳ (۴)

۴۲۱ (۳)

۴۱۹ (۲)

۴۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۹ اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 - 3x = 1$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های معادله‌ی
 $8x^2 + kx - 1 = 0$ به صورت $\{\alpha^2\beta, \alpha\beta^2\}$ است؟

۹ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۰ مجموع n جمله‌ی اول از یک دنباله‌ی عددی به صورت $S_n = \frac{n(n-15)}{6}$ است. در این دنباله مجموع جملات با شروع از
 جمله‌ی هفتم و ختم به جمله‌ی هجدهم، کدام است؟

۱۸ (۴)

 $\frac{49}{3}$ (۳) $\frac{29}{3}$ (۲)

۹ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۱ در یک دنباله‌ی هندسی صعودی به صورت $a, 4, 9, b, \dots$ ، مجموع شش جمله اول کدام است؟

 $83\frac{1}{8}$ (۴) $82\frac{3}{8}$ (۳) $81\frac{7}{8}$ (۲) $81\frac{3}{8}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۲ به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ ، در بالای محور x ها است؟

 $1 < a < 2$ (۴) $a > 2$ (۳) $a > 1$ (۲) $a < -1$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

سوال ۳۹

فصل دوم : تابع

۶۳ تابع f با ضابطه $f(x) = 4x - x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 9$ در یک همسایگی از a ، وارون‌پذیر است. اگر $\text{fof}(a) = a$ باشد،
 مقدار $f(a-5)$ کدام است؟

۷ (۴)

۹ (۳)

۱۳ (۲)

۱۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۴ اگر $f(x) = \begin{cases} x+2 & x > 3 \\ -2x+1 & x \leq 3 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x+3 & f(-x) > 0 \\ x-3 & f(-x) \leq 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $\text{fog}\left(-\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

-۴ (۴)

 $-\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{13}{2}$ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۵ تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a ، وارون‌پذیر است. اگر $\text{fof}(a) = a$ باشد،
 مقدار $f(a-9)$ کدام است؟

۳۴ (۴)

۳۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

۶۶ اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$ و $f(x) \geq 0$ $f(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $f \circ g(-4)$ کدام است؟

- ۱) ۱۹ ۲) ۹ ۳) -۱۵ ۴) -۵

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۶۷ اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۶۸ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی R تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است.)

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۶۹ نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1+x}}$ در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می‌کند؟

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۷۰ به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع وارون $f(x) = x^3 + 6x^2 + ax + 1$ خط $10y - x = -10$ را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند؟

- ۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۵

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۷۱ اگر $f(x) = x^2 - [x]$ و $f(\text{af}(\sqrt{5})) = 2$ باشد، کدام می‌تواند مقدار a باشد؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $-\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $-\frac{1}{5}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۷۲ وارون تابع $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{mx-1}$ در دامنه محدود، خط $12 - 10x = 5y$ را در نقطه‌ای به عرض $7/2$ قطع می‌کند. مقدار $f\left(\frac{4}{m}\right)$ کدام است؟

- ۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $4\sqrt{3}$ ۳) $4\sqrt{15}$ ۴) $2\sqrt{15}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۳ وارون تابع $f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{mx-1}}$ در دامنه محدود، خط $y = 12 - x$ را در نقطه‌ای به عرض ۱۰ قطع می‌کند. مقدار $f(m+4)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) ۲ ۴) ۱

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۷۴ اگر $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$ باشد، حاصل $f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1}(4)$ کدام است؟

$\frac{123}{41}$ (۴)

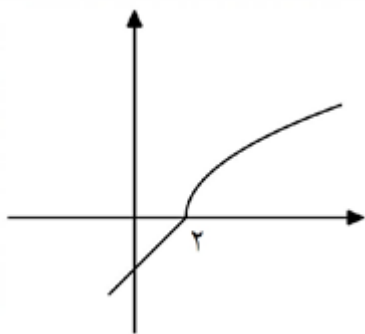
۳ (۳)

۱ (۲)

$\frac{6}{7}$ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۷۵ اگر $f(x) = \left| \frac{1}{2}x - 1 \right|$ و شکل مقابل نمودار تابع $g(x)$ باشد، معادله $g(f(g(x+2))) = 0$ چند ریشه دارد؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۷۶ فاصله نقطه تقاطع تابع $y = x^3 + 3x - 12$ با وارون خود، از مبدأ مختصات کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۷ تابع با ضابطه $y = \sqrt{(x+1)^2} - |3x-6|$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

$-\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}, x \leq 3$ (۲)

$-\frac{1}{2}x - 7, x \geq 2$ (۱)

$-2x + \frac{14}{3}, x \geq 2$ (۴)

$-2x + 14, x \leq 3$ (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷۸ اگر $f(x) = \frac{\sqrt{2}x}{3x - \sqrt{2}}$ باشد، حاصل $f \circ f \circ f(\sqrt{2})$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۷۹ تابع $f(x) = x^2 \sqrt{x^2}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

$-\sqrt{x}, x \geq 0$ (۴)

$-\sqrt{x^3}, x \geq 0$ (۳)

$-\sqrt{x}, x \leq 0$ (۲)

$-\sqrt{x^3}, x \leq 0$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۸۰ فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$. ماکزیمم مقدار تابع $g \circ f - f \circ g$ کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) صفر ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۱ با فرض $f(x) = x^2 - 4x + 9; x \geq 2$ و $g(x) = \frac{3-x}{2}$ ، حاصل $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۲ اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

سراسری - ریاضی - ۹۹

۸۳ به ازای کدام مجموعه مقادیر k ، بازه $(2, 3k+2)$ زیرمجموعه‌ای از دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-1}$ است؟

- ۱) $(\frac{1}{3}, 3]$ ۲) $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ ۳) $(-1, \frac{1}{3})$ ۴) $(-1, -\frac{1}{3})$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۴ دنباله‌ی $a_n = \begin{cases} 2^k & ; n = 3k \\ -2k + 4 & ; n = 2k + 1 \\ \lfloor \frac{n}{k+2} \rfloor + a & ; n = 2k + 2 \end{cases}$ به ازای اعداد حسابی n مفروض است. اگر مجموع ۱۰ جمله‌ی اول این

دنباله ۱۹ باشد، میانگین جملات بیست و نهم و سیام دنباله، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱) $\frac{-43}{6}$ ۲) -۷ ۳) ۵۱۲ ۴) ۱۰۲۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۵ قرینه‌ی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت راست، انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟

- ۱) $x = 1$ ۲) $x = 1/5$ ۳) $x = 2$ ۴) $x = 2/5$

سراسری - ریاضی - ۹۹

۸۶ اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$ و $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$ دو تابع باشند، برد تابع $f - (g^{-1} \circ f)$ کدام است؟

- ۱) $\{-1, 4\}$ ۲) $\{2, 3\}$ ۳) $\{3, 4\}$ ۴) $\{2, -1\}$

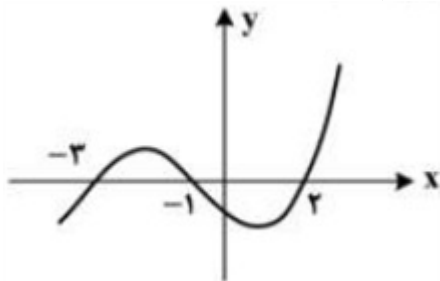
کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۷ اگر $f(x) = 2 - |x + 1|$ و $g(x) = x + |x|$ ، آن‌گاه برد تابع $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ، کدام است؟

- ۱ $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ ۲ $(-1, +\infty)$ ۳ $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ ۴ $(0, +\infty)$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۸ شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x)$ است. دامنه‌ی تابع غیرنقطه‌ای $\sqrt{(x+1)f(x)}$ ، کدام است؟



- ۱ $[-3, 2]$ ۲ $[-1, +\infty)$ ۳ $(-\infty, -1]$ ۴ $R - (-3, 2)$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۹ اگر دو خط به معادلات $ax + by = 8$ و $2x - 3y = b$ ، نسبت به نیم‌ساز ربع اول، متقارن باشند. $a + b$ کدام است؟

- ۱ ± 3 ۲ ± 2 ۳ $2, -3$ ۴ $-2, 3$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۰ دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ و $g = \{(2, -1), (-1, 4), (3, -2), (-4, -3)\}$ مفروض‌اند. اگر $g^{-1}(f(a)) = 3$ باشد، a کدام است؟

- ۱ -4 ۲ -1 ۳ 2 ۴ 4

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۱ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4}$ ، در بازه‌ی (a, b) پایین‌تر از خط به معادله‌ی $y = 2$ است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- ۱ 4 ۲ 6 ۳ 8 ۴ ∞

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۲ تابع با ضابطه $g(x) = x - \sqrt{x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع f محور x ها را در دو نقطه به طول‌های 6 و $-\frac{1}{4}$ قطع کند، آن‌گاه نمودار تابع $f \circ g$ ، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱ $\frac{1}{9}$ و 4 ۲ $\frac{1}{4}$ و 9 ۳ $\frac{1}{4}$ و 4 ۴ 4 و 9

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۳ اگر رابطه‌ی $f = \{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ تابع یک‌به‌یک باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟

- ۱ $(-1, 1)$ ۲ $(-1, 3)$ ۳ $(2, 1)$ ۴ $(2, 3)$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۴ اگر $f(x) = \frac{x}{2-x}$ و $(g \circ f)(x) = \frac{1}{2}x$ ، ضابطه‌ی تابع g برابر کدام است؟

$\frac{x+1}{x}$ (۴)

$\frac{x}{x-1}$ (۳)

$\frac{x-1}{x}$ (۲)

$\frac{x}{x+1}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۵ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 2x - |4 - 2x|$ در بازه‌های وارون‌پذیر است. ضابطه‌ی $f^{-1}(x)$ در آن بازه کدام است؟

$\frac{1}{4}x + 1, x \leq 4$ (۴)

$\frac{1}{4}x - 1, x \geq 4$ (۳)

$\frac{1}{4}x - 1, x \leq 4$ (۲)

$\frac{1}{4}x + 1, x \geq 4$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۶ اگر $f(x) = x - [x]$ ، آن‌گاه برد تابع $g(x) = f(2x - 3) - 2f(x)$ کدام است؟

$\{0, 1\}$ (۴)

$\{-1, 0\}$ (۳)

$[0, 1]$ (۲)

$[-1, 0]$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۷ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{1-x^2}$; $x^2 \neq 1$ و $f(0) = 0$ ، ضابطه‌ی تابع وارون آن برابر کدام است؟

$-xf(x)$ (۴)

$xf(x)$ (۳)

$-f(x)$ (۲)

$f(x)$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۸ اگر $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ، تابع $(f(\sqrt{x}))^2 - f(x)$ چگونه است؟

یک به یک (۴)

فرد (۳)

همانی (۲)

ثابت (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۹ اگر $f(x) = 2 - |x - 2|$ ، ضابطه‌ی تابع $f(f(x))$ برابر کدام است؟

$2 - f(x)$ (۴)

$f(x)$ (۳)

$4 - x$ (۲)

x (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۰۰ دو تابع $f = \{(1, 2), (2, 3), (4, 5), (3, 4)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 2), (5, 4)\}$ مفروض‌اند. تابع $g^{-1} \circ f^{-1}$ کدام است؟

$\{(3, 3), (5, 5), (4, 3)\}$ (۲)

$\{(4, 4), (1, 1), (3, 4)\}$ (۱)

$\{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$ (۴)

$\{(2, 2), (1, 1), (4, 4)\}$ (۳)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۰۱ دو تابع f و g بر روی اعداد حقیقی تعریف شده‌اند. در کدام حالت، دو تابع مساوی‌اند؟

$f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|}, g(x) = 1$ (۲)

$f(x) = 2 \text{Log } x, g(x) = \text{Log } x^2$ (۱)

$f(x) = \frac{x}{|x|}, g(x) = \frac{|x|}{x}$ (۴)

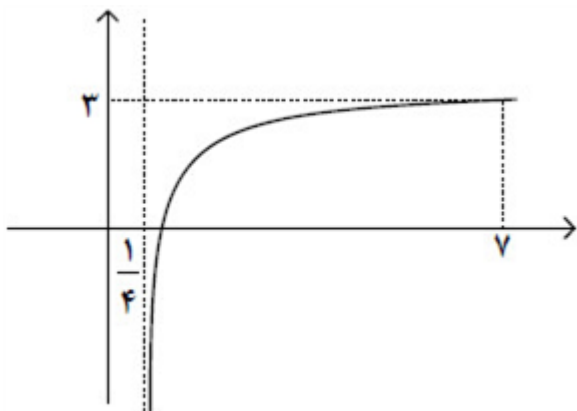
$f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = x$ (۳)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

سوال ۳۶

فصل سوم : توابع نمایی و لگاریتمی

۱۰۲ شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = \text{Log}_3(ax + b)$ را نشان می‌دهد. مقدار $f^{-1}(-1)$ کدام است؟



$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{4}{5}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۰۳ اگر یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $(a \text{Log } 2)x^2 + ax + b \text{Log } 2 = 0$ ، برابر ۱ باشد، مقدار $(\sqrt{2})^{\frac{b}{a}}$ کدام است؟

۱۰ (۴)

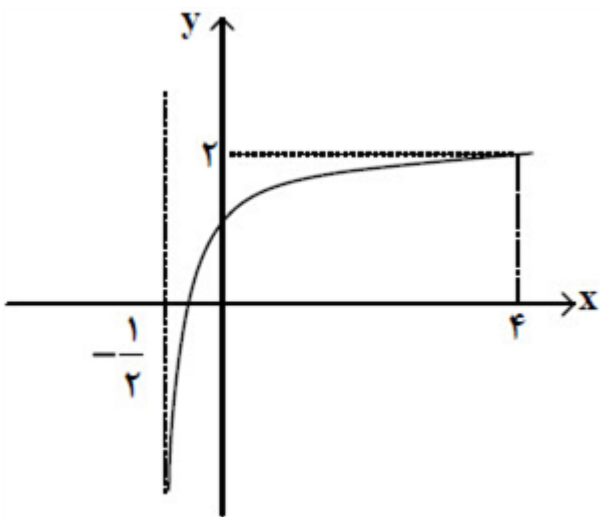
۵ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{10}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۰۴ شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = \text{Log}_3(ax + b)$ را نشان می‌دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟



$-\frac{7}{18}$ (۴)

$-\frac{5}{18}$ (۳)

$-\frac{2}{9}$ (۲)

$-\frac{4}{9}$ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۴ تیرماه

۱۰۵ اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $-fax^2 + bx + \frac{1}{2}c = 0$ برابر $\text{Log } 4$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)^{\frac{c}{a}}$ کدام است؟

$\sqrt{10}$ (۴)

$\sqrt[3]{10}$ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt[4]{5}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۰۶ اگر $\text{Log}(x^2 - 2x + 1) + 3 \text{Log}(1 - x) = 5$ باشد، مقدار $\text{Log} \frac{(-x)}{3}$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۷ اگر $\text{Log} \frac{1}{(x-2)^2} = 3 - \text{Log}(2-x)$ باشد، مقدار $\text{Log} \frac{(-x)}{\sqrt{2}}$ کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

۶ (۲)

-۶ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۰۸ اگر $\text{Log} \frac{x}{\sqrt[2]{2}} + \text{Log} \frac{(x^2 + 2x + 4)}{2} = 3$ باشد، مقدار $\text{Log} \frac{x}{\sqrt[2]{2}}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۰۹ مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته $\frac{12}{5}$ درصد از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند روز، $\frac{1}{V}$

از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ $\left(\text{Log} \frac{3}{2} = 1/6, \text{Log} \frac{3}{V} = 0/6\right)$

۱۲۶ (۴)

۵۶ (۳)

۲۸ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۰ مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت $\frac{1}{9}$ از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه $\frac{1}{6}$ از جرم

عنصر باقی خواهد ماند؟ $\left(\text{Log} \frac{5}{2} = 2/4, \text{Log} \frac{5}{3} = 1/4\right)$

۴۲۰ (۴)

۴۴۰ (۳)

۳۶۰ (۲)

۳۸۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۱۱ اگر $3^x = 0/216$ و $5^y = 675$ باشد، y برابر کدام است؟

$\frac{x+2}{3x-5}$ (۴)

$\frac{2x-15}{x-3}$ (۳)

$\frac{2x-5}{x+2}$ (۲)

$\frac{x-3}{2x-15}$ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۱۲) نمودار $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 3x + 8$ را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر $f^{-1}(10) = -1$ باشد، مقدار $2b - a$ کدام است؟

-۲ (۴)

-۳ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۱۳) توابع $f(x) = \text{Log}(2x - 5)$ و $g(x) = x + \sqrt{2x - 4}$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را در α قطع کند، مقدار α کدام است؟

$4 + \sqrt{3}$ (۴)

$4 + \sqrt{2}$ (۳)

$4 - \sqrt{3}$ (۲)

$4 - \sqrt{2}$ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۱۴) اگر $ab = 10$ ، $a^2 + 9b^2 = 10$ باشد، مقدار $\text{Log}\left(\frac{a+3b}{4}\right)$ واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است؟

$\text{Log } a, \text{Log } b$ (۲)

$\text{Log } a, \text{Log } 3b$ (۱)

$\text{Log } \sqrt{a}, \text{Log } \sqrt{3b}$ (۴)

$\text{Log } \sqrt{a}, \text{Log } \sqrt{b}$ (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۵) فرض کنید $5^x = 10$ است. اگر $2^{f(x)} = 20$ باشد، ضابطه f کدام است؟

$\frac{x+1}{2x+1}$ (۴)

$\frac{2x-1}{x-1}$ (۳)

$\frac{x-1}{2x-1}$ (۲)

$\frac{2x+1}{x+1}$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۱۶) فرض کنید $[a, b]$ برد تابع $f(x) = 2^{-\sqrt{5 \sin^2(x)-1}}$ باشد. مقدار $a + b$ ، کدام است؟

$\frac{5}{4}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۷) مجموع جواب‌های معادله $\text{Log}\left(\frac{4^x + 15}{2}\right) = x + 3$ ، کدام است؟

$\text{Log } \frac{15}{4}$ (۴)

$\text{Log } \frac{15}{2}$ (۳)

۱۵ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۸) اگر به ازای اعداد مثبت و مخالف یک a ، b و c تساوی $\text{Log } \frac{c}{a} + \text{Log } \frac{c}{b} = 1$ برقرار باشد، آن‌گاه $\text{Log } \frac{a}{c} \cdot \text{Log } \frac{b}{c}$ کدام است؟

$2 \text{Log } \frac{(a+b)}{c}$ (۴)

$\text{Log } \frac{(a+b)}{c}$ (۳)

$2 \text{Log } \frac{(ab)}{c}$ (۲)

$\text{Log } \frac{(ab)}{c}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۹ اگر برد تابع $f(x) = \text{Log} \left(\frac{1}{12 + \sqrt{|x|} - |x|} \right)^{\frac{1}{2}}$ زیرمجموعه‌ی بازه‌ی $(\text{Log} \frac{3}{2}, \text{Log} \frac{5}{2})$ باشد، دامنه‌ی تابع f ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

[۲, ۸] ۴

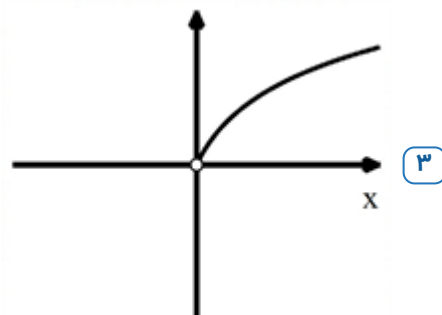
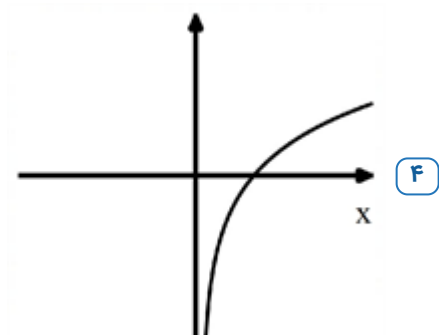
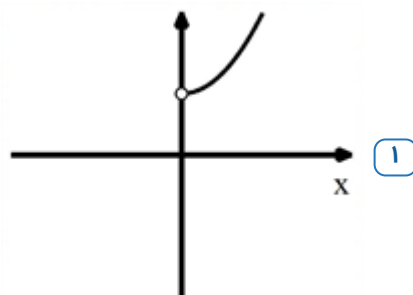
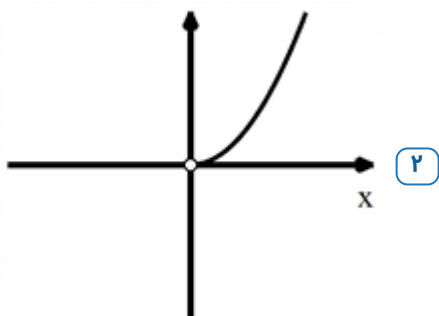
[۲, ۹] ۳

[۵, ۸] ۲

[۵, ۹] ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۰ نمودار تابع $f(x) = 9^{\text{Log}_2 x}$ کدام است؟



سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۱۲۱ دامنه‌ی تغییرات تابع $f(x) = \text{Log} \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ کدام است؟

(-۴, ۴) ۴

(۴, ۹) ۳

(-۴, ۹) ۲

(-۹, ۹) ۱

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۱۲۲ حاصل عبارت $\left(\text{Log} \frac{3}{21}\right)^2 + \text{Log} \frac{147}{21} \text{Log} \frac{1323}{21}$ ، کدام است؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۱۲۳ فرض کنید $1 = \text{Log} \frac{(3x-2)}{\frac{5}{2}} \left| \frac{\text{Log} 5 \text{Log} 2}{\text{Log} 2 \text{Log} 5} \right|$ ، مقدار x ، کدام است؟

$\frac{7}{3}$ ۴

۴ ۳

$\frac{17}{3}$ ۲

۹ ۱

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۱۲۴ کدام عبارت برای تعداد ریشه‌های معادله $2^x = x^2$ ، درست است؟

۱ معادله در بازه $[-1, 0]$ فاقد ریشه است. ۲ معادله در بازه $[-1, 0]$ یک ریشه دارد.

۳ معادله در بازه $[-1, 0]$ دو ریشه دارد. ۴ معادله در بازه $[-1, 0]$ بیش از دو ریشه دارد.

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۵ در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز

غلظت آن $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه می‌شود؟ ($\text{Log } 2 = 0.3$, $\text{Log } 3 = 0.48$)

۱ ۲۰ ۲ ۲۴ ۳ ۳۰ ۴ ۳۲

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۶ کدام عبارت برای معادله $f(x) = 2^x - x^2 = 0$ ، درست است؟

۱ معادله در بازه $[0, 1]$ دو ریشه دارد. ۲ معادله در بازه $[0, 1]$ فاقد ریشه است.

۳ معادله در بازه $[0, 1]$ یک ریشه دارد. ۴ معادله در بازه $[0, 1]$ حداقل یک ریشه دارد.

سراسری - ریاضی - ۹۹

۱۲۷ مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{1}{10}$ جرم باقی‌مانده را از دست بدهد،

پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر، باقی می‌ماند؟ ($\text{Log } 3 = 0.48$)

۱ ۳۶۰ ۲ ۳۰۰ ۳ ۲۷۰ ۴ ۲۴۰

سراسری - ریاضی - ۹۹

۱۲۸ نمودار یک تابع به صورت $f(x) = 3^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند. عرض نقطه‌ی تلاقی تابع f با محور y ها، کدام است؟

۱ $\frac{1}{27}$ ۲ $\frac{1}{9}$ ۳ $\frac{1}{3}$ ۴ $\sqrt{3}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۹ از رابطه $\text{Log}(2x - 5) + \text{Log}(x + 1) = \text{Log}(4x - 1)$ ، مقدار لگاریتم $(2x + 1)$ در پایه ۳، کدام است؟

۱ ۱ ۲ -۱ ۳ $1/5$ ۴ ۲

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳۰ جمعیت شهری با نرخ زوال یک درصد در سال، کم می‌شود. با این روند با گذشت چند سال جمعیت این شهر، نصف جمعیت فعلی آن می‌شود؟ ($\text{Log } 2 = 0.3$, $\text{Log } 99 = 1.995$)

۱ ۵۰ ۲ ۶۰ ۳ ۶۴ ۴ ۷۲

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳۱ اگر $f(x) = \sqrt{2-x}$ و $g(x) = \text{Log}(x^2 - 15x)$ باشند، دامنه‌ی تابع $f \circ g$ ، کدام است؟

۱ $(0, 5] \cup [20, 25)$ ۲ $(-5, 0) \cup (15, 20)$

۳ $(15, 20]$ ۴ $(-5, 0)$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳۲ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = A(2)^{Bx}$ و خط به معادله $4y = 5x$ ، در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۴ متقاطع هستند. مقدار $f^{-1}(10)$ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳۳ اگر $f(x) = 2^x$ باشد، دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x)}$ ، به کدام صورت است؟

 $(-\infty, -1] \cup (0, 1]$ (۴) $[-1, 0) \cup [1, +\infty)$ (۳) $[-1, 0) \cup (0, 1]$ (۲) $R - (-1, 1)$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳۴ از تساوی $\text{Log}_3(2x - 1) + \frac{1}{2} \text{Log}_3 x^2 = \text{Log}_3 3$ ، مقدار لگاریتم $\frac{x}{3}$ در مبنای ۴ کدام است؟

 $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳۵ اگر $x = 8 \text{Log}_4 2\sqrt{2}$ باشد، لگاریتم عدد $4(x + 3)$ در پایه‌ی x کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳۶ در معادله‌ی لگاریتمی $2 \text{Log} x = 1 + \text{Log}\left(x + \frac{12}{5}\right)$ ، مقدار $\text{Log}_5(2x + 1)$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

 $\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳۷ نمودار تابع $y = \text{Log}(ax + b)$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول -۱ و نیم‌ساز ناحیه‌ی چهارم را در نقطه‌ای به عرض -۱ قطع کرده است. b کدام است؟

۳ (۴)

 $\frac{5}{2}$ (۳)

۲ (۲)

 $\frac{3}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

سوال ۳۱

فصل چهارم : مثلثات

۱۳۸ اگر $A = \sqrt{2} \text{Cos}(135^\circ) \text{Cos}(297^\circ) + \sqrt{3} \text{Cos}(63^\circ) \text{Sin}(120^\circ)$ باشد، حاصل $2A$ کدام است؟

 $5 \text{Cos}(27^\circ)$ (۴) $5 \text{Sin}(27^\circ)$ (۳) $\text{Sin}(27^\circ)$ (۲) $\text{Cos}(27^\circ)$ (۱)

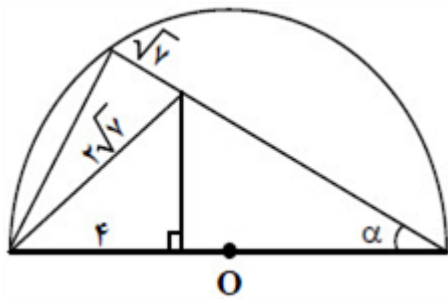
کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳۹ حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \text{Cos}(210^\circ) \text{Sin}(243^\circ) - \sqrt{2} \text{Sin}(135^\circ) \text{Cos}(153^\circ)$ چند برابر $\text{Cos}(27^\circ)$ است؟

 $0/5$ (۴) $1/5$ (۳) $2/5$ (۲) $3/5$ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۴ - تیرماه

۱۴۰ در نیم‌دایره شکل مقابل، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



$\frac{1}{5}\sqrt{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۱)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۴۱ حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2 \cos(-105^\circ)}{2 \sin(165^\circ) + 3 \sin(375^\circ)}$ کدام است؟

$\frac{1}{4}\sqrt{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{1}{4}\sqrt{6}$ (۲)

$\frac{1}{2}\sqrt{6}$ (۱)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۴۲ اگر $2 \sin \alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۴۳ در مثلث ABC، اگر $\cot(B - C) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2 \cos(B + C) + 1}{4 \sin B \cos C}$ کدام است؟

$\cot C$ (۴)

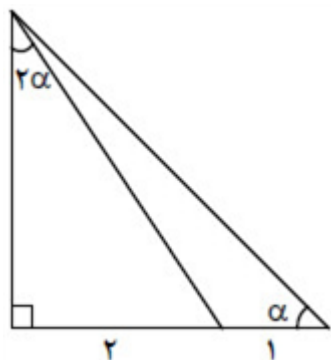
$\cot B$ (۳)

$\tan C$ (۲)

$\tan B$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۴۴ در شکل مقابل، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟



$\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۴۵ در مثلث ABC، اگر $\tan(B - C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1 - 2 \cos(B + C)}{4 \sin B \cos C}$ کدام است؟

$\tan C$ (۴)

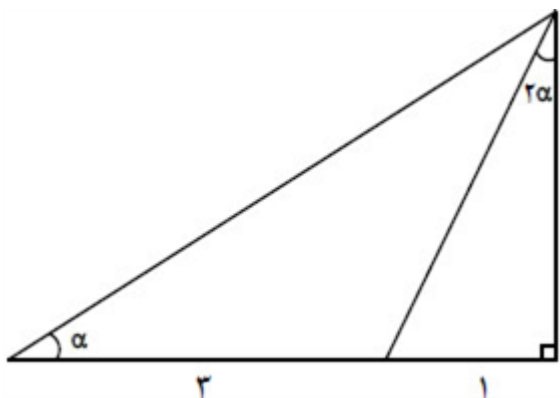
$\tan B$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۴۶ در شکل مقابل، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۴۷ حاصل عبارت $\frac{\sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

$\sin 2\alpha$ (۴)

$\cos 2\alpha$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۴۸ حاصل عبارت $(3 \cos 4x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

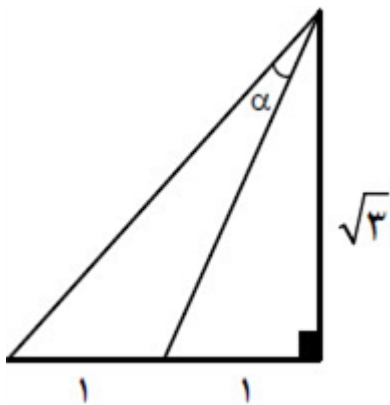
$\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۴۹ در شکل مقابل، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



$\frac{\sqrt{3}}{5}$ (۴)

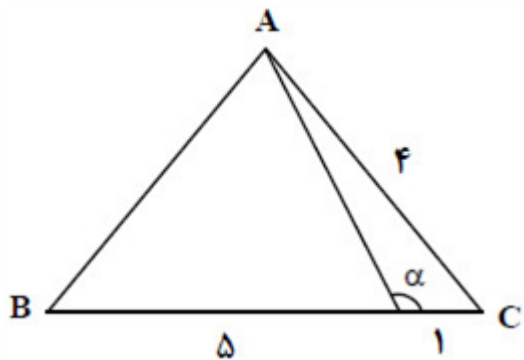
$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۲)

$\frac{1}{5\sqrt{3}}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۰ در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



$\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴)

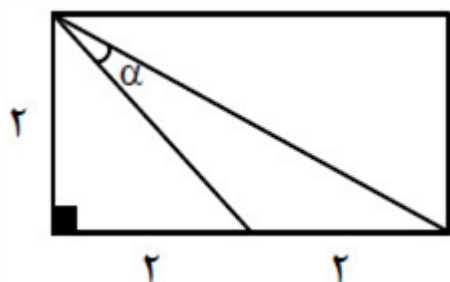
$-\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$-\frac{2}{5}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳/ اردیبهشت

۱۵۱ در شکل مقابل، مقدار $\text{Cotg } \alpha$ کدام است؟



$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲/ تیرماه

۱۵۲ اندازه زاویه B در مثلث ABC، ۲ برابر اندازه زاویه A است. حاصل $2 \sin A \cos B - \sin C$ با کدام مورد برابر است؟

$\sin A$ (۴)

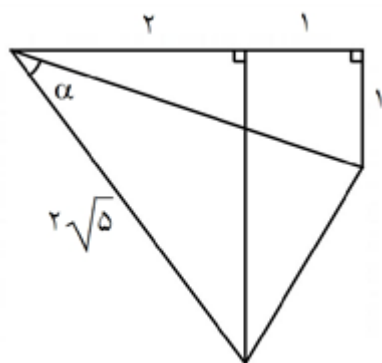
$\sin B$ (۳)

$-\sin B$ (۲)

$-\sin A$ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۵۳ در شکل مقابل، مقدار $\cos \alpha$ چقدر است؟



$-\frac{\sqrt{2}}{10}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{3}}{10}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۶۰ اگر α و β برابر ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\text{tg}(\alpha + \beta)$ کدام است؟

- ۱ (۱) 1 ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ ۳ (۳) -3 ۴ (۴) -1

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۶۱ اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $-\frac{4}{5}$ ۲ (۲) $-\frac{3}{5}$ ۳ (۳) $\frac{3}{5}$ ۴ (۴) $\frac{4}{5}$

سراسری-ریاضی-۹۹

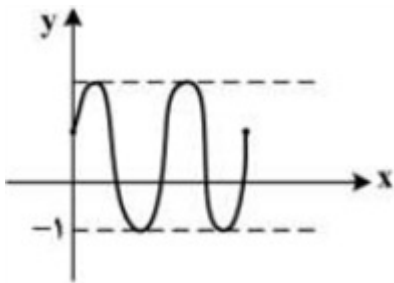
۱۶۲ حاصل عبارت $\frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -1 ۲ (۲) صفر ۳ (۳) 1 ۴ (۴) $\sqrt{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶۳ شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ در بازه $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ است.

$a + b$ کدام است؟



- ۱ (۱) 3 ۲ (۲) 4 ۳ (۳) 5 ۴ (۴) 6

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶۴ معادله‌ی $\sin x - 1 = 0$ در بازه‌ی $[-\pi, \pi]$ ، چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- ۱ (۱) 2 ۲ (۲) 4 ۳ (۳) 5 ۴ (۴) 6

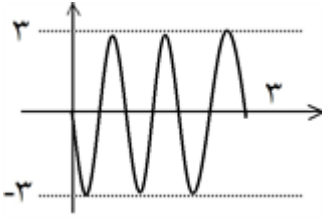
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶۵ اگر $\alpha + \beta = 135^\circ$ و $\tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4}$ ، مقدار کسر $\frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{4}$ ۲ (۲) $-\frac{3}{4}$ ۳ (۳) $\frac{4}{3}$ ۴ (۴) $-\frac{4}{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶۶ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. a ، b کدام است؟



۶ (۴)

۴/۵ (۳)

-۳ (۲)

-۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۷ اگر $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{5}$ باشد، $\tan 2\alpha$ چه قدر است؟

۲/۵ (۴)

۲/۴ (۳)

۱/۸ (۲)

۱/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۸ ساده شده‌ی کسر $\frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta - \cos^4 \theta}$ کدام است؟

۱۶ $\sin^{-2} 2\theta$ (۴)۱۶ $\cos^{-2} 2\theta$ (۳)۸ $\sin^{-2} 2\theta$ (۲)۸ $\cos^{-2} 2\theta$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

سوال ۵۱

فصل پنجم: حد و پیوستگی

۱۶۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{2x - \pi}$ کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

- $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۷۰ اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 + mx - m - 1|}{m|x^2 - 1| + |x - 1|} & x \neq 1 \\ \frac{m}{m+2} & x = 1 \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{m}} f(x)$ کدام است؟

 $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۷۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{2}{a}\right)^+} \frac{2\sqrt{x - \frac{2}{a}} + 3\sqrt{x} - \sqrt{\frac{27}{a}}}{\sqrt{x^2 - \frac{9}{a^2}}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

 $\sqrt{\frac{2a}{3}}$ (۴) $\sqrt{\frac{2}{3a}}$ (۳) $\sqrt{\frac{3}{2a}}$ (۲) $\sqrt{\frac{2a}{2}}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۷۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \operatorname{Cotg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

- ۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۲) ۴ (۳)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۷۳ اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$ در R پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

- ۱ (۲) ۲ (۱) ۳ (۳) ۴ (۲)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۷۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2a^+} \frac{2\sqrt{x-2a} + 2\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$ (اگر $a > 0$) کدام است؟

- ۱ (۸) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (+∞)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۴ تیرماه

۱۷۵ تابع f ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^2+(m-2)x+a^2|}$ روی $R - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است. اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

- ۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۲) ۵ (۳)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۷۶ تابع پیوسته f به یک به یک بوده و وارون خود را فقط در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می‌کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۱)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۷۷ اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{ax})}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

- ۱ (۶) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۴) ۵ (-۶)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۷۸ به ازای برخی مقادیر صحیح نامنفی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-4x+4} & |x-2| \leq c \\ a(x-2)^2 + b(x-2) & |x-2| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. چند مقدار برای $[ac]$ وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (بیش از ۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷۹ اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx + c}}{x} = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\frac{ab}{c}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۸۰ به ازای مقادیر طبیعی c ، تابعی $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام می‌تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۳

۱۸۱ اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۳

۱۸۲ برای مقدار مشخص k ، تابع $f(x) = \begin{cases} |[-x] - x| & \text{فرد } [x] \\ k - x + [x] & \text{زوج } [x] \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است. کدام مورد در خصوص n صحیح است؟ ($k, n \in \mathbb{N}$)

- ۱ (۱) برای هیچ مقداری از n ، پیوسته نیست. ۲ (۲) برای جميع مقادیر n پیوسته است.
۳ (۳) n فرد ۴ (۴) n زوج

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۸۳ تابع $f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (2a^2 - 1)[-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۱ ۳ (۳) ۲ ۴ (۴) ۳

سراسری - ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۳

۱۸۴ مجموع مقادیر حدهای چپ و راست تابع $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - [x^2]}$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{4}$ ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ ۳ (۳) ۱ ۴ (۴) صفر

سراسری - ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۳

۱۸۵ برای مقدار مشخص k تابع $f(x) = \begin{cases} |x - [-x]| & \text{زوج } [x] \\ x - [x] + k & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است. کدام مورد در خصوص n صحیح است؟ ($k, n \in \mathbb{N}$)

۱ زوج n ۲ فرد n

۳ برای جميع مقادیر n پیوسته است. ۴ برای هیچ مقداری از n پیوسته نیست.

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۸۶ تابع $f(x) = \begin{cases} [x] + [-x] & x^2 < |x| \\ \cos \pi x & x^2 = |x| \\ |x|([x] + 1) & |x| < x^2 < 2 \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

۱ ۱ ۲ ۲

۳ ۳ ۴ در همه نقاط پیوسته است.

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۸۷ اگر $f^{-1}(x) = -\sqrt{x - 27}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x + \sqrt{f(x)}}{|x^2 + x - 6|}$ کدام است؟

۱ -0.3 ۲ -0.6 ۳ 0.3 ۴ 0.6

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۸۸ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x - [x]| & \text{زوج } [x] \\ |x - [x - a]| & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، مجموعه مقادیر $[a]$ شامل چند عضو است؟ ($a < -1$)

۱ صفر ۲ ۲ ۳ ۱ ۴ ۳

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۸۹ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{2bx^2} & x > 0 \\ |b - x| & x = 0 \\ [x] - 2a & x < 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته است. مقدار حقیقی $b - a$ کدام است؟

۱ ۲ ۲ $\frac{1}{4}$ ۳ $\frac{5}{4}$ ۴ $\frac{25}{16}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۹۰ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2 - 2x} - \sqrt{2 - 5x}}{\sqrt{2 - 2 \cos x}}$ کدام است؟

۱ $-\sqrt{2}$ ۲ $\sqrt{2}$ ۳ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

$$f(x) = \begin{cases} |x| + [-x] & |x^2| < x^2 \\ 1 + \text{Cos } \pi x & |x^2| = x^2 \\ [x^2] - [x] & |x^2| > x^2 \end{cases} \quad \text{تابع } (191)$$

در چند نقطه ناپیوسته است؟

۳ (۲)

۲ (۱)

در همه نقاط پیوسته است. (۴)

بیشمار (۳)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \text{Sin } ^n(x) \quad \text{تابع } (192)$$

تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x)$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{Sin}(\sqrt{1-x^2}-1) - 2 \text{tg}[x]}{x^n(1-\text{Cos}(\sqrt{2x}))} = a \quad \text{فرض کنید } (193)$$

مقدار a^n ، باشد. مقدار a ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

 $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1\right)}{(1-\text{Cos}(\sqrt{2x}))^n} = a \quad \text{فرض کنید } (194)$$

مقدار $a + n$ ، کدام است؟

 $\frac{17}{4}$ (۴) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

$$f(x) = [x] \text{Sin } \pi x; |x| \leq 2 \quad \text{تابع } (195)$$

تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x)$ ، کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x+4}}{1 + \sqrt{x}} \quad \text{حاصل } (196)$$

کدام است؟

 $-\frac{3}{2}$ (۴)

-۲ (۳)

 $\frac{1}{2}$ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases} \quad \text{فرض کنید } (197)$$

یک تابع همواره پیوسته باشد. مقدار a ، کدام است؟

 $\frac{5}{2}$ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

 $-\frac{3}{2}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۹۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}$ کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) $-\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۹۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{2x+1}}$ کدام است؟

- ۱) $-1/5$ ۲) $-1/2$ ۳) $-0/8$ ۴) $-0/6$

سراسری - ریاضی - ۹۹

۲۰۰ به ازای مقادیری از a و b ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x[x] & ; |x| < 1 \\ ax + b & ; |x| \geq 1 \end{cases}$ بر روی R پیوسته است. a کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) -۱ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۰۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) π ۴) 2π

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۰۲ تعداد نقاط ناپیوسته‌ی تابع با ضابطه $f(x) = \left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right]$ در بازه $\left(-\frac{5}{3}, \frac{5}{3} \right)$ ، کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۰۳ تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+a} - b}{x} & ; x \neq 0 \\ \frac{1}{12} & ; x = 0 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی R پیوسته است. b کدام است؟

- ۱) ± 1 ۲) ± 2 ۳) ± 3 ۴) ± 4

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۰۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x - \sin 3x}{\sqrt{2+2\cos x}}$ کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۰۵ به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{x - \sqrt{x+1}}}{x-3} & ; x > 3 \\ ax - 3a - \frac{2}{8} & ; x \leq 3 \end{cases}$ در نقطه $x = 3$ پیوسته است؟

- ۱) -۲ ۲) ۲ ۳) هیچ مقدار a ۴) هر مقدار a

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۰۶ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2-1} = \frac{3}{2}$ باشد، کدام است b ؟

- ۱) -۸ ۲) -۶ ۳) ۴ ۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۰۷ به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & 0 < x < a \\ 1 - \frac{x}{4} & x \geq a \end{cases}$ همواره پیوسته است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ مقدار a

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۰۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\cos 5x}}{x^2}$ ، کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۰۹ به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{1-x} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$ ، بر روی R پیوسته است؟

- ۱) $-\pi$ ۲) π ۳) ۱ ۴) هیچ مقدار a

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۱۰ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - \cos \pi x}{x - 4\sqrt{x} + 4}$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) 4π ۳) $4\pi^2$ ۴) $8\pi^2$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۱۱ به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2-\sqrt{2-x}}{x+1} & x < -1 \\ ax+1 & x \geq -1 \end{cases}$ ، بر روی R پیوسته است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) $\frac{3}{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۱۲ اگر $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2} & x < 0 \\ 2x & x \geq 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} -2x & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$ ، کدام تابع در $x = 0$ پیوسته است؟

- ۱) $f+g$ ۲) fof ۳) gof ۴) fog

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۱۳ تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x[x] & |x| < 1 \\ ax+b & |x| \geq 1 \end{cases}$ بر روی R پیوسته است. a کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۱۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \tan 3x}{\sqrt{1 - \cos x}}$ برابر کدام است؟

۴ $2\sqrt{2}$

۳ ۲

۲ $-\sqrt{2}$

۱ $-2\sqrt{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۱۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{x^3 - x^2 - x + 1}$ کدام است؟

۴ $\frac{\pi^2}{2}$

۳ $\frac{\pi^2}{4}$

۲ $\frac{\pi}{2}$

۱ $\frac{\pi}{4}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۱۶ تعداد نقاط ناپیوستگی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sin(\pi(x - [x]))$ روی بازه‌ی $(2, 6)$ کدام است؟

۴ ۳

۳ ۲

۲ ۱

۱ صفر

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۱۷ به ازای کدام مقدار a با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{1 - \sqrt{x}}}{x - 1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 1$ پیوسته است؟

۴ هیچ مقدار a

۳ $\frac{1}{3}$

۲ $\frac{1}{6}$

۱ $-\frac{1}{3}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۱۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$ کدام است؟

۴ صفر

۳ $\frac{1}{6}$

۲ $\frac{1}{3}$

۱ $\frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۱۹ تابع $f(x) = \frac{|x|}{x}[x]$ از نظر پیوستگی در $x = 0$ چگونه است؟

۲ فقط از چپ پیوسته است.

۱ پیوسته است.

۴ از چپ ناپیوسته و از راست ناپیوسته

۳ فقط از راست پیوسته است.

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱

$$|4x - 2| = x^2 - x + a \Rightarrow 4 \left| x - \frac{1}{2} \right| = \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{4} + a$$

$$\xrightarrow{\left| x - \frac{1}{2} \right| = t} t^2 - 4t + \left(a - \frac{1}{4} \right) = 0$$

این معادله باید دو ریشه مثبت داشته باشد تا معادله اصلی ۴ ریشه داشته باشد.

$$S > 0 \Rightarrow 4 > 0$$

$$P > 0 \Rightarrow a - \frac{1}{4} > 0 \Rightarrow a > \frac{1}{4}$$

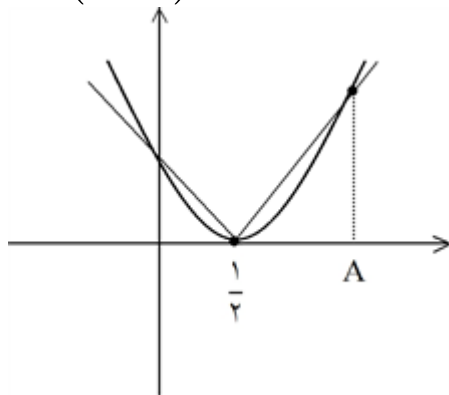
$$\Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4a + 1 > 0 \Rightarrow a < \frac{17}{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} a > \frac{1}{4} \\ a < \frac{17}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مقادیر صحیح} = \{1, 2, 3, 4\}$$

تذکر: این مسأله را به روش هندسی هم می‌توان حل کرد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر نمودار $y = \left| 4 \left(x - \frac{1}{2} \right) \right|$ و نمودار $y = x^2 - x + a$ در سه نقطه متقاطع باشند باید

۲

رأس سهمی همان نقطه شکستگی قدرمطلق باشد. $x_S = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \left(x - \frac{1}{2} \right)^2$ 

معادله به شکل مقابل است:

ریشه بزرگتر A است که از $\frac{1}{2}$ بیشتر است: داخل قدر مطلق مثبت می‌شود $\Rightarrow \left| 4 \left(x - \frac{1}{2} \right) \right| = \left(x - \frac{1}{2} \right)^2$

$$\Rightarrow 4 \left(x - \frac{1}{2} \right) = \left(x - \frac{1}{2} \right)^2$$

$$4t = t^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} t = 0 \\ t = 4 \end{array} \right.$$

$$t^2 + 4t = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} t = 0 \\ t = -4 \end{array} \right. \Rightarrow t = 4 = x - \frac{1}{2} \Rightarrow x = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 5 \\ P = \alpha\beta = 2 \Rightarrow \alpha^2\beta^2 = 4 \end{cases}$$

$$A = \frac{4\alpha + \beta^2}{5\beta^2} = \frac{(\alpha^2\beta^2)\alpha + \beta^2}{5\beta^2} = \frac{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)}{5\beta^2} = \frac{S^2 - 2PS}{5} = \frac{5^2 - 2 \times 2 \times 5}{5} = \frac{25 - 20}{5} = 1$$

$$S_9 = 73S_7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴

$$\frac{a_1(q^9 - 1)}{q^{-1}} = 73 \times \frac{a_1(q^7 - 1)}{q^{-1}} \Rightarrow (q^7 - 1)(q^2 + q^3 + 1) = 73q^3 - 1$$

$$\downarrow$$

$$q^7 = 1$$

$$\Rightarrow t^7 + t + 1 = 73 \Rightarrow t^7 + t - 72 = 0 \Rightarrow (t + 9)(t - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -9 \\ t = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q^7 = -9 \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} \text{ غ ق ق} \\ q^7 = 8 \Rightarrow q = 2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه: $\frac{a_7}{a_1} = \frac{q^7}{q^1} = q^6 = 64$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵

شرط: $x = 2y - 4 > 0 \Rightarrow y > 2$

$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{y-4}{2y-5} \times \frac{y}{2y-2} = -1$$

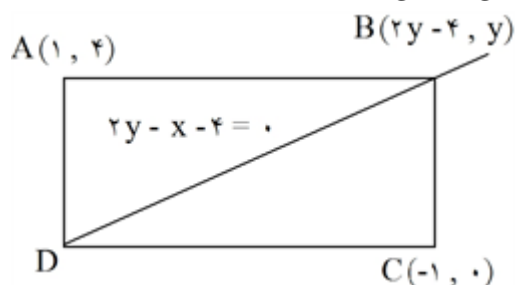
$$\Rightarrow -y^2 + 4y = 4y^2 - 16y + 15 \Rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$y = 3 \quad \checkmark$$

$$y = 1 \quad \times$$

$$x = 2 \Rightarrow \begin{matrix} B(2, 3) \\ C(-1, 0) \end{matrix} \Rightarrow |BC| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \text{طول} \quad \checkmark$$

$$\begin{matrix} B(2, 3) \\ A(1, 4) \end{matrix} \Rightarrow |AB| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \Rightarrow \text{عرض}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله خط را می‌نویسیم و سپس نقطه $(-x, -x)$ را در آن قرار می‌دهیم. ۶

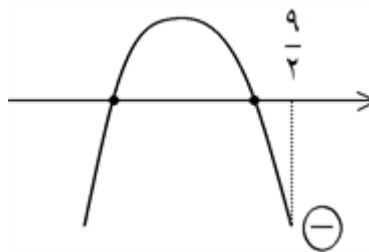
$$y = -8x - 6$$

$$-x = -8(-x) - 6 \Rightarrow 9x = 6 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\text{قطر} = \sqrt{2}x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷

$$\left\{ \begin{aligned} f\left(\frac{9}{2}\right) < 0 &\Rightarrow -\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{9}{2}\right) + m < 0 \\ &\Rightarrow -\frac{81}{4} + \frac{45}{2} + m < 0 \\ &\Rightarrow m < -\frac{9}{4} = -2/25 \\ \Delta > 0 &\Rightarrow 25 + 4m > 0 \Rightarrow m > -\frac{25}{4} = -6/25 \\ -6/25 < m < -2/25 &\Rightarrow m = -6, -5, -4, -3 \end{aligned} \right.$$



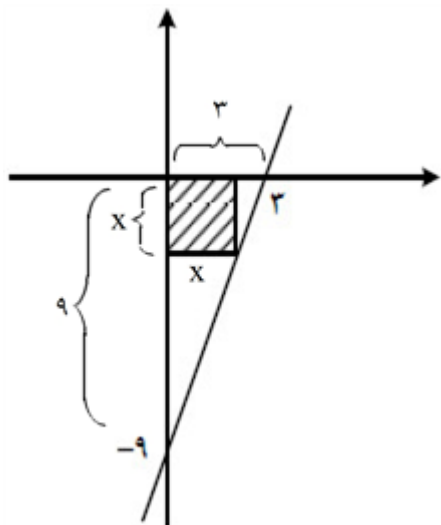
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸

$$\left. \begin{aligned} BD = AC &\Rightarrow \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{10} \\ x_B - 3y_B = 3 &\Rightarrow x_B - x_D = 3(y_B - y_D) \\ x_D - 3y_D = 3 & \end{aligned} \right\}$$

$$9(y_B - y_D)^2 + (y_B - y_D)^2 = 10 \Rightarrow (y_B - y_D)^2 = 1 \Rightarrow |y_B - y_D| = 1$$

$$\Rightarrow |x_B - x_D| = 3 \times 1 = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹



تالس: $\frac{3}{x} = \frac{9}{9-x} \Rightarrow 27 - 3x = 9x \Rightarrow x = \frac{9}{4}$

قطر = $x\sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰

$$\alpha, \beta > -3 \Rightarrow S > -6, \Delta > 0 \Rightarrow m < \frac{49}{8} = 6/125$$

$$-\frac{7}{2} > -6 \checkmark \quad 49 - 8m > 0$$

x	$\ominus 3$	α	β	
$2x^2 + 7x + m$	+	○	-	○
		+	-	+

$f(-3) > 0 \Rightarrow 18 - 21 + m > 0 \Rightarrow m > 3 \Rightarrow 3 < m < \frac{49}{8} \Rightarrow m \in \{4, 5, 6\}$ مقادیر صحیح

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اولاً $a = 0$ قابل قبول است؛ زیرا در این صورت $x = 0$ جواب صحیح معادله است.

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-a} \geq 0 \Rightarrow a \geq 0$$

از طرفی اگر $a \neq 0$ باشد، داریم:

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان } 2} x - a = a^2 + x - 2a\sqrt{x} \Rightarrow 2a\sqrt{x} = a^2 + a \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a+1}{2}$$

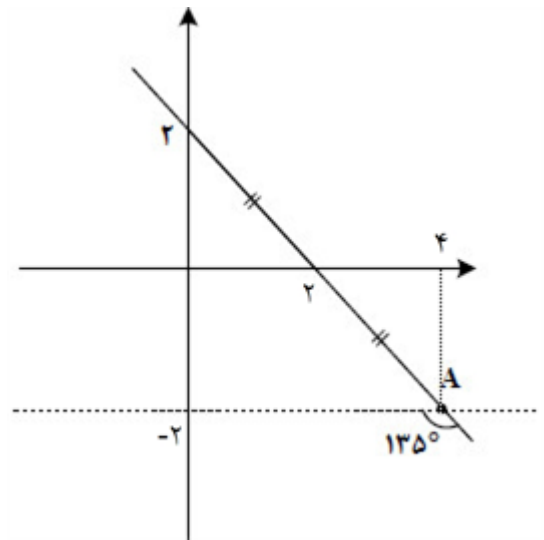
$$x = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2$$

برای اینکه x عددی صحیح باشد، لازم است a عددی فرد باشد که در بین اعداد طبیعی یک‌رقمی مقادیر ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ قابل قبول‌اند. پس در مجموع ۶ مقدار صحیح و یک‌رقمی برای a قابل قبول است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

معادله خط داده شده $y = 2 - x$ است؛ زیرا شیب آن برابر $\tan 135^\circ = -1$ است. حال طبق شکل مقابل مختصات نقطه

A به صورت $A(4, -2)$ است و فاصله آن از مبدأ مختصات برابر $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اختلاف ریشه‌های معادله برابر $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ است.

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{4k^2 - 20} = 2\sqrt{k^2 - 5}$$

که باید برابر $\frac{4}{3}k$ قرار دهیم:

$$2\sqrt{k^2 - 5} = \frac{4}{3}k \Rightarrow \sqrt{k^2 - 5} = \frac{2k}{3} \Rightarrow k^2 - 5 = \frac{4k^2}{9} \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow \left[\frac{k^2}{2}\right] = [4/5] = 4$$

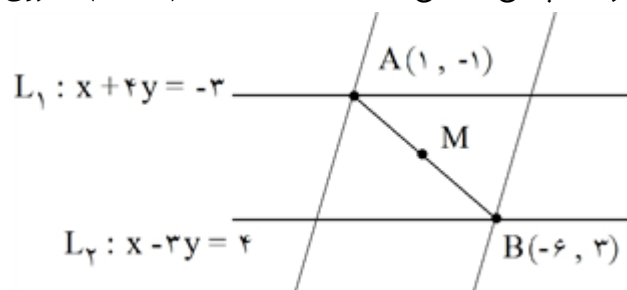
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در یک سهمی، اگر دو نقطه هم‌عرض داشته باشیم، طول رأس سهمی میانگین طول این دو نقطه

است. در این سؤال طول رأس سهمی $x_S = \frac{3}{4}$ است و در نتیجه مجموع صفرهای سهمی برابر $2x_S = \frac{3}{2}$

$$x_S = \frac{-1/5 + 3}{2} = \frac{1/5}{2} = \frac{3}{4}$$

است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دقت کنید که $B(-6, 3)$ روی هیچکدام از دو خط ذکر شده نیست. ۱۵



$$\begin{cases} y = \frac{x-4}{3} \\ y = \frac{-x-3}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \frac{x-4}{3} = \frac{-x-3}{4} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1$$

$A(1, -1)$

$$L_1 \text{ فاصله از خط } M \left(-\frac{5}{2}, 1 \right) \Rightarrow \frac{\left| -\frac{5}{2} + 4 + 3 \right|}{\sqrt{17}}$$

$$L_2 \text{ فاصله از خط } \Rightarrow \frac{\left| -\frac{5}{2} - 3 - 4 \right|}{\sqrt{10}} = \frac{19}{2\sqrt{10}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\frac{(2-x)^2 + x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{4 - 4x + 2x^2}{\underbrace{(2x - x^2)}_t} = \frac{40}{9}$$

$$\frac{4 - 2t}{t^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{2-t}{t^2} = \frac{20}{9} \Rightarrow 20t^2 + 9t - 18 = 0 \Rightarrow \Delta = 1521 \Rightarrow \frac{-9 \pm \sqrt{1521}}{40}$$

$$= \frac{3}{4}, -\frac{12}{10} = t$$

$$\begin{cases} -x^2 + 2x = -\frac{12}{10} \Rightarrow -x^2 + 2x + \frac{12}{10} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \\ -x^2 + 2x - \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \xrightarrow{\text{جواب}} 2 + 2 = 4 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$3x^2 - 12x - a = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - \frac{a}{3} = 0$$

$$\alpha + \beta = 4 \Rightarrow \beta = 4 - \alpha$$

$$\alpha^2 - 4\alpha - \frac{a}{3} = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$\beta^2 = 4\beta + \frac{a}{3} = 4(4 - \alpha) + \frac{a}{3} = 16 - 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \Rightarrow \cancel{\alpha^2} + \frac{2a}{3} + 16 - \cancel{4\alpha} + \frac{a}{3} - \cancel{4\alpha} = 7$$

$$\Rightarrow a = -9 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\beta} = \frac{-9}{3} = -3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو خط $4x + y = 3$ و $x - 4y = 5$ بر هم عمودند و نقطه $(4/5, 2)$ روی هیچ کدام از آنها نیست، پس فاصله این نقطه از خطهای داده شده اضلاع مستطیل را می‌دهد:

$$\text{فاصله } (4/5, 2) \text{ از خط اول: } a = \frac{|4 \times (4/5) + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

$$\text{فاصله } (4/5, 2) \text{ از خط دوم: } b = \frac{|4/5 - 4(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17/5}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{5}$$

فاصله وسط قطراز هر ضلع (طبق تعمیم قضیه تالس) برابر نصف ضلع دیگر است، پس بیشترین فاصله موردنظر $\frac{\sqrt{17}}{2}$ است.

۱۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از آنجا که $\frac{x+1-x}{2} = \frac{1}{2}$ است، معادله را به صورت زیر می‌نویسیم: ۱۹

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2} + t\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2} - t\right)^2} = \frac{16}{9}$$

$$\frac{\frac{1}{4} + t^2 - t + \frac{1}{4} + t^2 + t}{\left(\frac{1}{2} - t^2\right)^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{2t^2 + \frac{1}{2}}{t^4 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{16}} = \frac{16}{9}$$

و داریم:

$$\Rightarrow 16 \cdot t^4 - 8 \cdot t^2 + 10 = 18t^2 + \frac{9}{2} \Rightarrow 16 \cdot t^4 - 98t^2 + \frac{11}{2} = 0$$

در این معادله دو مجذوری، Δ ، S و P همگی مثبت هستند، یعنی ۴ مقدار متفاوت برای t پیدا می‌شود که دو به دو قرینه هستند، پس داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \left(\frac{1}{2} + t_1\right) + \left(\frac{1}{2} - t_1\right) + \left(\frac{1}{2} + t_2\right) + \left(\frac{1}{2} - t_2\right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

راه دوم:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{(x-1)^2 + x^2}{(x^2 - x)^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{2x^2 - 2x + 1}{(x^2 - x)^2} = \frac{16}{9}$$

$$\xrightarrow{x^2 - x = t} \frac{2t + 1}{t^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{2t + 1}{t^2} + \frac{t^2}{t^2} = \frac{16}{9} + \frac{9}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{(t+1)^2}{t^2} = \frac{169}{9} \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{t}\right)^2 = \left(\frac{13}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + \frac{1}{t} = \frac{13}{3} \Rightarrow t = \frac{3}{10} \Rightarrow x^2 - x = \frac{3}{10} \Rightarrow x_1 + x_2 = 1 \\ 1 + \frac{1}{t} = -\frac{13}{3} \Rightarrow t = -\frac{3}{16} \Rightarrow x^2 - x = -\frac{3}{16} \Rightarrow x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 + 1 = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله را به صورت زیر می‌نویسیم: ۲۰

$$x^2 - x - \frac{b}{a} = 0 \text{ یا } x^2 - x + P = 0$$

در این معادله $S = 1$ است. حال داریم:

$$4 \cdot \beta^2 + 2 \cdot \alpha^2 - 2 \cdot \beta = 17 \Rightarrow 2\beta^2 + \alpha^2 - \beta = \frac{17}{2}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_{S^2 - 2P} + \underbrace{\beta^2 - \beta}_{-P} = \frac{17}{2} \Rightarrow 1 - 2P = \frac{17}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{2}$$

اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 - x + \frac{1}{2} = 0$ برابر $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ است.

$$\Rightarrow |\alpha - \beta| = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

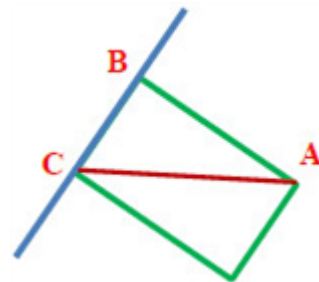
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول رأس سهمی $x_S = \frac{-5+3}{2} = -1$ و عرض آن $y_S = 1$ است. پس معادله سهمی

$y = a(x+1)^2 + 1 = ax^2 + 2ax + a + 1$ خواهد بود. جوابهای معادله $y = 0$ ، α و β هستند و داریم:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (-2)^2 - 2\left(\frac{a+1}{a}\right) = 4 - \frac{2a+2}{a} = 5 \Rightarrow \frac{2a+2}{a} = -1 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

در نتیجه عرض از مبدأ سهمی $a+1 = \frac{1}{3}$ خواهد شد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow AB = \frac{|2 - 10 - 2|}{\sqrt{1+4}} = \frac{10}{\sqrt{5}}, BC = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - \left(\frac{10}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{60}$$

$$S = \frac{10}{\sqrt{5}} \times \sqrt{60} \Rightarrow S = 20\sqrt{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به دلیل اینکه ضریب x زوج است، بهتر است طرفین معادله را تقسیم بر ۲ کنیم تا محاسبات ساده‌تر شود:

$$2x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + \frac{a}{2} = 0$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -3 \\ P = \alpha\beta = \frac{a}{2} \\ \beta = \frac{-3 - \sqrt{9-2a}}{2} \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow S^2 - 2PS + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow -27 - 2\left(\frac{a}{2}\right)(-3) + \left(\frac{9+9-2a+6\sqrt{9-2a}}{4}\right) = -\frac{21}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow -27 + \frac{9a}{2} + \frac{9}{2} - \frac{a}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{9-2a} = -\frac{21}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 9-2a = 3 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x^2 + 8$ را مخرج مشترک می‌گیریم:

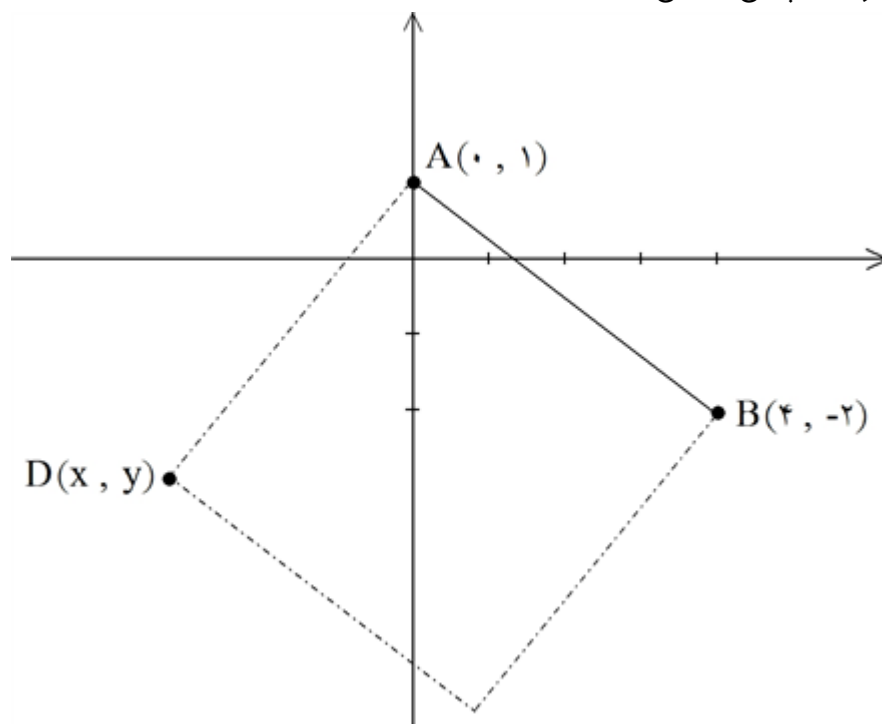
$$(x^2 + 8) = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$\frac{x^2 - 2x + 4 - (x^2 - 9x - 2)}{x^2 + 8} = \frac{6x(x+2)}{x^2 + 8} \Rightarrow 7x + 6 = 6x^2 + 12x \Rightarrow 6x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (2x+3)(2x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = \frac{2}{2}$$

هر دو جواب قابل قبول‌اند که فقط x_2 مثبت است.

۲۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$m_{AB} = \frac{1 - (-2)}{0 - 4} = \frac{-3}{-4} \Rightarrow m_{AD} = \frac{4}{3} \Rightarrow AD : y = \frac{4}{3}x + 1 \Rightarrow y - 1 = \frac{4}{3}x$$

$$AB = AD \Rightarrow \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{x^2 + (y-1)^2} \Rightarrow 25 = x^2 + \left(\frac{4}{3}x\right)^2 \Rightarrow 25 = \frac{25x^2}{9}$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = -3$$

۲۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا ریشه مشترک را می‌یابیم:

$$x^2 + 6x + m = x^2 + 2x - 3m \Rightarrow 4x = -4m \Rightarrow x = -m$$

در یکی از معادله‌ها جای‌گذاری می‌کنیم:

$$m^2 - 6m + m = m^2 - 5m = 0 \xrightarrow{m \neq 0} m = 5$$

به ازای $m = 5$ معادلات به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -5 \\ x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -5 \end{cases}$$

پس اختلاف ریشه‌های غیرمشترک $3 - (-1) = 4$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودارهای دو تابع را به صورت تقریبی رسم می‌کنیم:

پس خط $y = \frac{-x + 17}{3}$ را با شاخه‌های $y = 2x + 1$ و $y = -2x - 1$ قطع می‌دهیم:

$$2x + 1 = \frac{-x + 17}{3}$$

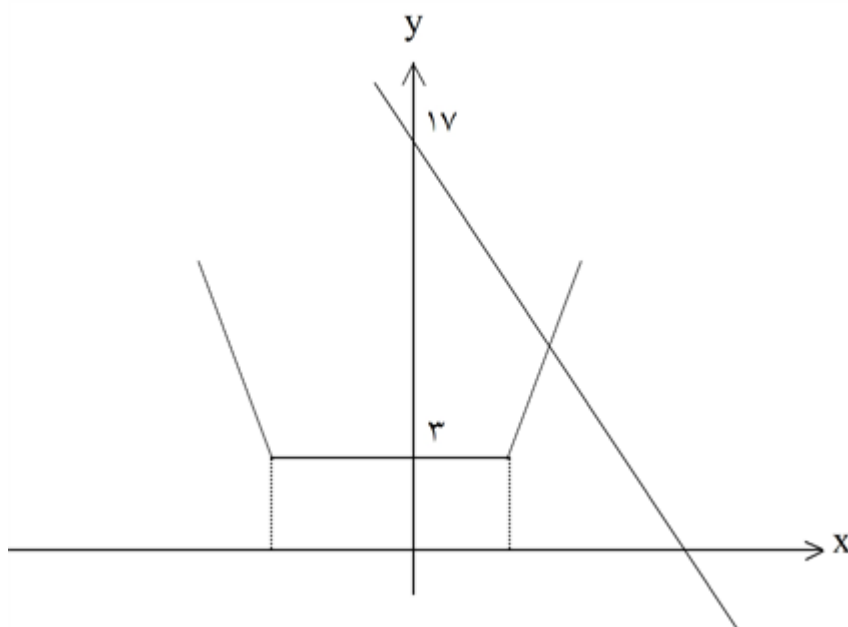
$$\Rightarrow 6x + 3 = -x + 17 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow A(2, 5)$$

$$-2x - 1 = \frac{-x + 17}{3}$$

$$\Rightarrow -6x - 3 = -x + 17 \Rightarrow x = -4$$

$$\Rightarrow B(-4, 7) \Rightarrow AB = \sqrt{(2 - (-4))^2 + (5 - 7)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

راه اول: $\alpha + \beta = 1$ و $\alpha\beta = -2$ پس $\alpha = -1$ و $\beta = 2$ یعنی ۱ و -۱ ریشه‌های معادله هستند، پس $\alpha = -1$ در معادله صدق می‌کند:

$$-4 + k + 9 - 2 = 0 \Rightarrow k + 3 = 0 \Rightarrow k = -3$$

راه دوم: معادله درجه سوم، دو ریشه حقیقی دارد، پس ریشه سوم هم دارد، این ریشه را γ می‌نامیم. قرینه حاصل ضرب این

جواب‌ها برابر $-\frac{1}{4} = -\frac{2}{4}$ است.

$$\Rightarrow -\alpha\beta\gamma = -(-2)\gamma = -\frac{1}{4} \Rightarrow \gamma = -\frac{1}{4}$$

مجموع جواب‌ها نیز برابر $-\frac{k}{4}$ است.

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 1 - \frac{1}{4} = -\frac{k}{4} \Rightarrow k = -3$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

نکته: در معادله‌ی درجه سوم $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. a باید واسطه هندسی α و β باشد.

$$\Rightarrow a^2 = \alpha\beta \Rightarrow a^2 = 2a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

به ازای $a = 1$ معادله $x^2 + 4x + 1 = 0$ دو جواب حقیقی معکوس دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نقطی که از $B(-3, 2)$ به فاصله $\sqrt{29}$ هستند، به صورت $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 29$ می‌باشد و نقطه‌ای که از نقطه $(-1, 4)$ به فاصله ۵ می‌باشد، به صورت $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 25$ است. نقطه‌ی موردنظر روی هر دوی این‌ها قرار دارد. حال اگر این دو رابطه را از هم کم کنیم، داریم:

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 29$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = 25 \quad \cup$$

$$4x + 8 + 4y - 12 = 4$$

$$4x + 4y = 8 \Rightarrow x + y = 2 \Rightarrow a = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله را با تجزیه و استفاده از اتحادها به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sqrt{x + \sqrt{-(x^2 - 25)(x - 4)}} + \sqrt{x^2 + \sqrt{-(x - 2)(x - 4)}} = x + 2$$

حال دامنه‌ی متغیر x را به دست می‌آوریم:

$$-(x - 2)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4$$

$$-(x^2 - 25)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow -(x - 5)(x + 5)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow -(x - 5)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow 4 \leq x \leq 5$$

پس تنها عددی که در دامنه‌ها مشترک است، $x = 4$ است و با بررسی دیده می‌شود که در آن صدق می‌کند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_0 + a_1 + \dots + a_9 = 19$$

$$k=0 \quad k=1 \quad k=2 \quad k=0 \quad k=0 \quad k=1 \quad k=2 \quad k=0 \quad k=1 \quad k=2$$

$$\Rightarrow (a_0 + a_3 + a_6 + a_9) + (a_1 + a_4 + a_7) + (a_2 + a_5 + a_8) = 19$$

$$\Rightarrow (2^0 + 2^3 + 2^6 + 2^9) + (4 + (2) + 0) + (1 + a) + (1 + a) + (2 + a) = 19$$

$$15 + 6 + 4 + 3a = 19 \Rightarrow 3a = -6 \Rightarrow a = -2$$

توجه کنید تمام جملات a_2 و a_5 و a_8 و a_{11} و a_{14} به صورت $3^k + 2$ می‌باشند.

$$k=0 \quad k=1 \quad k=2 \quad k=8 \quad k=9$$

$$a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{26} + a_{29}$$

$$= \left[\frac{2}{2} \right] + \left[\frac{5}{3} \right] + \left[\frac{8}{4} \right] + \dots + \left[\frac{26}{10} \right] + \left[\frac{29}{11} \right] + 10(-2)$$

$$= 1 + 1 + 2 + \dots + 2 - 20 = 18 - 20 = -2$$

تا ۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $\alpha < \beta < 0$ پس: $\alpha - \beta = -\sqrt{\Delta}$ و از روی معادله داریم:

$$S = -6, P = a$$

$$\begin{aligned} 2\alpha^2 + 2\beta^2 &= \frac{5}{2}(\alpha^2 + \beta^2) + \frac{1}{2}(\alpha^2 - \beta^2) = \frac{5}{2}(36 - 2a) + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) \\ &= 90 - 5a + 6\sqrt{9-a} \\ &= 12\sqrt{2} + 18 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\frac{5}{2}(36 - 2a)} \right\} \Rightarrow a = 1$$

راه دوم:

$$x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4a}}{2} = -3 \pm \sqrt{9 - a}$$

$$\left. \begin{aligned} \beta &= -3 + \sqrt{9 - a} \\ \alpha &= -3 - \sqrt{9 - a} \end{aligned} \right\} 2\alpha^2 + 2\beta^2 = 2(-3 - \sqrt{9 - a})^2 + 2(-3 + \sqrt{9 - a})^2$$

$$= 2(18 - a + 6\sqrt{9 - a}) + 2(18 - a - 6\sqrt{9 - a}) = 5(18 - a) + 6\sqrt{9 - a} = 18 + 12\sqrt{2}$$

$$= 5(18 - a) + 6\sqrt{9 - a} = 5(17) + 6\sqrt{1}$$

$$\Rightarrow 9 - a = 1 \Rightarrow a = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 7x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2} \xrightarrow{x^2 > 0} x^2 = \frac{7 + \sqrt{69}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{7 + \sqrt{69}}{2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S = x_1 + x_2 = 0 \\ P = x_1 x_2 = -\frac{5 + \sqrt{69}}{2} \end{cases}$$

$$2P^2 - 2SP + 2S = 2\left(\frac{5 + \sqrt{69}}{2}\right)^2 - 0 + 0 = 59 + 7\sqrt{69}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید دو تابع را برابر یکدیگر قرار داده و معادله به دست آمده را حل کنیم:

$$|x - 2| + |x + 1| = x + 7$$

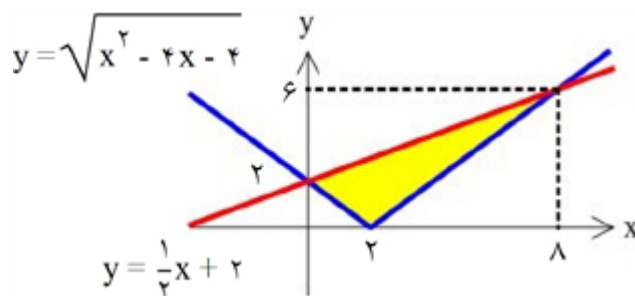
$$x \geq 2 \Rightarrow x - 2 + x + 1 = x + 7 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow y = 15 \Rightarrow A(8, 15)$$

$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow -x + 2 + x + 1 = x + 7 \Rightarrow x = -4$$

$$x < -1 \Rightarrow -x + 2 - x - 1 = x + 7 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow B(-2, 5)$$

$$AB = \sqrt{(8 + 2)^2 + (15 - 5)^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۶



$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x - 2)^2} = |x - 2|$$

مساحت دو مثلث سفید کوچک - مساحت نوزنقه = مساحت قسمت رنگی

$$S = \left(\frac{(2+6) \times 8}{2} \right) - \left(\frac{2 \times 2}{2} + \frac{6 \times 6}{2} \right) = 12$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۷

$$|2x - 1| + |x + 2| = 3$$

$$x \geq \frac{1}{2} : 2x - 1 + x + 2 = 3 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \checkmark$$

$$-2 \leq x < \frac{1}{2} : -2x + 1 + x + 2 = 3 \Rightarrow -x = 0 \Rightarrow x = 0 \checkmark$$

$$x < -2 : -2x + 1 - x - 2 = 3 \Rightarrow -3x = 4 \Rightarrow x = -\frac{4}{3} \times$$

در فاصله $(-\infty, -2)$ قرار ندارد.

$$\text{مجموع جوابها} = \frac{2}{3} + 0 = \frac{2}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. جمله اول هر دسته را می‌توان به فرم $\frac{n(n-1)}{2} + 1$ و جمله آخر هر دسته را می‌توان به ۳۸

فرم $\frac{n(n-1)}{2} + 1 + (n-1)$ در نظر گرفت. پس جمله اول و آخر دسته بیستم به این صورت است:

$$\text{جمله اول} \quad \frac{20 \times 19}{2} + 1 = 191 \quad \text{و} \quad \text{جمله آخر} \quad 191 + (20 - 1) = 210$$

$$S = \frac{20}{2} (191 + 210) = 4010$$

از عدد ۱۹۱ تا ۲۱۰ تعداد ۲۰ جمله داریم پس:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20} = \frac{1}{3} \left(\frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \dots + \frac{20-17}{17 \times 20} \right)$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{9}{20} \right) = \frac{3}{20} = 0.15$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در دنباله جملات مشترک دو دنباله حسابی اولین جمله مشترک، جمله اول و ک م قدرنسبت ها، قدرنسبت دنباله مشترک می باشد.

۴۰

$$\begin{cases} a_n : 2, 9, 16, 23, 30, \textcircled{37} \\ b_n : 12, 17, 22, 27, 32, \textcircled{37} \end{cases} \Rightarrow \text{اولین جمله مشترک}$$

$$d = [5, 7] = 35 \Rightarrow c_n = 37 + (n-1)(35) \Rightarrow c_n = 35n + 2$$

$$100 \leq 35n + 2 < 300 \Rightarrow 98 \leq 35n < 298$$

$$\Rightarrow 2/8 \leq n < 8/5 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 3 \leq n \leq 8$$

بنابراین ۶ عدد سه رقمی مشترک کوچکتر از ۳۰۰ موجود است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۱

$$\begin{cases} 2, 7, 12, 17, 22, \dots \Rightarrow d_1 = 5 \\ 8, 11, 14, 17, 20, \dots \Rightarrow d_2 = 3 \end{cases}$$

اولین جمله‌ی مشترک عدد ۱۷ است و کمم قدرنسبت‌ها یعنی عدد ۱۵ قدرنسبت دنباله‌ی مشترک است.

$$C_n = C_1 + (n-1)d_2$$

$$C_n = 17 + (n-1)(15) = 15n + 2$$

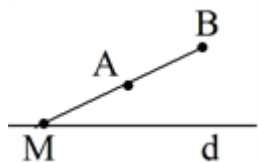
$$100 \leq 15n + 2 \leq 999 \xrightarrow{-2} 98 \leq 15n \leq 997 \xrightarrow{\div 15} 6/5 \leq n \leq 66/4$$

$$\Rightarrow n = 7, 8, 9, \dots, 66$$

تعداد این جملات برابر است با: $66 - 7 + 1 = 60$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر دو نقطه‌ی A و B در یک طرف خطی قرارداشته باشند و بخواهیم نقطه‌ای روی خط d در نظر بگیریم، به طوری که تفاضل فواصل آن نقطه از A و B بیش‌ترین مقدار را داشته باشد، کافی است نقطه‌ی تقاطع خط d را با امتداد AB به دست آوریم. (مطابق شکل)

۴۲



$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 1}{4 - 2} = 2 \Rightarrow \text{معادله‌ی } AB : y - 1 = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x - 1 \\ d : y = x - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x - 1 = x - 1 \Rightarrow x = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۳

مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی برابر $(q \neq 1)$ است $\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$.

$$\left. \begin{array}{l} 1 - t + \dots - t^v + t^8 = \frac{1(1-(-t)^9)}{1-(-t)} = \frac{1+t^9}{1+t} \\ 1 - t^2 + t^6 = \frac{1(1-(-t^2)^3)}{1-(-t^2)} = \frac{1+t^6}{1+t^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{t^8 - t^6 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^2 + 1} = \frac{1+t^9}{1+t}$$

$$= \frac{1+t^9}{1+t} = 1 - t + t^2 = 1 - \left(\frac{1 + \sqrt{17}}{2} \right) + \left(\frac{18 + 2\sqrt{17}}{4} \right) = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر بین دو عدد a و b و k عدد را طوری قرار دهیم که این $k + 2$ عدد، تشکیل دنباله هندسی

دهند، قدرنسبت این دنباله از رابطه $q^{k+1} = \frac{a}{b}$ یا $q^{k+1} = \frac{b}{a}$ به دست می‌آید.

اگر جمله اول ۲ و جمله هشتم $16\sqrt{2}$ باشد، در این صورت داریم:

$$q^{6+1} = \frac{16\sqrt{2}}{2} = \frac{2^4}{2^1} = 2^{\frac{4}{1}} = (2^{\frac{1}{1}})^4 \Rightarrow q = \sqrt{2}$$

می‌دانیم مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q از رابطه $S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$ به

$$S_8 = \frac{2(1 - (\sqrt{2})^8)}{1 - \sqrt{2}} \Rightarrow S_8 = \frac{2(16 - 1)}{\sqrt{2} - 1} = \frac{30}{\sqrt{2} - 1}$$

با ضرب کردن مخرج و صورت در $(\sqrt{2} + 1)$ و گویا کردن مخرج، داریم:

$$S_8 = \frac{30}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{30(\sqrt{2} + 1)}{2 - 1} = 30(\sqrt{2} + 1)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با قرار دادن $x = 2$ در معادله داده شده، a را می‌یابیم:

$$x(ax^2 - x - 5) = 2 \xrightarrow{x=2} 2(4a - 2 - 5) = 2 \Rightarrow 4a - 7 = 1 \Rightarrow a = 2$$

پس معادله به صورت $2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$ می‌شود. حال با تقسیم معادله بر $x - 2$ آن را به شکل زیر بازنویسی

$$2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(2x^2 + 3x + 1) = 0$$

می‌کنیم:

اما می‌دانیم مجموع دوریشه‌ی دیگر که ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم داخل پرانتز می‌باشند، برابر با $-\frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$ می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$t_5^2 = t_1 t_{11} \Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = t_1(t_1 + 10d) \Rightarrow \frac{t_1^2}{1} + 8t_1 d + 16d^2 = \frac{t_1^2}{1} + 10t_1 d$$

$$2d(8d - t_1) = 0 \Rightarrow t_1 = 8d \Rightarrow t_1 = 8d, t_5 = 12d, t_{11} = 18d$$

$$\Rightarrow q = \frac{12d}{8d} = \frac{3}{2}$$

روش دوم: اگر t_m, t_n, t_p جملات یک دنباله حسابی باشند که با یکدیگر تشکیل دنباله هندسی می‌دهند آن‌گاه

$$q = \frac{p - n}{n - m}$$

$$t_1, t_5, t_{11} \Rightarrow q = \frac{11 - 5}{5 - 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$d = \frac{a_4 - a_1}{4 - 1} = \frac{\frac{5}{2} - 1}{3} \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

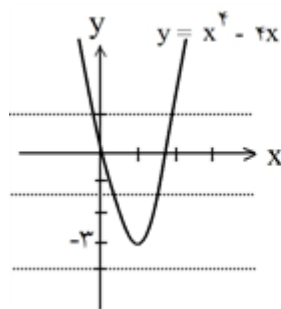
$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \xrightarrow[n=15]{a_1=1, d=\frac{1}{2}} S_{15} = \frac{15}{2} \left[2 \times (1) + (15-1) \times \frac{1}{2} \right]$$

$$\Rightarrow S_{15} = 67/5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. جواب‌های معادله‌ی $x^4 - 4x + a = 0$ یا $x^4 - 4x = -a$ همان طول‌های نقاط تلاقی ۴۸

منحنی تابع $y = x^4 - 4x$ و خط افقی $y = -a$ می‌باشند، ابتدا منحنی تابع $y = x^4 - 4x$ را رسم می‌کنیم:

$$y = x^4 - 4x \Rightarrow y' = 4x^3 - 4 \xrightarrow{y'=0} x = 1$$



x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		+
y	$+\infty$	-3 min	$+\infty$

همان‌طور که مشاهده می‌شود خط افقی $y = k$ به ازای $k > 0$ در دو نقطه، یکی با طول مثبت و دیگری با طول منفی، منحنی تابع را قطع می‌کند، پس باید $-a > 0$ باشد یعنی $a < 0$.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی $4x^2 - 12x + 1 = 0$ دارای دو جواب مثبت است $(\alpha, \beta > 0)$ ، حال عبارت خواسته ۴۹

شده را بر حسب S و P می‌نویسیم:

$$A = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} \xrightarrow[\alpha > 0, \beta > 0]{\text{طرفین به توان } 2} A^2 = \frac{(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2}{(\sqrt{\alpha\beta})^2}$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} \xrightarrow[S=\alpha+\beta]{P=\alpha\beta} A^2 = \frac{S + 2\sqrt{P}}{P}$$

حال مقدار A^2 را با توجه به مقادیر $S = \frac{-b}{a} = \frac{12}{4} = 3$ و $P = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\xrightarrow[S=3]{P=\frac{1}{4}} A^2 = \frac{3 + 2\sqrt{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4}} \Rightarrow A^2 = 16 \xrightarrow{A>0} A = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۰

$$a_1 + a_4 + a_7 + a_{10} = 15 \Rightarrow \frac{4}{2}(2a_1 + (4-1)d) = 15 \Rightarrow 4a_1 + 6d = 15 \quad (1)$$

$$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \xrightarrow{+S_4} a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 15 + 30 \Rightarrow S_9 = 45$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2}(2a_1 + (9-1)d) = 45 \Rightarrow a_1 + 4d = 5 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ a_1 + 4d = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ -4a_1 - 16d = -20 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{1}{2}, a_1 = 3$$

$$\Rightarrow a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق تعریف واسطه‌ی هندسی داریم: ۵۱

$$x_1 x_2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow x_1 x_2 = 2$$

از طرفی حاصل ضرب جواب های معادله‌ی داده شده برابر با $\frac{c}{a} = \frac{m^2 - 3}{m}$ می‌باشد، پس داریم:

$$\frac{m^2 - 3}{m} = 2 \Rightarrow m^2 - 3 = 2m \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow (m - 3)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$$

فقط $m = -1$ قابل قبول می‌باشد، زیرا به ازای $m = 3$ ، دلتای معادله منفی بوده و معادله فاقد جواب می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۲

$$\begin{cases} a_{12} - a_1 = 5 \\ a_{12} + a_1 = 25 \end{cases} \Rightarrow a_{12} = 15, a_1 = 10 \Rightarrow d = \frac{a_{12} - a_1}{12 - 1} = \frac{5}{11}$$

$$d = \frac{a_{21} - a_1}{21 - 1} \Rightarrow a_{21} = a_1 + 11d = 10 + 11 \cdot \left(\frac{5}{11}\right) = \frac{75}{2} = 37\frac{1}{2}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با تعریفی که برای هردسته در صورت مساله ارائه شده است، دسته‌ی دهم دنباله‌ای به صورت $\{a_n\} = 82, 83, 84, \dots, 100$ که یک دنباله حسابی متناهی با جمله‌ی اول $a_1 = 82$ و قدر نسبت $d = 1$ و جمله‌ی آخر $a_{19} = 100$ می‌باشد. پس مجموع این ۱۹ جمله برابر است با: ۵۳

$$S_{19} = \frac{19}{2} [82 + 100] = \frac{19}{2} \times 182 = 1729$$

$$\begin{cases} 11 \times \frac{4}{100} = 4/4 \\ 4 \times \frac{7}{100} = 2/8 \end{cases} \Rightarrow 4/4 + 2/8 = 7/2 \quad \text{جرم کل رنگ}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۵۴

فرض می‌کنیم با تبخیر x کیلوگرم محلول، غلظت آن به ۵۰٪ می‌رسد. داریم:

$$\frac{7/2}{15 - x} = \frac{50}{100} \Rightarrow 15 - x = 14/4 \Rightarrow x = 0.6 \text{ کیلوگرم}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \\ > 0 \text{ (حاصل ضرب دو ریشه)} \\ < 0 \text{ (مجموع دو ریشه)} \end{array} \right.$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$\Delta = (a+3)^2 - 4a(-1) > 0 \Rightarrow a^2 + 10a + 9 > 0$$

$$\Rightarrow (a+9)(a+1) > 0 \Rightarrow a > -1 \text{ یا } a < -9 \quad (1)$$

$$> 0 \text{ (حاصل ضرب دو ریشه)} \Rightarrow \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{-1}{a} > 0 \Rightarrow a < 0 \quad (2)$$

$$< 0 \text{ (مجموع دو ریشه)} \Rightarrow -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{-(a+3)}{a} < 0 \Rightarrow a > 0 \text{ یا } a < -3 \quad (3)$$

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow a < -9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۶

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha - \frac{\beta}{2} = 5 \\ \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 8 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{3\beta}{2} = 3 \Rightarrow \beta = 2, \alpha = 6$$

$$\alpha\beta = m \Rightarrow m = 6 \times 2 = 12$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۷

۳۲۴ و a_2 و a_3 و a_4 و a_5

$$a_5 = 324 \Rightarrow a_1 q^4 = 324 \Rightarrow q^4 = \frac{324}{4} = 81 \Rightarrow q = 3$$

$$S_5 = \frac{a_1(q^5 - 1)}{q - 1} = \frac{4(3^5 - 1)}{2} = 2(242) = 484$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۸

(۲۰ عدد فرد) و ... و (۱۱ و ۹ و ۷) و (۵ و ۳) و (۱)

دسته ی بیستم

$$\text{پس مد نظر سؤال یافتن عدد فرد } 210 = \frac{20 \times 21}{2} = 210 \text{ می باشد.}$$

$$\text{فرد } (210) = 2(210) - 1 = 419$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این که $(\alpha^2\beta, \alpha\beta^2)$ مجموعه ی جواب های معادله ی $\lambda x^2 + kx - 1 = 0$ هستند، ۵۹

برای محاسبه ی مقدار k کافی است مجموع ریشه ها را بیابیم:

$$S' = \frac{-b}{a} \Rightarrow \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \frac{-k}{\lambda} \Rightarrow (\alpha\beta)(\alpha + \beta) = \frac{-k}{\lambda} \quad (*)$$

اما از آن جا که α و β ریشه های معادله ی $2x^2 - 3x - 1 = 0$ هستند، بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2} \\ \alpha\beta = \frac{-1}{2} \end{array} \right. \quad (*) \rightarrow \frac{3}{2} \left(\frac{-1}{2} \right) = \frac{-k}{\lambda} \Rightarrow k = 6$$

۶۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. خواسته‌ی مسأله مجموع جملات a_7 تا a_{18} است، یعنی:

$$S = a_7 + a_8 + \dots + a_{18}$$

با توجه به این‌که $S_n = \frac{n(n-1)}{6}$ را داریم برای محاسبه‌ی S کافی است مجموع شش جمله‌ی اول را از مجموع ۱۸

جمله‌ی اول کم کنیم. بنابراین:

$$S = S_{18} - S_6 \Rightarrow S = \frac{18(18-1)}{6} - \frac{6(6-1)}{6} = 9 - (-9) = 18$$

۶۱ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. جمله‌ی اول تصاعد $t_1 = 4$ و جمله‌ی سوم آن $t_3 = 9$ است. اگر قدر نسبت دنباله را q بنامیم، طبق روابط دنباله‌ی هندسی (تذکره ۴):

$$t_3 = t_1 q^2 \Rightarrow 9 = 4q^2 \Rightarrow q = \pm \frac{3}{2}$$

اگر q منفی باشد، جملات دنباله یکی در میان مثبت و منفی می‌شود و دنباله غیریکنواست. پس جواب قابل قبول $q = \frac{3}{2}$

است. به این ترتیب مجموع شش جمله‌ی اول تصاعد برابر است با:

$$S_6 = \frac{t_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{4\left(1-\left(\frac{3}{2}\right)^6\right)}{1-\frac{3}{2}} = \frac{4\left(1-\frac{729}{64}\right)}{-\frac{1}{2}} = -8 + \frac{729}{8} = \frac{665}{8} = 83 + \frac{1}{8}$$

۶۲ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$

شرط این‌که نمودار تابع درجه‌ی ۲، f بالای محور x ‌ها باشد، این است که $\Delta < 0$ و ضریب x^2 مثبت باشد.

$$a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$$

$$\Delta' = (\sqrt{2})^2 - a(a-1) = 2 - a^2 + a \xrightarrow{\Delta' < 0} 2 - a^2 + a < 0$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 > 0 \Rightarrow (a-2)(a+1) > 0 \Rightarrow a < -1 \text{ یا } a > 2$$

با توجه به شرط $a > 1$ پس $a > 2$ صحیح است.

۶۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تساوی $(f \circ f)(a) = a$ به جهت وارون‌پذیر بودن f در صورتی حاصل می‌شود که $f(a) = a$

شود، زیرا در این صورت خواهیم داشت: $(f \circ f)(a) = f(f(a)) = f(a) = a$ ، لذا برای تعیین a کافی است معادله $f(x) = x$ را حل کنیم.

$$f(x) = x \Rightarrow 4x - x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 9 = x \Rightarrow 3x + 9 - x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} = 0$$

$$\Rightarrow (x+3)(3-\sqrt{x}) = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$$

$$\Rightarrow a = 9 \Rightarrow f(a-5) = f(9-5) = f(4) = 16 - 8 + 9 = 11$$

۶۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای محاسبه $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ ابتدا $f\left(\frac{1}{2}\right)$ را حساب می‌کنیم که می‌شود:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

حال با توجه به ضابطه دوم g داریم:

$$f \circ g\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(g\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{2} - 3\right) = f\left(-\frac{7}{2}\right) = -2\left(-\frac{7}{2}\right) + 1 = 8$$

$$f(f(a)) = a$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۵

$$f(a) = f^{-1}(a) = 6a - a\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + 10 = a \Rightarrow 5a + 10 - a\sqrt{a} - 2\sqrt{a} = 0$$

$$5(a+2) - \sqrt{a}(a+2) = 0$$

$$(a+2)(5-\sqrt{a}) = 0 \begin{cases} a = -2 & \text{غ ق چون } a \text{ زیرا رادیکال است} \\ 5 = \sqrt{a} \Rightarrow 25 = a & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$f(25-9) = f(16) = 6(16) - 6(4) - 2(4) + 10 = 34$$

$$g(-4) \Rightarrow \begin{cases} -x+4 & f(-4) \geq 0 \\ x-4 & f(-4) < 0 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۶

$$g(-4) = \text{ضابطه اول} = -(-4) + 4 = 8$$

$$f(-4) = \text{ضابطه دوم} = -2(-4) + 7 = 19$$

$$f(\overset{\wedge}{g(-4)}) = 8 + 1 = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۷

$$f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ \text{یا} \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow f(f(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ \text{یا} \\ f(x) = -1 \end{cases}$$

پس این معادله دارای ۳ ریشه $\{2, 0, -2\}$ می‌باشد.

$$f(x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 1 \Rightarrow x = 2 \quad \checkmark \\ \text{یا} \\ x+1 = 1 \Rightarrow x = 0 \quad \times \end{cases}$$

$$f(x) = -1 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = -1 \Rightarrow x = 0 \quad \checkmark \\ x+1 = -1 \Rightarrow x = -2 \quad \checkmark \end{cases}$$

$$D_f = R \Rightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta_{mx^2-8x+39} < 0 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۸

پس سهمی زیر رادیکال مینیمم دارد و در نقطه مینیمم، f ماکزیمم می‌شود. بنابراین:

$$\frac{5}{\sqrt{y_S}} = 1 \Rightarrow y_S = 25 \Rightarrow -\frac{64 - 4 \times 39 \times m}{4m} = 25 \Rightarrow \frac{16 - 39m}{m} = -25$$

$$\Rightarrow 16 - 39m = -25m \Rightarrow 14m = 16 \Rightarrow m = \frac{16}{14} = \frac{8}{7} \Rightarrow [m] = 1$$

۶۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$D_f : x \geq -1, 1 - \sqrt{1+x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} \leq 1 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow D_f = [-1, 0]$$

$$\sqrt{x+1} \text{ صعودی } \Rightarrow 1 - \sqrt{1+x} \text{ نزولی } \Rightarrow f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1+x}} \text{ نزولی}$$

$$\Rightarrow f(-1) = 1, f(0) = 0 \Rightarrow R_f = [0, 1]$$

نمودار تابع فقط در ناحیه دوم است پس نمودار تابع وارون در ناحیه چهارم واقع می‌شود و تنها نقطه‌ی مشترک همان $(0, 0)$ است.

۷۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خط از نقطه $(20, 1)$ می‌گذرد، پس وارون تابع هم از این نقطه می‌گذرد، در نتیجه تابع f از نقطه $(1, 20)$ عبور می‌کند.

$$\Rightarrow f(1) = a + 8 = 20 \Rightarrow a = 12$$

۷۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(\sqrt{5}) = 5 - [\sqrt{5}] = 3 \Rightarrow f(af(\sqrt{5})) = f(3a) = 9a^2 - [3a] = 2$$

با توجه به گزینه‌ها، $a = -\frac{1}{3}$ جواب است. جواب‌های دیگر معادله $a = \frac{2}{3}$ و $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$ است.

$$f(x) = \sqrt{x} \sqrt{mx - 1}$$

۷۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$5y - 10x = 12 \xrightarrow{y=7/2} x = 2/4 \Rightarrow (2/4, 7/2) \in f^{-1}$$

$$(7/2, 2/4) \in f$$

$$\Rightarrow 2/4 = \sqrt{7/2} \sqrt{7/2m - 1}$$

$$2/4 \times 2/4 = 7/2(7/2m - 1)$$

$$0/8 = 7/2m - 1 \Rightarrow m = \frac{1}{4} \Rightarrow f(16) = 4\sqrt{2}$$

۷۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$10 = 12 - x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, 10) \in f^{-1} \Leftrightarrow (10, 2) \in f$$

$$y = 12 - x \xrightarrow{\text{وارون}} y = 12 - x \Rightarrow 12 - x = \sqrt{x - 2} \sqrt{mx - 1} \xrightarrow{x=10}$$

$$2 = \sqrt{10 - 2} \sqrt{10m - 1} \Rightarrow 4 = 10 - 2\sqrt{10m - 1} \Rightarrow \sqrt{10m - 1} = 3 \Rightarrow m = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{x - 2} \sqrt{x - 1} \Rightarrow f(m + 4) = f(5) = 1$$

۷۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{x+2}{2x-1} \Rightarrow 2yx - y = x + 2 \Rightarrow x(2y-1) = y+2 \Rightarrow x = \frac{y+2}{2y-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+2}{2x-1} = f(x)$$

$$f^{-1}(x) = f(x) \Leftrightarrow \text{fof}(x) = x$$

$$f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1}(x) = \text{fo}(\text{fof})(x) = f(x) \xrightarrow{x=4} f(4) = \frac{4+2}{8-1} = \frac{6}{7}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۵

$$g(f(g(x+2))) = 2 \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}} f(g(x+2)) = 2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1}{2}g(x+2) - 1 \right| = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}g(x+2) - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} g(x+2) = -2 \\ \text{یا} \\ g(x+2) = 6 \end{cases}$$

انتقال افقی، تعداد ریشه‌ها را تغییر نمی‌دهد و با توجه به نمودار که تابع g با دامنه R اکیداً صعودی است. هر کدام از معادلات بالا یک جواب دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع داده شده اکیداً صعودی است، پس وارون خود را روی خط $y = x$ قطع می‌کند. ۷۶

$$x^2 + 3x - 12 = x \Rightarrow x^2 + 2x - 12 = 0 \quad \text{داریم:}$$

$$x = 2 \text{ جواب معادله بالا است:}$$

$$x^2 + 2x - 12 = (x-2)(x^2 + 2x + 6) = 0$$

$\Delta < 0$

پس $x = 2$ تنها جواب حقیقی معادله مذکور است. یعنی نقطه تقاطع تابع داده شده با وارونش $(2, 2)$ است. فاصله این

نقطه از مبدأ مختصات $2\sqrt{2}$ است.

$$y = |x+1| - 3|x-2| \Rightarrow \begin{cases} 2x-7 & ; x < -1 \\ 4x-5 & ; -1 \leq x < 2 \\ -2x+7 & ; x \geq 2 \end{cases} \quad \text{گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۷}$$

تابع روی بازه $[2, +\infty)$ نزولی است:

$$f(x) = -2x + 7; x \geq 2 \Rightarrow y \leq 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}(x-7) = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}; x \leq 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۸

$$f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2})}{2(\sqrt{2}) - \sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$f(f(\sqrt{2})) = \frac{\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{\frac{2}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

از داخلی‌ترین تابع شروع می‌کنیم:

$$f(f(f(\sqrt{2}))) = f(\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

راه دوم:

$$f(x) = f^{-1}(x) \Leftrightarrow fof(x) = x \quad \text{نکته: در تابع هموگرافیک } f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ اگر } d = -a \text{ داریم:}$$

$$(fofof)(\sqrt{2}) = f(\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{پس:}$$

$$f(x) = x^2 \sqrt{x^2} = \begin{cases} x^3 & x \geq 0 \\ -x^3 & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.} \quad (79)$$

تابع پایینی نزولی است پس باید وارون این قسمت را بیابید. چون دامنه این قسمت $x \leq 0$ است پس برد $y \geq 0$ است. در تابع وارون جای دامنه و برد باید عوض شود.

$$y = -x^3 \Rightarrow -y = x^3 \Rightarrow -\sqrt[3]{y} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt[3]{x} \text{ و } x \geq 0.$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ضابطه‌های fog و gof را به دست می‌آوریم: (80)

$$\text{fog} = \begin{cases} -1 & ; x < -\sqrt{2} \text{ یا } x > \sqrt{2} \\ 1 - x^2 & ; -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \\ \cdot & ; x < -1 \\ 1 - x^2 & ; -1 \leq x \leq 1 \\ \cdot & ; x > 1 \end{cases}$$

$$\text{gof} = \begin{cases} \cdot & ; x < -1 \\ 1 - x^2 & ; -1 \leq x \leq 1 \\ \cdot & ; x > 1 \end{cases}$$

$$(\text{gof} - \text{fog})(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; -\sqrt{2} \leq x \leq -1 \text{ یا } 1 \leq x \leq \sqrt{2} \\ \cdot & ; \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad \text{پس داریم:}$$

بیشترین مقدار این تابع به ازای $x = \pm\sqrt{2}$ و برابر ۱ به دست می‌آید.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به ترکیب توابع و مفهوم وارون یک تابع داریم: (81)

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(-9) = f^{-1}(g^{-1}(-9))$$

$$g^{-1}(-9) = b \Rightarrow g(b) = -9 \Rightarrow \frac{3-b}{2} = -9 \Rightarrow b = 21$$

$$f^{-1}(21) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 21 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 9 = 21 \xrightarrow{x \geq 2} \alpha = 6$$

$$f^{-1}(20) = ?$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (82)

$$x + \sqrt{x} = 20 \Rightarrow \sqrt{x} = 20 - x \Rightarrow x^2 - 41x + 400 = 0$$

$$(x - 25)(x - 16) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 16 \text{ ق ق} \\ x = 25 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$g^{-1}(16) = ?$$

$$\frac{9x + 6}{1 - x} = 16 \Rightarrow 16 - 16x = 9x + 6 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۳

$$f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-1} \Rightarrow \begin{cases} 9-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \\ x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \end{cases}$$

$$D_f = [-3, 1) \cup (1, 3]$$

$$(k-2, 3k+2) \subset D_f \Rightarrow \begin{cases} \text{اشتراک ندارد} \Rightarrow k-2 \geq 1 \Rightarrow k \geq 3 \\ 3k+2 \leq 3 \Rightarrow k \leq \frac{1}{3} \end{cases}$$

یا

$$\begin{cases} 3k+2 \leq 1 \Rightarrow k \leq -\frac{1}{3} \\ k-2 \geq -3 \Rightarrow k \geq -1 \end{cases} \Rightarrow k \in \left[-1, -\frac{1}{3}\right]$$

بهترین گزینه، گزینه‌ی ۴ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموع جملات a تا a_9 را برابر ۱۹ قرار می‌دهیم: ۸۴

$$a_1 + a_2 + \dots + a_9 = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + (a_5 + a_6 + a_7) + (a_8 + a_9)$$

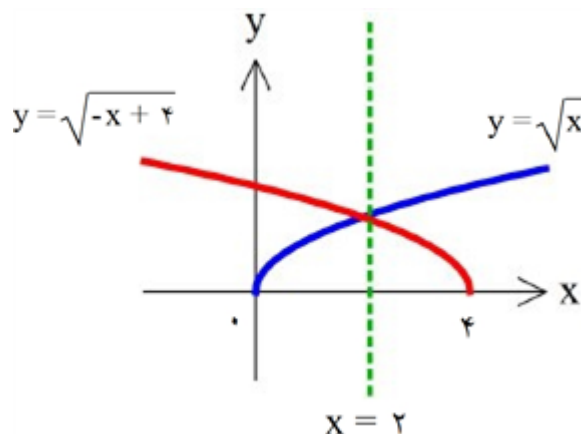
$$= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) + (4 + 2 + 0) + (1 + a + 1 + a + 2 + a)$$

$$= 25 + 3a = 19 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow \begin{cases} a_{2^0} = 2^0 = 1 \cdot 2^0 = 1 \\ a_{2^9} = \left[\frac{2^9}{9+2} \right] - 2 = 2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{میانگین جملات } 2^0 \text{ و } 2^9 = \frac{a_{2^9} + a_{2^0}}{2} = \frac{2^0}{2} = 2^0 = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا باید به جای x ، $x-4$ قرار دهیم (۴ واحد به طرف راست) و سپس حاصل را قرینه کنیم ۸۵

(قرینه نسبت به محور y ها). دو نمودار $y = \sqrt{x}$ و $y = \sqrt{-(x-4)}$ را رسم می‌کنیم.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۶

$$g^{-1} = \{(3, 2), (2, 4), (6, 5), (1, 3)\} \quad \left. \begin{array}{l} f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\} \\ \Rightarrow (g^{-1} \text{ of } f) = \{(1, 4-2), (4, 5-6)\} = \{(1, 2), (4, -1)\} \\ R = \{2, -1\} \end{array} \right\} g^{-1} \text{ of } = \{(1, 4), (4, 5)\}$$

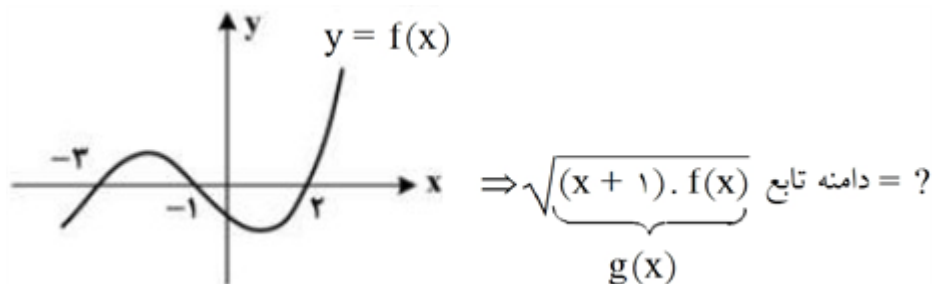
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۷

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{2 - |x + 1|}{x + |x|} = \begin{cases} x \leq 0 & \text{تعریف نشده} \\ \frac{2-x-1}{2x} & x > 0 \end{cases}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{1-x}{2x} = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2}, x > 0$$

$$x > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} > 0 \Rightarrow \frac{1}{2x} > 0 \Rightarrow \frac{1}{2x} - \frac{1}{2} > -\frac{1}{2} \Rightarrow R_f = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۸



x	-3	-1	2
x + 1	-	-	+
f(x)	-	+	-
g(x)	+	-	-

$$g(x) \geq 0 \Rightarrow (-\infty, -3] \cup \{-1\} \cup [2, +\infty)$$

چون گفته تابع غیر نقطه ای است بنابراین -۱ از دامنه حذف می شود و در نتیجه دامنه به صورت زیر نوشته می شود.
 $(-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای به دست آوردن قرینه‌ی هر نقطه یا منحنی نسبت به نیم‌ساز ربع اول، کافی است جای x و y را باهم عوض کنیم. ۸۹

$$ax + by = 8 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } y=x} bx + ay = 8$$

این خط باید بر خط $2x - 3y = b$ منطبق باشد، پس:

$$\frac{b}{2} = \frac{a}{-3} = \frac{8}{b} \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \Rightarrow a = -6 \Rightarrow a + b = -2 \\ b = -4 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a + b = 2 \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۰

$$g^{-1}(f(a)) = 3 \Rightarrow f(a) = g(3) = -2 \Rightarrow -\sqrt{-a} = -2 \Rightarrow \sqrt{-a} = 2 \Rightarrow -a = 4 \Rightarrow a = -4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر نمودار تابع f بالاتر از نمودار تابع g باشد، در این صورت داریم

$$f - g < 0 \iff g < f \iff \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} < 2 \iff 2 - \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} > 0$$

پایین خط $y = 2$ باشد، باید داشته

باشیم:

$$2 > \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} \Rightarrow 2 - \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} > 0 \Rightarrow \frac{2x^2 + 8 - 3x^2 + 2x}{x^2 + 4} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2 + 2x + 8}{x^2 + 4} > 0 \xrightarrow{\text{مخرج همواره مثبت}} -x^2 + 2x + 8 > 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 8 < 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) < 0 \Rightarrow x \in (-2, 4) = (a, b) \Rightarrow a = -2, b = 4$$

بنابراین بیشترین مقدار $b - a$ (بیشترین طول بازه) برابر است با $4 - (-2) = 6$.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = x - \sqrt{x}, f(6) = 0, f\left(-\frac{1}{4}\right) = 0$$

$$f(g(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = 6 \\ g(x) = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$g(x) = 6 \Rightarrow x - \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x - \sqrt{x} - 6 = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9 \\ \sqrt{x} = -2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$g(x) = -\frac{1}{4} \Rightarrow x - \sqrt{x} = -\frac{1}{4} \Rightarrow x - \sqrt{x} + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

بنابراین ریشه‌ها ۹ و $\frac{1}{4}$ می‌باشند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

(الف) شرط تابع بودن: هیچ دو زوج مرتب متمایز، مولفه‌ی اول برابر نداشته باشند.

$$(3, 2) = (3, a^2 - a) \Rightarrow a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

(ب) شرط یک‌به‌یک بودن: هیچ دو زوج مرتب متمایز، مولفه‌ی دوم برابر نداشته باشند.

$$(3, 2) = (b, 2) \Rightarrow b = 3$$

اما از میان دو مقدار به‌دست آمده برای a ، باید یکی را به گونه‌ای انتخاب کنیم که شرایط الف و ب کماکان برقرار بماند. در نتیجه فقط $a = 2$ قابل قبول می‌باشد. زیرا اگر $a = -1$ باشد، دو زوج مرتب $(-1, 4)$ و $(-1, 5)$ در مجموعه دیده می‌شوند که در آن صورت مجموعه‌ی حاصل تابع نخواهد بود. در نتیجه $(a, b) = (2, 3)$ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با در نظر گرفتن $t = \frac{x}{2-x}$ داریم: ۹۴

$$\frac{x}{2-x} = t \Rightarrow 2t - xt = x \Rightarrow xt + x = 2t \Rightarrow (t+1)x = 2t \Rightarrow x = \frac{2t}{t+1}$$

حال با در دست داشتن نتیجه‌ی محاسبات فوق می‌توان نوشت:

$$g\left(\frac{x}{2-x}\right) = \frac{1}{2}x \Rightarrow g(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{2t}{t+1}\right) \Rightarrow g(t) = \frac{t}{t+1} \xrightarrow{t \rightarrow x} g(x) = \frac{x}{x+1}$$

روش دوم: با استفاده از عددگذاری برای پیدا کردن گزینه‌ی صحیح داریم:

$$x = 1 \Rightarrow f(1) \Rightarrow g(f(1)) = g(1) = \frac{1}{2}$$

حال در گزینه‌ها $x = 1$ را جایگذاری می‌کنیم که به ترتیب $\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{3}$ تعریف نشده، $\frac{1}{2}$ به دست می‌آیند.

$$f(x) = 2x - |4 - 2x| = \begin{cases} 2x + 4 - 2x & x > 2 \\ 2x - 4 + 2x & x \leq 2 \end{cases} \quad \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.} \quad \text{۹۵}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4 & x > 2 \\ 4x - 4 & x \leq 2 \end{cases}$$

به ازای $x \leq 2$ تابع یک به یک و وارون‌پذیر است.

$$x \leq 2 \Rightarrow 4x - 4 \leq 4 \Rightarrow y \leq 4$$

$$y = 4x - 4 \Rightarrow x = \frac{y+4}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 1 \quad (x \leq 4)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۶

$$f(2x-3) = 2x-3 - [2x-3] = 2x-3 - [2x] + 3 = 2x - [2x]$$

$$\Rightarrow g(x) = 2x - [2x] - 2(x - [x]) = 2x - [2x] - 2x + 2[x] = 2[x] - [2x] *$$

$$k \leq x < k + \frac{1}{2} \Rightarrow 2k \leq 2x < 2k + 1 \Rightarrow [x] = k, [2x] = 2k$$

$$\Rightarrow g(x) = 2k - 2k = 0 \quad (1)$$

$$k + \frac{1}{2} \leq x < k + 1 \Rightarrow 2k + 1 \leq 2x < 2k + 2$$

$$\Rightarrow [x] = k, [2x] = 2k + 1 \Rightarrow g(x) = 2k - 2k - 1 = -1 \quad (2)$$

$$\Rightarrow R_g = \{0, -1\}$$

* از این جا می‌شود فهمید که $g(x) \in \mathbb{Z}$ پس یا گزینه‌ی ۳ جواب است یا گزینه‌ی ۴.
نکته: برد تابع $y = [nx] - n[x]$ و $n \in \mathbb{N}$ مجموعه‌ی $\{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۷

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & 0 < x < 1 \\ \cdot & x = \cdot \\ -\sqrt{1-x^2} & -1 < x < \cdot \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c} \text{y=x} \\ \text{y=f(x)} \end{array}$$

$$\Rightarrow f \text{ نسبت به } y=x \text{ متقارن است.} \Rightarrow f^{-1}(x) = f(x)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۸

$$(f(\sqrt{x}))^2 - f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - x^2 - \frac{1}{x^2} = 2, x > 0.$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۹

برای تشکیل $f(f(x))$ به جای x در تابع f ، $f(x)$ را قرار می‌دهیم:

$$\rightarrow f(f(x)) = 2 - |2 - |x - 2|| = 2 - ||x - 2||$$

$$\Rightarrow f(f(x)) = 2 - |x - 2| \stackrel{(*)}{=} f(x) \text{ بنابراین } ||u|| = |u|, |-u| = |u| \text{ می‌دانیم}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

$$g^{-1} \circ f^{-1} = (f \circ g)^{-1}$$

پس ابتدا تابع $f \circ g$ را تشکیل می‌دهیم و سپس آن را معکوس می‌کنیم. برای تشکیل تابع $f \circ g$ از دامنه‌ی تابع g شروع می‌کنیم.

$$x = 2 : f(g(2)) = f(1) = 2 \Rightarrow (2, 2) \in f \circ g$$

$$x = 3 : f(g(3)) = f(2) = 3 \Rightarrow (3, 3) \in f \circ g$$

$$x = 5 : f(g(5)) = f(4) = 5 \Rightarrow (5, 5) \in f \circ g$$

پس تابع $f \circ g$ به صورت زیر است:

$$f \circ g = \{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$$

$$(f \circ g)^{-1} = \{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$$

و در نهایت تابع $(f \circ g)^{-1}$ را می‌یابیم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۱۰۱

۱) دامنه‌ی f به صورت $D_f = R^+$ و دامنه‌ی تعریف g به صورت $D_g = R - \{0\}$ است. پس این دو تابع برابر نیستند.

۲) دامنه‌ی f به صورت $D_f = R - \{0\}$ و دامنه‌ی تعریف g به صورت $D_g = R$ است. پس این دو تابع برابر نیستند.

۳) دامنه‌ی f به صورت $D_f = R^{\geq}$ و دامنه‌ی تعریف g به صورت $D_g = R$ است. پس این دو تابع برابر نیستند.

۴) دامنه‌ی هر دو تابع $D_f = D_g = R - \{0\}$ است. از طرفی در هر دو تابع $f(x) = g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$

بنابراین این دو تابع برابرند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۲

$$\text{نمودار} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ مجانب قائم} \Rightarrow a \left(\frac{1}{4}\right) + b = 0 \Rightarrow \frac{a}{4} + b = 0 \quad (*)$$

$$\text{نمودار} \Rightarrow f(7) = 3 \Rightarrow \text{Log} \frac{(7a+b)}{3} = 3 \Rightarrow 7a+b = 27 \xrightarrow{(*)} 7a - \frac{a}{4} = 27$$

$$\Rightarrow 27a = 4 \times 27 \Rightarrow a = 4 \xrightarrow{(*)} b = -1 \Rightarrow f(x) = \text{Log} \frac{(4x-1)}{3}, f^{-1}(-1) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = -1$$

$$\Rightarrow \text{Log} \frac{(4\alpha-1)}{3} = -1 \Rightarrow 4\alpha - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow 4\alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$

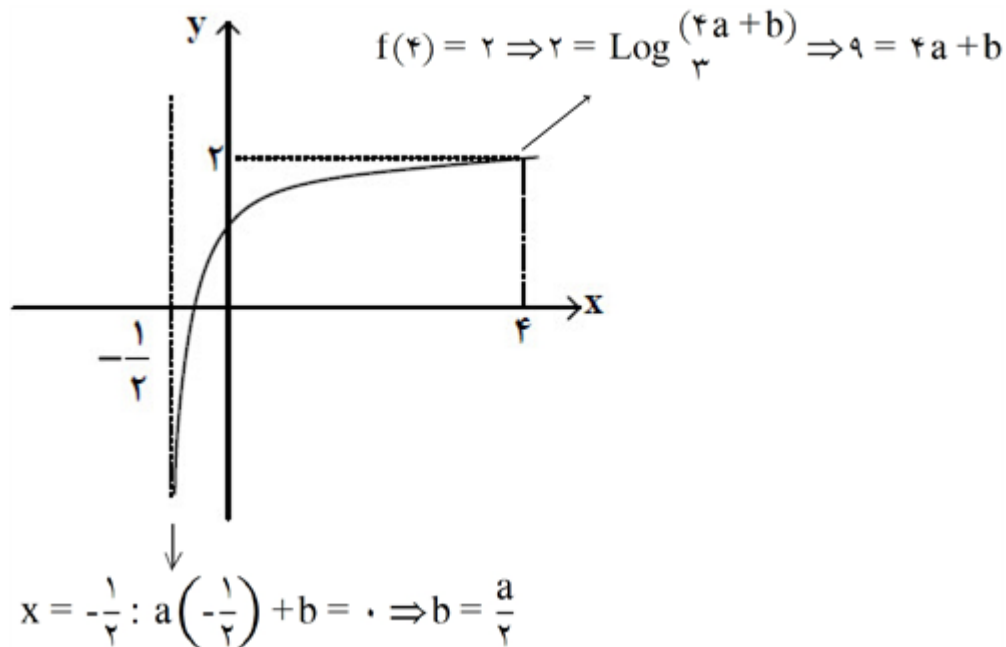
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۳

$$x_1 = -1 \text{ ریشه} \Rightarrow (a \log 2)(-1)^2 + a(-1) + b \log 2 = 0 \Rightarrow b \log 2 = a - a \log 2$$

$$\Rightarrow b \log 2 = a(1 - \log 2) \Rightarrow b \log 2 = a(\log 10 - \log 2) \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\log 5}{\log 2} = \log_2 5$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2})^{\frac{b}{a}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_2 5} = \left(2^{\log_2 5}\right)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۴



$$9 = 4a + \frac{a}{4} \Rightarrow 9 = \frac{17a}{4} \Rightarrow a = \frac{36}{17} \Rightarrow b = \frac{9}{17}$$

$$f(x) = \log_3 (4x + 1)$$

$$f^{-1}(-2) = ? \Rightarrow -2 = \log_3 (4x + 1) \Rightarrow 3^{-2} = 4x + 1 \Rightarrow \frac{1}{9} - 1 = 4x \Rightarrow -\frac{8}{9} = 4x \Rightarrow x = -\frac{2}{9}$$

$$-4ax^2 + bx + \frac{1}{4}c = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۵

$$\frac{1}{\alpha + \beta} = \frac{1}{\frac{-b}{-4a}} = \frac{4a}{b} = \log 4 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\log 4}{4}$$

$$b + c = 4a \xrightarrow{\div a} \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = 4 \Rightarrow \frac{4}{\log 4} + \frac{c}{a} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = 4 - \frac{4}{\log 4} = 4 - 2 \log_2 4 = \log_2 4 - \log_2 16 = \log_2 \frac{4}{16} = -\log_2 4$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(2^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\log_2 4} = 2^{\log_2 4} = 4 = 25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = \sqrt{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۶

$$\text{Log} \frac{(1-x)^2(1-x)^2}{10} = 5 \Rightarrow (1-x)^4 = 10^5 \Rightarrow 1-x = 10 \Rightarrow -x = 9$$

$$\text{Log} \frac{-x}{3} = \text{Log} \frac{9}{3} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۷

$$\Rightarrow \text{Log} \left(\frac{(2-x)}{(x-2)^2} \right) = 3 \Rightarrow -(x-2)^2 = 100 \Rightarrow x-2 = -10 \Rightarrow x = -8$$

$$\Rightarrow \text{Log} \sqrt[8]{2} = 3 \times 2 = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را حل می‌کنیم: ۱۰۸

$$\text{Log} \frac{((x-2)(x^2+2x+4))}{2} = \text{Log} \frac{(x^3-8)}{2} = 3 \Rightarrow x^3 - 8 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}}$$

$$\text{Log} \frac{x}{\sqrt[3]{2}} = \text{Log} \frac{2^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}} = 4 \quad \text{پس داریم:}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر هفته ۱۲/۵ درصد از دست می‌دهد و ۸۷/۵ درصد باقی ماند یعنی $\frac{5}{8}$ ماده اولیه باقی ۱۰۹

مانده است. از طرفی $\text{Log} \frac{5}{3} = \frac{10}{16}$ و $\text{Log} \frac{5}{3} = \frac{10}{6}$ است.

$$\left(\frac{5}{8}\right)^n A = \frac{1}{5}A \Rightarrow \left(\frac{5}{8}\right)^n = \frac{1}{5}$$

$$\text{Log} \left(\frac{5}{8}\right)^n = \text{Log} \frac{1}{5} = -\text{Log} \frac{5}{3}$$

$$n \left(\text{Log} \frac{5}{3} - 2 \text{Log} \frac{2}{3} \right) = -\text{Log} \frac{5}{3} \Rightarrow n \left(\frac{10}{6} - \frac{30}{16} \right) = -\frac{10}{6} \Rightarrow n = 8 \text{ هفته} \Rightarrow 56 \text{ روز}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱۰)

$$A(t) = A \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{8}{9}\right)^n = \frac{A(t)}{A} = \frac{1}{6} \Rightarrow n(3 \log 2 - 2 \log 3) = -(\log 2 + \log 3)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log 3 + \log 2}{2 \log 3 - 2 \log 2} = \frac{\log_2 3 + 1}{2 \log_2 3 - 2}$$

از طرفی از دو تساوی داده شده داریم:

$$\log_2 3 = \frac{\log_5 2}{\log_5 3} = \frac{2/4}{1/4} = \frac{12}{7} \Rightarrow n = \frac{\frac{12}{7} + 1}{\frac{24}{7} - 2} = \frac{19}{3}$$

یعنی در $\frac{19}{3}$ ساعت یا ۳۸۰ دقیقه مورد نظر حاصل می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۱)

$$3^x = 0.216 \xrightarrow{\log_3} \log_3 3^x = \log_3 0.216 \Rightarrow x = 3 - 3 \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = \frac{3-x}{3}$$

$$5^y = 675 \xrightarrow{\log_5} \log_5 5^y = \log_5 675 \Rightarrow y = \log_5 5^2 \times 3^2 \Rightarrow y = 2 + 2 \log_5 3$$

$$y = 2 + 2 \left(\frac{3}{3-x} \right) \Rightarrow y = \frac{15-2x}{3-x} \Rightarrow y = \frac{2x-15}{x-3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱۲)

$$g(1) = 4 \Rightarrow (1, 4) \in f \Rightarrow f(1) = 2 + 2^{b-a} = 4 \Rightarrow b-a = 1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(10) = -1 \Rightarrow f(-1) = 10 \Rightarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \Rightarrow 2^{b+a} = 8 \Rightarrow b+a = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} b=2, a=1 \Rightarrow 2b-a=3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۱۳)

$$g^{-1}(f^{-1}(0)) = \alpha \Rightarrow f^{-1}(0) = g(\alpha) \Rightarrow 0 = f(g(\alpha))$$

$$2x - 5 = 1 \Rightarrow x = 3 \quad (\log 1 = 0)$$

در تابع $f(3) = 0$ است زیرا:

$$\Rightarrow g(\alpha) = 3 = \alpha + \sqrt{2\alpha - 4} \Rightarrow 3 - \alpha = \sqrt{2\alpha - 4} \xrightarrow[\text{توان ۲}]{\alpha < 2} \alpha^2 - 6\alpha + 9 = 2\alpha - 4$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha = -13 \Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha + 16 = (\alpha - 4)^2 = 3 \Rightarrow \alpha = 4 - \sqrt{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طرفین رابطه $a^2 + 9b^2 = 10ab$ را با ab جمع می‌کنیم. (۱۱۴)

$$\Rightarrow a^2 + 6ab + 9b^2 = 16ab \Rightarrow (a + 3b)^2 = 16ab \Rightarrow \left(\frac{a + 3b}{4}\right)^2 = ab$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\Rightarrow \text{Log} \left(\frac{a + 3b}{4}\right)^2 = \text{Log} ab \Rightarrow 2 \text{Log} \left(\frac{a + 3b}{4}\right) = \text{Log} a + \text{Log} b$$

این یعنی $\text{Log} \frac{a + 3b}{4}$ واسطه حسابی $\text{Log} a$ و $\text{Log} b$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۵)

$$\text{فرض: } 5^x = 10 \Rightarrow 5^x = 5 \times 2 \Rightarrow 5^{x-1} = 2 \Rightarrow 5 = 2^{\frac{1}{x-1}}$$

$$2^{f(x)} = 20 = 2^2 \times 5 = 2^2 \times 2^{\frac{1}{x-1}} = 2^{2 + \frac{1}{x-1}} = 2^{\frac{2x-1}{x-1}} \Rightarrow f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

راه دوم:

$$5^x = 10 \Rightarrow x = \text{Log}_5 10 = \text{Log}_5 2 + \text{Log}_5 5 = \text{Log}_5 2 + 1 \Rightarrow \text{Log}_5 2 = x - 1$$

$$2^{f(x)} = 20 \Rightarrow f(x) = \text{Log}_2 20 = \frac{\text{Log}_5 20}{\text{Log}_5 2} = \frac{\text{Log}_5 2 + \text{Log}_5 10}{\text{Log}_5 2} = \frac{x-1 + x}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا حدود تغییرات تابع $y = -\sqrt{5 \sin^2 x - 1}$ را می‌یابیم: (۱۱۶)

$$0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 5 \sin^2 x - 1 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{5 \sin^2 x - 1} \leq 2$$

$$\Rightarrow -2 \leq -\sqrt{5 \sin^2 x - 1} \leq 0 \Rightarrow 2^{-2} \leq 2^{-\sqrt{5 \sin^2 x - 1}} \leq 2^0 \Rightarrow R_f = \left[\frac{1}{4}, 1\right]$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{5}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۷)

$$4^x + 15 = 2^{(x+2)} = 2^2 \times 2^x = 4 \times 2^x \Rightarrow 4^x - 4 \times 2^x + 15 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 4 \times 2^x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x - 5)(2^x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 5 \Rightarrow x_1 = \text{Log}_2 5 \\ 2^x = 3 \Rightarrow x_2 = \text{Log}_2 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب ها: } x_1 + x_2 = \text{Log}_2 5 + \text{Log}_2 3 = \text{Log}_2 15$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\text{Log} \frac{x}{y} = \frac{1}{\text{Log} \frac{y}{x}}$ است. پس تساوی داده شده به صورت زیر خواهد شد: (۱۱۸)

$$\frac{1}{\text{Log} \frac{a}{c}} + \frac{1}{\text{Log} \frac{b}{c}} = \frac{\text{Log} \frac{a}{c} + \text{Log} \frac{b}{c}}{\text{Log} \frac{a}{c} \cdot \text{Log} \frac{b}{c}} = \frac{\text{Log} \frac{ab}{c}}{\text{Log} \frac{a}{c} \cdot \text{Log} \frac{b}{c}} = 1 \Rightarrow \text{Log} \frac{a}{c} \cdot \text{Log} \frac{b}{c} = \text{Log} \frac{ab}{c}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ضابطه تابع را به صورت دیگری خواهیم نوشت: (۱۱۹)

$$f(x) = \text{Log} \frac{(12 + \sqrt{[x]} - [x])^{-1}}{2^{-1}} - 1 \Rightarrow \text{Log} \frac{(12 + \sqrt{[x]} - [x])}{2} - 1 = \text{Log} \left(\frac{49}{2} - \left(\sqrt{[x]} - \frac{1}{2} \right)^2 \right) - 1$$

در نوشتن ضابطه‌ی اخیر، از تغییر متغیر $t = \sqrt{[x]}$ استفاده کرده‌ایم و عبارت درجه دوم حاصل را به صورت مربع کامل نوشته‌ایم. حال داریم:

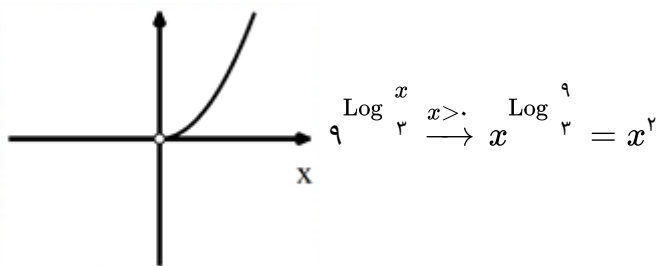
$$\text{Log} \frac{3}{2} < f(x) < \text{Log} \frac{5}{2} \Rightarrow \text{Log} \frac{3}{2} < \text{Log} \left(\frac{49}{2} - \left(\sqrt{[x]} - \frac{1}{2} \right)^2 \right) - 1 < \text{Log} \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 6 < \frac{49}{2} - \left(\sqrt{[x]} - \frac{1}{2} \right)^2 < 10 \Rightarrow \frac{9}{4} < \left(\sqrt{[x]} - \frac{1}{2} \right)^2 < \frac{25}{4} \Rightarrow \frac{3}{2} < \sqrt{[x]} - \frac{1}{2} < \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 2 < \sqrt{[x]} < 3 \Rightarrow 4 < [x] < 9 \Rightarrow 5 \leq x < 9$$

یعنی دامنه‌ی تابع بازه‌ی $(5, 9)$ بوده است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۲۰)



$$\frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|} > \cdot$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۱)

$$-|x| + \sqrt{|x|} + 6 > \cdot \sqrt{|x|} = t \Rightarrow -t^2 + t + 6 > \cdot \Rightarrow t^2 - t - 6 < \cdot$$

$$\Rightarrow (t-3)(t+2) < \cdot \Rightarrow -2 < t < 3$$

$$-2 < \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9$$

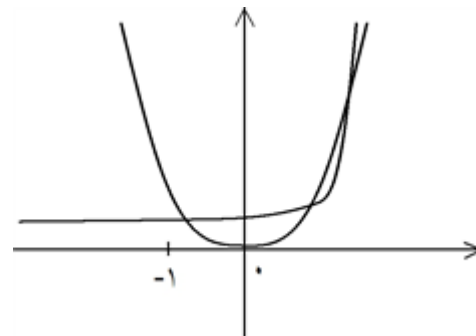
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۲)

$$\begin{aligned} & \left(\text{Log}_{21}^3\right)^2 + \text{Log}_{21}^{147} \text{Log}_{21}^{1323} = \left(\text{Log}_{21}^3\right)^2 + \text{Log}_{21}^{147} \text{Log}_{21}^{9 \times 147} \\ & = \left(\text{Log}_{21}^3\right)^2 + \text{Log}_{21}^{147} \left(\text{Log}_{21}^9 + \text{Log}_{21}^{147}\right) \xrightarrow{\text{Log}_{21}^3 = x \text{ و } \text{Log}_{21}^{147} = y} \\ & = x^2 + y(2x + y) = x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 = \text{Log}_{21}^{3 \times 147} = \left(\text{Log}_{21}^{21^2}\right)^2 = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲۳)

$$\begin{aligned} & \underbrace{\begin{vmatrix} \text{Log } 5 & \text{Log } 2 \\ \text{Log } 2 & \text{Log } 5 \end{vmatrix}}_{(\text{Log } 5)^2 - (\text{Log } 2)^2} \text{Log}_{\frac{5}{2}}^{(3x-2)} = 1 \\ & \underbrace{(\text{Log } 5 + \text{Log } 2)}_{\text{Log } 10} \underbrace{(\text{Log } 5 - \text{Log } 2)}_{\text{Log } \frac{5}{2}} \\ & \text{Log } \frac{5}{2} \times \text{Log}_{\frac{5}{2}}^{(3x-2)} = 1 \Rightarrow \cancel{\text{Log } \frac{5}{2}} \times \frac{\text{Log } (3x-2)}{\cancel{\text{Log } \frac{5}{2}}} = \text{Log } (3x-2) = 1 \Rightarrow 3x - 2 = 10 \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودارها را رسم می‌کنیم و به روش هندسی بررسی می‌کنیم. (۱۲۴)



با توجه به نمودار در بازه $[-1, 0]$ در یک نقطه متقاطع هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. A مقدار اولیه و هر بار ۴ درصد از آن کاسته می‌شود، بنابراین داریم: (۱۲۵)

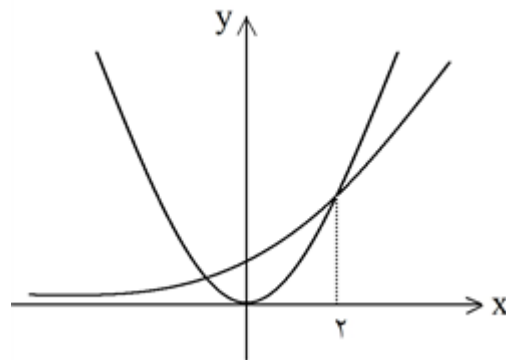
$$f(t) = A \cdot (1 - 0.04)^t \Rightarrow f(t) = A \cdot (0.96)^t \xrightarrow{f(t) = \frac{1}{3}A} \frac{1}{3}A = A \cdot (0.96)^t$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم. داریم:

$$\text{Log } \frac{1}{3} = \text{Log } (0.96)^t \Rightarrow -\text{Log } 3 = (\text{Log } 96 - \text{Log } 100)t \Rightarrow t = \frac{-\text{Log } 3}{5 \text{Log } 2 + \text{Log } 3 - 2} = \frac{-0.48}{-0.02} = 24$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به روش هندسی بررسی می‌کنیم. ۱۲۶

نمودارهای $y = 2^x$ و $y = x^2$ را رسم می‌کنیم. $2^x - x^2 = 0 \Rightarrow 2^x = x^2 \Rightarrow$



بنابراین در بازه $[0, 1]$ نقطه تلاقی ندارند، در نتیجه فاقد ریشه است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی ۱۰ درصد کم شود، یعنی ۹۰ درصد باقی می‌ماند پس: ۱۲۷

$$24 \times \left(\frac{90}{100}\right)^t = 8 \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^t = \frac{1}{3}$$

$$t(\text{Log } 9 - \text{Log } 10) = (-\text{Log } 3)$$

$$t = \frac{-0/48}{2 \times 0/48 - 1} = 12$$

از طرفین لگاریم می‌گیریم داریم:

$$t = 12 \times 30 = 360$$

پس ۱۲ ماه طول می‌کشد این اتفاق بیفتد. یعنی:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲۸

$$f(x) = 3^{Ax+B} \quad f(1) = g(1) \Rightarrow 3^{A+B} = 1 = 3^0 \Rightarrow A+B = 0$$

$$\Rightarrow A = 1, B = -1$$

$$g(x) = x^2 \quad f(3) = g(3) \Rightarrow 3^{2A+B} = 3^2 \Rightarrow 2A+B = 2$$

$$f(x) = 3^{x-1} \Rightarrow f(0) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲۹

$$\text{Log}(2x-5) + \text{Log}(x+1) = \text{Log}(4x-1) \Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 4x - 1$$

$$\text{Log}((2x-5)(x+1))$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 7x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{4} = \begin{cases} 4 \quad \checkmark \\ -\frac{1}{2} \times \text{خارج دامنه} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_r(2x+1) = \text{Log}_r 9 = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جمعیت با گذشت هر سال به $0/99$ مقدار قبلی کاهش می‌یابد. (۱۳۰)

$$f(n) = f \cdot (0/99)^n, f(n) = \frac{f}{2} \Rightarrow n = ? \Rightarrow \frac{f}{2} = f \cdot (0/99)^n \Rightarrow \frac{1}{2} = (0/99)^n$$

$$\Rightarrow \log_{0/99} \frac{1}{2} = n \Rightarrow n = \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log(0/99)} = \frac{-\log 2}{\log 99 - \log 100} = \frac{-0/3}{1/995 - 2} = 60$$

$$D_g : x^2 - 15x > 0 \Rightarrow x > 15 \text{ یا } x < 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۳۱)

$$D_f : 2 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x > 15 \text{ یا } x < 0 \mid \log(x^2 - 15x) \leq 2\}$$

$$\Rightarrow x^2 - 15x \leq 100 \Rightarrow x^2 - 15x - 100 \leq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 20 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_{f \circ g} = [-5, 0) \cup (15, 20]$$

$$x = 4 \Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow y = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۳۲)

$$x = 2 \Rightarrow 4y = 10 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned} A \begin{vmatrix} 4 \\ 5 \end{vmatrix} &\Rightarrow 5 = A \times 2^{4B} \\ B \begin{vmatrix} 2 \\ \frac{5}{2} \end{vmatrix} &\Rightarrow \frac{5}{2} = A \times 2^{2B} \end{aligned} \quad \div \Rightarrow \frac{5}{\frac{5}{2}} = \frac{A \times 2^{4B}}{A \times 2^{2B}} \Rightarrow 2^1 = 2^{2B} \Rightarrow 2B = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{2}$$

$$5 = A \times 2^{4 \times \frac{1}{2}} \Rightarrow A = \frac{5}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{4} (2)^{\frac{1}{2}x}$$

$$f^{-1}(10) = a \Rightarrow f(a) = 10 \Rightarrow \frac{5}{4} \times 2^{\frac{1}{2}a} = 10 \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}a} = 2^2 \Rightarrow a = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۳۳)

$$y = \sqrt{2^{\frac{1}{x}} - 2^x} \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} - 2^x \geq 0 \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} \geq 2^x$$

اگر $a > 1$ و $a^m \geq a^n$ آن‌گاه $m \geq n$ بنابراین:

$$\frac{1}{x} \geq x \Rightarrow \frac{1}{x} - x \geq 0 \Rightarrow \frac{1-x^2}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{1-x^2} \begin{array}{c} | \\ + \quad - \quad + \quad - \\ | \end{array} \Rightarrow D_y = (-\infty, -1] \cup (0, 1]$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۴

$$\text{Log}(2x - 1) + \frac{1}{2} \text{Log} x^2 = \text{Log} 3 \Rightarrow \text{Log}(2x - 1) + \text{Log}|x| = \text{Log} 3 \Rightarrow (2x - 1)|x| = 3$$

با توجه به این که $2x - 1 > 0$ است، پس $x > \frac{1}{2}$ و در نتیجه $|x| = x$ می‌باشد. لذا داریم:

$$(2x - 1)(x) = 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow (x + 1)(2x - 3) = 0 \begin{cases} \text{غ ق ق} & x = -1 \\ \text{ق ق} & x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

بنابراین برای یافتن لگاریتم $\frac{x}{3}$ در مبنای ۴ داریم:

$$x = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Log} \frac{1}{4} = \text{Log} \frac{2^{-1}}{2^2} = -\frac{1}{2} \text{Log} \frac{2}{2} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۳۵

$$x = 8 \text{Log} \frac{2\sqrt{2}}{4} \Rightarrow x = 8 \text{Log} \frac{2\sqrt{2}}{4} = 8 \text{Log} \frac{2^{\frac{3}{2}}}{2^2} = 8 \times \frac{2}{2} \Rightarrow x = 6$$

$$\text{Log} \frac{4(x+2)}{x} \xrightarrow{x=6} \text{Log} \frac{36}{6} = \text{Log} \frac{6^2}{6} = 2 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۶

$$2 \text{Log} x = 1 + \text{Log} \left(x + \frac{12}{5} \right) \Rightarrow \text{Log} x^2 - \text{Log} \left(x + \frac{12}{5} \right) = 1$$

$$\text{Log} \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 10 \Rightarrow x^2 = 10x + 24 \Rightarrow x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 12)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق} & x = -2 \notin D \\ & x = 12 \end{cases}$$

توجه کنید که به ازای $x = -2$ ، $\text{Log} x$ ها در معادله‌ی اصلی تعریف نشده است. حال به ازای $x = 12$ حاصل عبارت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{Log}_5(2x + 1) \xrightarrow{x=12} \text{Log}_5(24 + 1) = \text{Log}_5 25 = \text{Log}_5 5^2 = 2 \text{Log}_5 5 = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۷

$$\begin{aligned} f(-1) = 0 &\Rightarrow \text{Log}(-a + b) = 0 \Rightarrow -a + b = 1 \\ f(1) = -1 &\Rightarrow \text{Log}(a + b) = -1 \Rightarrow a + b = 2 \end{aligned} \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳۸

$$\begin{aligned} 2A &= 2\sqrt{2} \text{Cos}(18^\circ - 45^\circ) \text{Cos}(27^\circ + 27^\circ) + 2\sqrt{3} \text{Cos}(9^\circ - 27^\circ) \text{Sin}(18^\circ - 6^\circ) \\ &= 2\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) (\text{Sin} 27^\circ) + 2\sqrt{3} \text{Sin}(27^\circ) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -2 \text{Sin} 27^\circ + 3 \text{Sin} 27^\circ = \text{Sin}(27^\circ) \end{aligned}$$

$$\cos 210 = \cos (180 + 30) = -\cos 30 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳۹

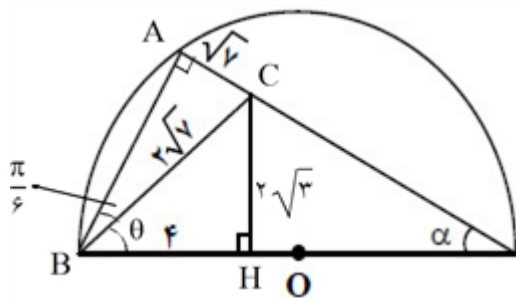
$$\sin 243 = \sin (270 - 27) = -\cos 27$$

$$\sin 135 = \sin (180 - 45) = \sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 153 = \cos (180 - 27) = -\cos 27$$

$$A = \sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{2}}{2} \times -\cos 27 - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times -\cos 27 = \frac{3}{2} \cos 27 + \cos 27 = \frac{5}{2} \cos 27$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴۰



$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ABC} = \frac{\pi}{6}$$

$$CH = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 4^2} = \sqrt{12 - 16} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow \tan\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \Rightarrow \cotg \alpha = \tan\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \cotg \alpha = \frac{\tan \theta + \tan \frac{\pi}{6}}{1 - \tan \theta \tan \frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{4}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \cotg \alpha = \frac{\frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{6}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{4\sqrt{3}}{6}}{\frac{1}{2}} \times 2 = \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۱

$$A = \frac{\sin(-270^\circ - 15^\circ) + 2 \cos(-90^\circ - 15^\circ)}{2 \sin(180^\circ - 15^\circ) + 3 \sin(360^\circ + 15^\circ)} = \frac{\cos 15^\circ - 2 \sin 15^\circ}{2 \sin 15^\circ + 3 \sin 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - 2 \sin 15^\circ}{5 \sin 15^\circ}$$

$$= \frac{1}{2} \cotg 15^\circ - \frac{2}{5}$$

$$\tan 15^\circ = \tan(60^\circ - 45^\circ) = \frac{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ}{\tan 60^\circ \tan 45^\circ} = \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{2}$$

$$= \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow \cotg 15^\circ = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$A = \frac{1}{5}(2 + \sqrt{3}) - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۴۲)

$$2 \sin \alpha < \sin 2\alpha \Rightarrow 2 \sin \alpha - \sin 2\alpha < 0 \Rightarrow 2 \sin \alpha (1 - \cos \alpha) < 0$$

$$\underbrace{2 \sin \alpha}_{> 0} \underbrace{(1 - \cos \alpha)}_{> 0} < 0$$

$$\Rightarrow \sin \alpha < 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0 \xrightarrow{\sin \alpha < 0} \cot \alpha < 0 \\ \Rightarrow \sin \alpha < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \text{ در ناحیه چهارم قرار دارد.}$$

$$\cot(B - C) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow B - C = 60^\circ \Rightarrow \cos(B - C) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۴۳)

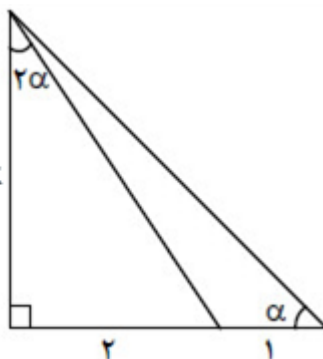
$$\frac{2 \cos(B + C) + 1}{4 \sin B \cos C} = \frac{2 \left(\cos(B + C) + \frac{1}{2} \right)}{4 \sin B \cos C} = \frac{2 \cos(B + C) + \cos(B - C)}{4 \sin B \cos C}$$

$$= \frac{2(\cos B \cos C - \sin B \sin C) + \cos B \cos C + \sin B \sin C}{4 \sin B \cos C} = \frac{4 \cos B \cos C}{4 \sin B \cos C} = \cot B$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۴۴)

$$\tan 2\alpha = \frac{2}{x} \xrightarrow{\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}} \frac{2}{x} = \frac{2 \left(\frac{x}{2} \right)}{1 - \frac{x^2}{4}}$$

$$\tan \alpha = \frac{x}{2} \Rightarrow 1 - \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3}{2} x^2 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



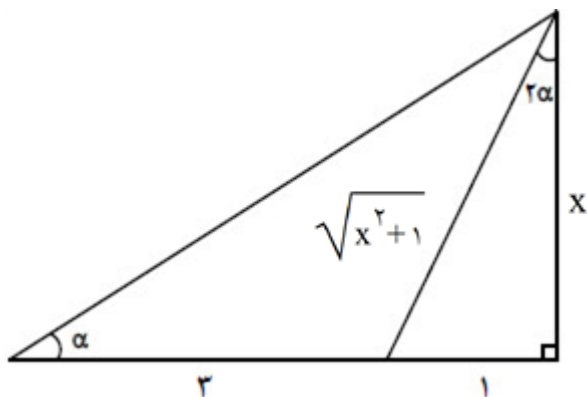
$$\cot \alpha = \frac{2}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

$$\tan(B - C) = \sqrt{3} \Rightarrow B - C = 60^\circ \Rightarrow \cos(B - C) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۴۵)

$$\frac{1 - 2 \cos(B + C)}{4 \sin B \cos C} = \frac{2 \left(\frac{1}{2} - \cos(B + C) \right)}{4 \sin B \cos C}$$

$$= \frac{2(\cos B \cos C + \sin B \sin C - \cos B \cos C + \sin B \sin C)}{4 \sin B \cos C} = \frac{4 \sin B \sin C}{4 \sin B \cos C} = \tan C$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۶

$$\tan \alpha = \frac{x}{1}, \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2x}{1 - x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{1 - x^2} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2x^2}{1 - x^2} = 1 \Rightarrow \frac{2x^2}{1 - x^2} = 1 \Rightarrow 2x^2 = 1 - x^2 \Rightarrow 3x^2 = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۷

روش اول: به ازای $\alpha = 0$ حاصل عبارت برابر ۱ و به ازای $\alpha = \frac{\pi}{2}$ برابر -۱ است که این تساویها فقط در گزینه ۳ دیده می‌شود.

$$\sin^4 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha)^2 = \cos^4 \alpha - 2 \cos^2 \alpha + 1$$

روش دوم:

$$\cos^4 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha)^2 = \sin^4 \alpha - 2 \sin^2 \alpha + 1$$

$$\Rightarrow T = \frac{\cos^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{\sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha + 1}{\sin^2 \alpha + 1} = \frac{(\cos^2 \alpha + 1)^2}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{(\sin^2 \alpha + 1)^2}{\sin^2 \alpha + 1}$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴۸

$$T = 2 \cos^2 x + \sqrt{2} (\sin x - \cos x) = 2 \cos^2 x + \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

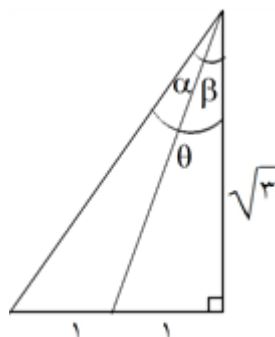
$$\xrightarrow{x = \frac{\pi}{12}} T = 2 \cos^2 \frac{\pi}{12} + \sqrt{2} \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۹

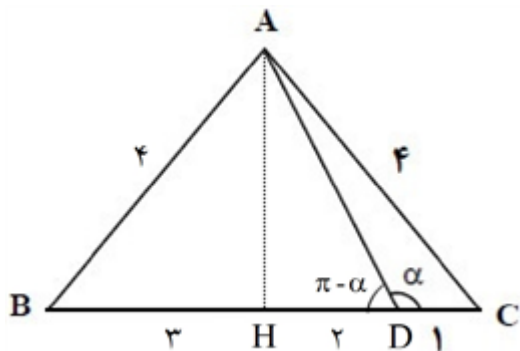
$$\theta = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha = \theta - \beta$$

$$\tan \alpha = \tan (\theta - \beta) = \frac{\tan \theta - \tan \beta}{1 + \tan \theta \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{0}{\frac{3}{2}} = 0$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع وارد بر قاعده را رسم می‌کنیم، داریم: ۱۵۰

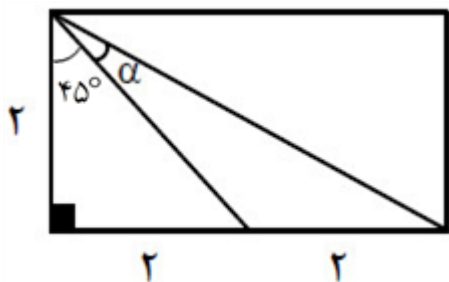


$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{r^2 - 4}$$

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{AH}{HD} = \frac{\sqrt{r^2 - 4}}{1}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{r^2 - 4}}{1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۱



$$\operatorname{tg}(\alpha + 45^\circ) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{r}{2} = 2$$

$$\Rightarrow 2 - 2 \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha + 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$$

و در نتیجه $\operatorname{Cotg} \alpha = 3$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۲

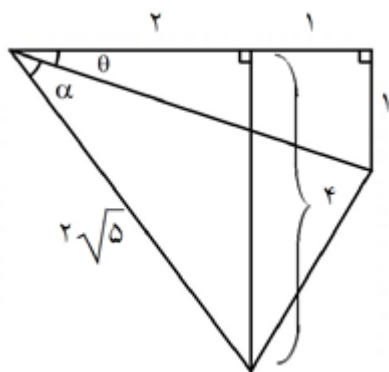
$$B = 2A, A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180 - (A + B) \Rightarrow \sin C = \sin(A + B)$$

$$2 \sin A \cos B - \sin C = 2 \sin A \cos B - \sin(A + B)$$

$$= 2 \sin A \cos B - \sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin(A - B)$$

$$\xrightarrow{B=2A} \sin(A - 2A) = \sin(-A) = -\sin A$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه اول: نسبت‌های مثلثاتی $\sin(\alpha + \theta)$ و $\cos(\alpha + \theta)$ را می‌نویسیم: ۱۵۳



$$\sin(\alpha + \theta) = \sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{4}{2\sqrt{5}} = \sin \alpha \times \frac{2}{\sqrt{10}} + \cos \alpha \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha + \cos \alpha = 2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\cos(\alpha + \theta) = \cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos \alpha \times \frac{2}{\sqrt{10}} - \sin \alpha \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

راه دوم: از $\tan(\alpha + \theta)$ استفاده کنیم:

$$\tan \alpha = \tan((\alpha + \theta) - \theta) = \frac{\tan(\alpha + \theta) - \tan \theta}{1 + \tan(\alpha + \theta) \cdot \tan \theta} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 2\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۵۴)

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \Rightarrow 1 - \sin x = 4 + 4 \sin x \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos x = -\frac{4}{5}$$

$$\left. \begin{aligned} \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{1}{5}} = 9 \\ \pi < x < \frac{3\pi}{2} &\Rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} < -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = -3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۵۵)

$$\widehat{A} = 45 + \widehat{B} \Rightarrow \widehat{A} - \widehat{B} = 45 \Rightarrow \widehat{C} = 180 - (\widehat{A} + \widehat{B})$$

$$2 \cos A \sin B - \sin C = \sin(\widehat{A} + \widehat{B}) - \sin(\widehat{A} - \widehat{B}) - \sin(180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}))$$

$$= \cancel{\sin(\widehat{A} + \widehat{B})} - \sin(\widehat{A} - \widehat{B}) - \cancel{\sin(\widehat{A} + \widehat{B})} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۵۶)

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} = \frac{2 \sin^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)}$$

$$= \frac{2 \sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} + \frac{2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول: (۱۵۷)

$$f(\alpha) = 4 \sin \alpha \cos 2\alpha + 2 \sin \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 2 \sin \alpha (2 \cos 2\alpha + 1)$$

$$\cos af(\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha (2 \cos 2\alpha + 1) \Rightarrow \cos af(\alpha) = \sin 2\alpha (2 \cos 2\alpha + 1)$$

$$\Rightarrow \cos af(\alpha) = 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \Rightarrow \cos af(\alpha) = \sin 4\alpha + \sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow \cos af(\alpha) = \sin(2\alpha + \alpha) + \sin(2\alpha - \alpha) = 2 \sin 2\alpha \cos \alpha$$

$$f(\alpha) = 2 \sin 2\alpha = 2 \sin \frac{41\pi}{3} = 2 \sin \left(\frac{39\pi + 2\pi}{3}\right) = 2 \sin \left(13\pi + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= -2 \sin \frac{2\pi}{3} = -2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$$

راه حل دوم:

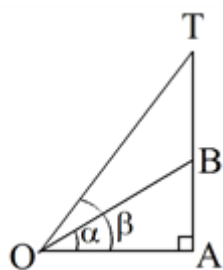
$$4 \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha = 6 \sin \alpha - 8 \sin^3 \alpha = 2(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha)$$

$$= 2 \sin 2\alpha = 2 \sin \frac{41\pi}{3}$$

$$-2 \sin \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

$$OA = AB = \text{شعاع دایره مثلثاتی} = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۸



$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{AB}{OA} = 1, \tan \beta = \frac{AT}{OA} = \frac{BT + BA}{OA} = 2$$

$$\tan(\widehat{TOB}) = \tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha} = \frac{2 - 1}{1 + 1 \times 2} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا نسبت مثلثاتی خواسته شده را ساده نموده و به کمک فرمول نسبت‌های مثلثاتی زوایای مرکب جواب را می‌یابیم. ۱۵۹

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{13\pi}{4} + \alpha\right) &= \sin\left(3\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} \\ &\Rightarrow \frac{-\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) \xrightarrow{\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}} \frac{-\sqrt{2}}{2} \times \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}}\right) \end{aligned}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$$

$$S = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{-3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۰

$$P = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta = \frac{-1}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} = \frac{\frac{-3}{2}}{1 - \left(\frac{-1}{2}\right)} = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۱

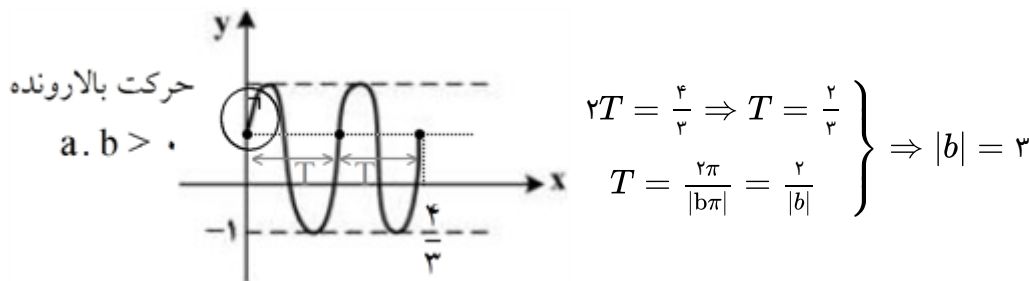
$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \xrightarrow{\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}} \frac{2}{100} + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50} \\ \Rightarrow \cos \alpha &= \frac{-7}{\sqrt{50}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -\frac{7\sqrt{2}}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right) &= \cos \frac{11\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{11\pi}{4} \sin \alpha \\ &= \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) \left(-\frac{7\sqrt{2}}{10}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right) = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۲

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{17\pi}{6} \operatorname{Sin} \frac{11\pi}{3} + \operatorname{Cos} \frac{10\pi}{3} &= \operatorname{tg} \left(3\pi - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \operatorname{Sin} \left(4\pi - \frac{\pi}{3} \right) + \operatorname{Cos} \left(2\pi + \frac{\pi}{3} \right) \\ &= \left(-\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \right) \left(-\operatorname{Sin} \frac{\pi}{3} \right) - \operatorname{Cos} \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۳

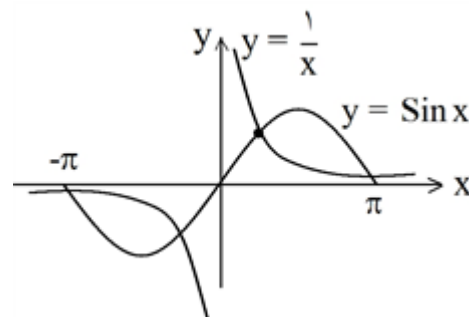


$$\min = 1 - |a| = -1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a + b = \begin{cases} 2 + 3 = 5 \\ -2 - 3 = -5 \end{cases} \text{ هر دو جواب قابل قبول است.}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۴

$$x \operatorname{Sin} x - 1 = 0 \Rightarrow \operatorname{Sin} x = \frac{1}{x}$$

با توجه به شکل در این بازه ۴ جواب دارد.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۵

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Cos}^2 \beta - \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \beta}{\operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Cos}^2 \beta - \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \beta} &= \frac{(\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta + \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} \beta)(\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta - \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} \beta)}{(\operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Cos} \beta + \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Sin} \beta)(\operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Cos} \beta - \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Sin} \beta)} \\ &= \frac{\operatorname{Cos}(\alpha - \beta) \cdot \operatorname{Cos}(\alpha + \beta)}{\operatorname{Sin}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{Sin}(\alpha - \beta)} = \cot(\alpha - \beta) \cdot \cot(\alpha + \beta) \end{aligned}$$

حال با توجه به داده‌های تست، مقدار عبارت را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \tan(\alpha - \beta) = \frac{2}{3} \Rightarrow \cot(\alpha - \beta) = \frac{3}{2} \\ \alpha + \beta = 135^\circ \Rightarrow \cot(\alpha + \beta) = \cot(135^\circ) = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cot(\alpha + \beta) \cdot \cot(\alpha - \beta) = \frac{3}{2(-1)} = -\frac{3}{2}$$

$$|a| = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، بیشترین مقدار تابع برابر ۳ است پس: ۱۶۶

همچنین با توجه به این که تابع سه دوره تناوب طی کرده تا به ۳ رسیده، پس:

$$3T = 3 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 1 \Rightarrow |b| = 2$$

با توجه به این که مقدار تابع در بازه $\left[0, \frac{1}{4}\right]$ نزولی است بنابراین تابع به صورت‌های زیر است:

$$y = -3 \sin 2\pi x \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

$$y = 3 \sin(-2\pi x) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۷

روش اول: با توجه به رابطه $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$ داریم:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \alpha}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5 - 5 \tan \alpha = 1 + \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{2}{3}}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{9}} = \frac{4}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

روش دوم: با توجه به رابطه $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ داریم:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{5} \Rightarrow \tan\left(2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) = \frac{2 \times \frac{1}{5}}{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{24}{25}} = \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = \frac{5}{12} \xrightarrow{\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta} \cot 2\alpha = \frac{5}{12} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{1}{\cot 2\alpha} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۸

فرمول: $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$

$$\begin{aligned} \text{عبارت مورد نظر} &= \frac{\frac{1}{\cos^2 \theta} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta}}{\cos^2 \theta - \cos^4 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta (\cos^2 \theta (1 - \cos^2 \theta))} = \frac{1}{\sin^4 \theta \cdot \cos^4 \theta} \\ &= \frac{16}{\sin^4 2\theta} = 16 \sin^{-4} 2\theta \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۹

$$L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{-2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} = \frac{1 \times 1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

می‌دانیم: $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\tan u}{u} = 1$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۰)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1| |x+1+m|}{|x-1| |mx+m+1|} \xrightarrow{m > 0} \frac{m+2}{2m+1} = f(1) = \frac{m}{m+2} \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow m = -1 \times \text{یا} m = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow y_m} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{|x+5|}{|4x+5|} = \frac{\frac{1}{4}+5}{6} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$$

$$* \text{ اگر } m < 0 : \text{مخرج ضابطه اول } f : m|x^2-1| + |x-1| = 0 \Rightarrow |x-1|(m|x+1|+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ |x+1| = \frac{-1}{m} > 0 \Rightarrow R \text{ در } F \text{ پیوسته نخواهد بود} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۱)

$$L = \lim_{x \rightarrow (\frac{2}{a})^+} \frac{2\sqrt{x-\frac{2}{a}}}{\sqrt{x-\frac{2}{a}} \times \sqrt{x+\frac{2}{a}}} + \lim_{x \rightarrow (\frac{2}{a})^+} \frac{2(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{2}{a}})}{\sqrt{x-\frac{2}{a}} \times \sqrt{x+\frac{2}{a}}}$$

$$\times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{\frac{2}{a}}}{\sqrt{x} + \sqrt{\frac{2}{a}}} \times \frac{\sqrt{x-\frac{2}{a}}}{\sqrt{x-\frac{2}{a}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{6}{a}}} + \frac{2 \times 0}{\sqrt{\frac{6}{a}} + 2\sqrt{\frac{2}{a}}} = 2\sqrt{\frac{a}{6}} = \sqrt{\frac{4a}{6}} = \sqrt{\frac{2a}{3}}$$

تذکر: برای ساده‌تر شدن راه حل و رسیدن به گزینه درست می‌توان $a=3$ را در نظر گرفت.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۷۲)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\pi - 2x)}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-\sin(2x - \pi)}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{t \rightarrow 0} -\frac{\sin 2t}{t} = -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۳)

$$\text{ضابطه اول} = \frac{|x|^2 + |x|}{|x|^2 + a|x|} = \frac{|x|(|x|+1)}{|x|(|x|+a)} = \frac{|x|+1}{|x|+a} \quad x \neq 0$$

$$\text{f در } R \text{ پیوسته است} \Rightarrow \text{f در } 0 \text{ هم پیوسته است} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2a-1}{2a+2}$$

$$\Rightarrow 2a^2 - a = 2a + 2 \Rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$\Delta = 25 \quad a = \frac{3 \pm 5}{4} \begin{cases} \text{ق ق } a = 2 \\ a = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

غ ق ق چون ریشه مخرج ضابطه دوم است

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|+1}{|x|+a} = \frac{1}{a}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \frac{\left|\frac{1}{2}\right|+1}{\left|\frac{1}{2}\right|+2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷۴

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2a^+} \frac{2\sqrt{x-2a} + 2(\sqrt{x} - \sqrt{2a})}{\sqrt{x-2a} \times \sqrt{x+2a}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2a^+} \frac{2\sqrt{x-2a}}{\sqrt{x-2a} \times \sqrt{x+2a}} + \lim_{x \rightarrow 2a^+} \frac{2\sqrt{x} - 2\sqrt{2a}}{\sqrt{x-2a} \times \sqrt{x+2a}} \\ &\Rightarrow \frac{2(\sqrt{x} - \sqrt{2a})}{\sqrt{x-2a} \times \sqrt{x+2a}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{2a}}{\sqrt{x} + \sqrt{2a}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2a^+} \frac{\sqrt{x-2a}}{(\sqrt{x+2a})(\sqrt{x} + \sqrt{2a})} = 0 \\ \frac{A+B}{C} &= \frac{A}{C} + \frac{B}{C} = \frac{2}{\sqrt{6a}} + 0 = \sqrt{\frac{4}{6a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}} \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}|a||x+1|}{|x^r + (m-2)x + a^2|}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷۵

$$\left. \begin{aligned} a \notin D_f \Rightarrow \text{ریشه مخرج کسر } x = a \Rightarrow (x = a \text{ در }) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \text{موجود} \end{aligned} \right\} = 0 \text{ حد صورت}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{3}|a||a+1| = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \text{ می شود} \\ \text{یا} \\ a = -1 \checkmark \end{cases} \text{ غیر قابل قبول است چون}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^r + (m-2)x + 1|}$$

$$\text{مخرج } x = -1 \Rightarrow |-1 + (m-2)(-1) + 1| = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^r + 1|} = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1| |x^2 - x + 1|} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{\sqrt{3}}{1+1+1} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون بین f و f^{-1} یک نقطه برخورد است پس این نقطه برخورد روی خط $y = x$ قرار دارد. ۱۷۶

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a} = \frac{a}{a} = 1$$

یعنی: $f(a) = a$ در ضمن $a \neq 0$ چون $f(0) = 2$ پس:

تذکر: در اصل سؤال کلمه «فقط» وجود نداشت که در این صورت سؤال ایراد پیدا می‌کرد و جواب هر عددی می‌توانست بشود. مثلاً:

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(2)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$f^{-1} \text{ و } f: (2, 0) \text{ یکی از نقاط برخورد } f^{-1} \text{ و } f$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ a & f(a) \end{array}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۷)

$$\left. \begin{array}{l} \text{حد مخرج} = 0 \\ \text{حد کسر} = 3 \end{array} \right\} \text{حد صورت} = 0 \Rightarrow k + 1 = 0 \Rightarrow k = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos(\sqrt{ax})}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos(\sqrt{ax}) - 1)(\cos(\sqrt{ax}) + 1)}{-x^2(\cos(\sqrt{ax}) + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin^2(\sqrt{ax})}{-x^2} \cdot \frac{1}{(\cos(\sqrt{ax}) + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \sqrt{ax}}{x} \right)^2 \cdot \frac{1}{\cos \sqrt{ax} + 1}$$

$$= (\sqrt{a})^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{a}{2} = 3 \Rightarrow a = 6$$

$$\frac{a}{k} = \frac{6}{-1} = -6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۷۸)

$$x = c + 2 \Rightarrow c = ac^2 + bc \Rightarrow 1 = ac + b \Rightarrow b = 1 - ac$$

$$x = -c + 2 \Rightarrow c = ac^2 - bc \Rightarrow 1 = ac - b \Rightarrow [ac] = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = 0$ ریشه مخرج است اما حد جواب دارد پس $x = 0$ ریشه صورت هم هست (۱۷۹)

$$a + \sqrt{c} = 0 \Rightarrow a = -\sqrt{c}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{bx+c} - \sqrt{c}}{x} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{bx} + \cancel{c} - \cancel{c}}{\cancel{x}(\sqrt{bx+c} + \sqrt{c})} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{c}}{2}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{c} \times \frac{\sqrt{c}}{2}}{c} = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} |x-1| & -c \leq x \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & x < -c, x > c \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۸۰)

$$x = c \xrightarrow{c \in \mathbb{N}} c - 1 = ac^2 + bc + 2$$

$$x = -c \xrightarrow{c \in \mathbb{N}} c + 1 = ac^2 - bc + 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{تفاضل} \Rightarrow -2bc = 2 \Rightarrow b = -\frac{1}{c} \\ \Rightarrow c - 1 = ac^2 + 1 \Rightarrow a = \frac{c-2}{c^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2-c}{c} = \frac{2}{c} - 1$$

$$c = 1 \Rightarrow \frac{2}{c} - 1 = 1$$

$$c = 2 \Rightarrow \frac{2}{c} - 1 = 0$$

$$c > 2 \Rightarrow -1 < \frac{2}{c} - 1 < 0 \Rightarrow \left[\frac{a}{b} \right] = -1$$

۱۸۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{حد حاصل} = ۲ \\ \text{حد مخرج} = ۰ \end{array} \right\} \text{حد صورت} = ۰ \Rightarrow a + \sqrt{۱} = ۰ \Rightarrow a = -۱$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{bcx^2 + (b+c)x + 1} - 1}{x} = ۲ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bcx^2 + (b+c)x + 1 - 1}{x(\sqrt{bcx^2 + (b+c)x + 1} + 1)} = ۲$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bcx + b + c}{\sqrt{bcx^2 + (b+c)x + 1} + 1} = ۲$$

$$\frac{b+c}{۲} = ۲ \Rightarrow b+c = ۴$$

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} = \frac{۴}{-۱} = -۴$$

۱۸۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} |[-x] - x| & \text{فرد } [x] \\ k - x + [x] & \text{زوج } [x] \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{n=۲} \\ (۱) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} ۲^+ \rightarrow k - ۲ + ۲ = k \\ ۲^- \rightarrow |-۲ - ۲| = ۴ \\ ۲ \rightarrow k \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{n=-۲} \\ (۲) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -۲^+ \rightarrow k + ۲ - ۲ = k \\ -۲^- \rightarrow |۲ + ۲| = ۴ \\ ۲ \rightarrow k \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{۱, ۲} k = ۴$$

$$n = ۱ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} ۱^+ \rightarrow |-۲ - ۱| = ۳ \\ ۱^- \rightarrow k - ۱ \\ ۱ \rightarrow -۲ \end{array} \right.$$

برای زوج فقط برقرار است

۱۸۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون تابع روی R پیوسته است پس در $x = ۰$ نیز پیوسته است، بنابراین داریم:

$$f(\cdot) = b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = (1-a) \times (\cdot) + (3a^2 - 1)(-1) = -3a^2 + 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = (1-a) \times (-1) + (3a^2 - 1)(\cdot) = a - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow -3a^2 + 1 = a - 1$$

$$\Rightarrow 3a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = -1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(\cdot) = b \sin\left(\frac{\pi}{-1}\right) = \cdot \\ \text{حد تابع} = a - 1 = -1 - 1 = -2 \end{array} \right. \\ a = \frac{2}{3} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(\cdot) = b \sin\left(\frac{\pi}{\frac{2}{3}}\right) = b \sin \frac{3\pi}{2} = -b \\ \text{حد تابع} = a - 1 = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow -b = -\frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = ۲$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - [x^2]} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - 4} = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸۴

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - [x^2]} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}$$

پس مجموع حدها برابر $\frac{1}{4}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌توانیم برای $n=1$ و $n=2$ مسئله را بررسی کنیم، پس پیوستگی را در $x = \pm 1$ و $x = \pm 2$ بررسی می‌کنیم: ۱۸۵

$$x = 1: \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 1 - 1 + k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} |x - [-x]| = 2$$

$$x = -1: \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1) = k$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} |x - [-x]| = 2$$

پس اگر $k = 2$ باشد به ازای $x = \pm 1$ پیوستگی داریم، این یعنی مقادیر فرد n قابل قبول‌اند.

$$x = 2: \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} |x - [-x]| = 5$$

$$f(2) = 2 - (-2) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x - [x] + k) = 1 + k$$

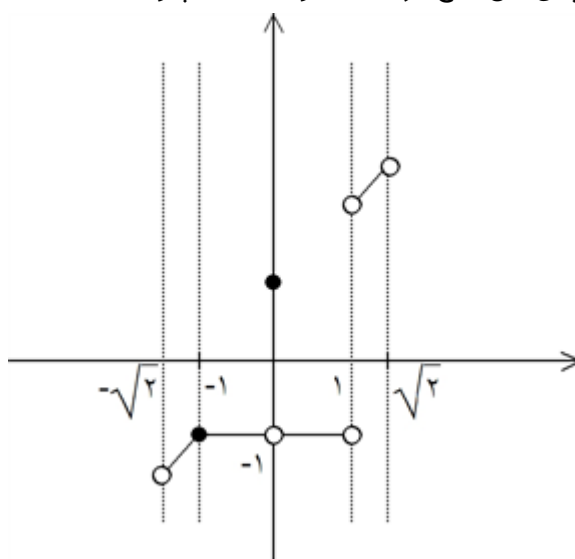
پس به ازای هیچ مقدار زوج n پیوستگی نداریم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸۶

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -1 < x < 1 - \{0\} \\ \cos(\pi x) & x = 0, 1, -1 \\ |x|([x] + 1) & 1 < x < \sqrt{2} \text{ یا } -\sqrt{2} < x < -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -1 & -1 < x < 1 - \{0\} \\ -1 & x = \pm 1 \\ 1 & x = 0 \\ 2x & 1 < x < \sqrt{2} \\ x & -\sqrt{2} < x < -1 \end{cases}$$

پس این تابع در $x = 1$ و $x = 0$ ناپیوسته است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸۷

$$y = -\sqrt{x - 27} \Rightarrow y^2 = x - 27 \Rightarrow x = y^2 + 27 \Rightarrow f(x) = x^2 + 27$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x + \sqrt{f(x)}}{|x^2 + x - 6|} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 27}}{|(x+3)(x-2)|} \times \frac{2x - \sqrt{x^2 + 27}}{2x - \sqrt{x^2 + 27}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3(x^2 - 9)}{(x+3)(x-2)} \times \frac{1}{-6-6} = -0/3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع در R پیوسته است پس در $x = 0$ هم پیوسته است. حال برای دو حالت $a \notin Z$ و $a \in Z$ داریم: ۱۸۸

$$a \notin Z \left\{ \begin{array}{l} f(\cdot) = \cdot \\ f(\cdot^+) = \cdot \\ f(\cdot^-) = |\cdot - [-a]| = [-a] \end{array} \right\} [-a] = \cdot \Rightarrow \cdot \leq -a < 1 \Rightarrow -1 < a \leq \cdot$$

با شرط $a < -1$ اشتراک ندارد.

$$a \in Z \left\{ \begin{array}{l} f(\cdot) = \cdot \\ f(\cdot^+) = \cdot \\ f(\cdot^-) = |\cdot + a - [\cdot^-]| = |a + 1| \\ |a + 1| = \cdot \Rightarrow a = -1 \end{array} \right.$$

با شرط $a < -1$ اشتراک ندارد.

پس به ازای هیچ مقدار $a < -1$ پیوسته نمی‌شود.

تذکر: تابع فقط به ازای $a = -1$ روی R پیوسته می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حدود چپ و راست و مقدار تابع در $x = 0$ را می‌یابیم. ۱۸۹

$$\text{حد چپ: } L^- = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} ([x] - 2a) = -1 - 2a$$

$$\text{مقدار تابع: } f(\cdot) = |b|$$

$$\text{حد راست: } L^+ = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{2bx^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2bx^2} = \frac{\frac{x^2}{2}}{2bx^2} = \frac{1}{4b}$$

برای پیوستگی باید $|b| = \frac{1}{4b} = -1 - 2a$ برقرار باشد.

$$\Rightarrow |b| = \frac{1}{4b} \Rightarrow \begin{cases} 4b^2 = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}; b > \cdot \\ \text{یا} \\ -4b^2 = 1 \Rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases} \Rightarrow -1 - 2a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow b - a = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹۰

راه اول:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-3x} - \sqrt{2-5x}}{\sqrt{2-2\cos x}} &\times \frac{\sqrt{2-3x} + \sqrt{2-5x}}{\sqrt{2-3x} + \sqrt{2-5x}} \times \frac{\sqrt{2+2\cos x}}{\sqrt{2+2\cos x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x\sqrt{2+2\cos x}}{\sqrt{4-4\cos^2 x} (\sqrt{2-3x} + \sqrt{2-5x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x}{2\sqrt{2}|\sin x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x}{2\sqrt{2}(-\sin x)} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

راه دوم: هوییتال

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-3x} - \sqrt{2-5x}}{\sqrt{4\sin^2 \frac{x}{2}}} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-3x} - \sqrt{2-5x}}{-2\sin \frac{x}{2}} \xrightarrow{\text{HOP}} \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{-3}{2\sqrt{2-3x}} + \frac{5}{2\sqrt{2-5x}}}{-\cos \frac{x}{2}} &= \frac{-\frac{3}{2\sqrt{2}} + \frac{5}{2\sqrt{2}}}{-1} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضابطه سوم در بیشمار نقطه ناپیوسته است پس نیازی به بررسی بقیه ضابطه‌ها و نقاط مرزی نیست. ۱۹۱

$$f(x) = \begin{cases} |x| + [-x] & -1 < x < 1, x \neq 0 \\ 1 + \cos \pi x & x = 0, 1, -1 \\ [x^2] - [x] & x > 1 \text{ یا } x < -1 \end{cases}$$

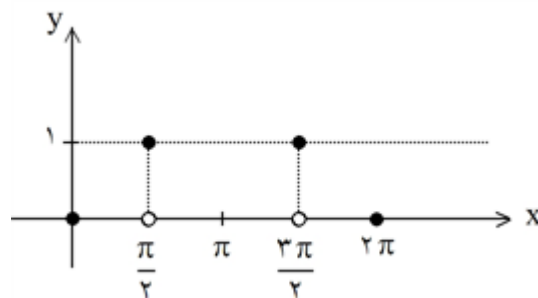
$$f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin^2(x))^n \quad \text{گزینه ۲ پاسخ صحیح است.} \quad (192)$$

می‌دانیم $0 \leq \sin^2(x) \leq 1$ است. پس در نقاطی که $\sin^2 x \in [0, 1)$ قرار دارد، حاصل حد برابر صفر است.

در نقاطی که $\sin^2 x = 1$ است، حاصل حد برابر ۱ است، پس ضابطه‌ی f به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 0 & ; x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

نمودار تابع در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ به صورت زیر است:



واضح است که تابع در $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ ناپیوسته است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا در همسایگی راست $x = 0$ ، حد را ساده‌تر می‌نویسیم: (193)

$$[x] = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\sqrt{1-x^2}-1)}{x^n(1-\cos\sqrt{2x})} = a$$

$$\text{اگر } u \rightarrow 0 \begin{cases} \sin u \sim u \\ 1 - \cos u \sim \frac{u^2}{2} \end{cases}$$

در محاسبه‌ی این حد، نیاز داریم از هم ارزی‌های زیر استفاده کنیم:

پس حد به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x^n \frac{2x}{2}} &= \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x^{n+1}} = \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x^{n+1}} \times \frac{\sqrt{1-x^2}+1}{\sqrt{1-x^2}+1} \\ &= \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x^2}{2x^{n+1}} = \frac{-1}{3} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2}{x^{n+1}} = a \end{aligned}$$

حاصل حد بالا به ازای مقادیر مختلف n به صورت زیر است:

$$\begin{cases} n < 2 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow a^n = 0 \\ n = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \Rightarrow a^n = \frac{1}{9} \\ n > 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \square = -\infty \Rightarrow a^n = \pm\infty \end{cases}$$

پس گزینه‌ی ۱ را انتخاب می‌کنیم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹۴

$$\lim_{U \rightarrow 0} \frac{\tan^r U}{U^r} = 1 \Rightarrow \tan^r U \sim U^r$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^r}} - 1 = \frac{1 - \sqrt{1-x^r}}{\sqrt{1-x^r}} \times \frac{1 + \sqrt{1-x^r}}{1 + \sqrt{1-x^r}} = \frac{x^r}{\sqrt{1-x^r}(1 + \sqrt{1-x^r})} = \frac{x^r}{2}$$

$x \rightarrow 0$

$$1 - \cos U = 2 \sin^2 \left(\frac{U}{2} \right) = 2 \left(\frac{U}{2} \right)^2 = \frac{U^2}{2}$$

$U \rightarrow 0$

$$(1 - \cos \sqrt{rx})^n = \left(\frac{(\sqrt{rx})^2}{2} \right)^n = x^n$$

$$\text{حد مورد نظر} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{x^r}{2} \right)^n}{x^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^r}{2x^n} = a \Rightarrow n = r, a = \frac{1}{2} \Rightarrow a + n = \frac{17}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹۵از آنجا که $\sin(\pi x)$ در همه اعداد صحیح به عنوان عامل صفر عمل می‌کند، بنابراین در همه اعداد پیوسته است.گزینه ۴ پاسخ صحیح است. روش اول: با روش هوییتال برای رفع ابهام $\frac{0}{0}$ فوق داریم: ۱۹۶

$$\frac{\frac{2}{2\sqrt{2x+3}} - \frac{3}{2\sqrt{2x+4}}}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{1 - \frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = -\frac{3}{2}$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x+4}}{1 + \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{2x+3} + \sqrt{2x+4}}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{2x+4}} \times \frac{1 + (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{x})}{1 + (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x+1)(1+1+1)}{(1+x)(1+1)} = \frac{-3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹۷

$$|x - 1| = 1 \Rightarrow x - 1 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

با توجه به شروط داده شده باید در نقاط $x = 2, x = 0$ پیوستگی‌ها بررسی شوند.

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; 0 < x < 2 \\ x^2 + ax + b & ; x \leq 0 \text{ یا } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 + 2a + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = (2-1)[2^-] = 1 \end{cases} \Rightarrow 2 + 2a + b = 1 \Rightarrow 2a + b = -3$$

$$\begin{cases} f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 + 0 + b = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = (0-1)[0^+] = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 0$$

$$\begin{aligned} b=0 \\ \rightarrow 2a + 0 = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای رفع ابهام حدود $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ، می‌توان از قاعده هوییتال استفاده نمود. ۱۹۸

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{\frac{1}{2}x^2}} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{3}{2\sqrt{2+3x}} - \frac{-1}{2\sqrt{2-x}}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}} = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹۹

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{3x} + 5}{2x - \sqrt{2x} + 1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} = \frac{2 - \frac{3}{2}}{2 - \frac{2}{4}} = \frac{-6}{5} = -1\frac{1}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۰۰)

$$f(x) = \begin{cases} x[x] & |x| < 1 \\ ax + b & |x| \geq 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x[x] & -1 < x < 1 \\ ax + b & x \geq 1, x \leq -1 \end{cases}$$

کافی است f در $x = 1$ و $x = -1$ پیوسته باشد.

$$x = 1 \left\{ \begin{array}{l} f(1) = a + b \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + b) = a + b \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x[x] = 1 \times 0 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow a + b = 0$$

$$x = -1 \left\{ \begin{array}{l} f(-1) = -a + b \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (ax + b) = -a + b \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} x[x] = (-1)(-1) = 1 \end{array} \right. \Rightarrow -a + b = 1$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۰۱)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos(\pi x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - \cos^2(\pi x)}{1 + \cos(\pi x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)}{1 + \cos(\pi x)}$$

$$= 1 - \cos \pi = 1 - (-1) = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۰۲)

$$f(x) = \left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right], x \in \left(-\frac{5}{3}, \frac{5}{3} \right) \Rightarrow f(x) = \left[x - \frac{1}{3} + 1 \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right] - 1$$

$$= 2 \left[x + \frac{2}{3} \right] - 1$$

کاندیدهای ناپیوستگی x هایی هستند که درون براکت را به عدد صحیح تبدیل می‌کنند.

$$\frac{-5}{3} < x < \frac{5}{3} \xrightarrow{+\frac{2}{3}} -1 < x + \frac{2}{3} < \frac{7}{3}$$

اعداد صحیح: 0, 1, 2

$$3 \text{ نقطه ی ناپیوستگی } x = \frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3} \Rightarrow$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰۳

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+a}-b}{x} & ; x \neq 0 \\ \frac{1}{12} & ; x = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{در نقطه } x = 0 \text{ نیز پیوسته است} \Rightarrow \text{بر } R \text{ پیوسته}$$

$$\sqrt{a-b} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+a}-b}{x} = \frac{1}{12}$$

صفر

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{a}}{x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+a)-a}{x(\sqrt{(x+a)}+\sqrt{a(x+a)}+\sqrt{a^2})} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{3\sqrt{a^2}} = \frac{1}{12} \Rightarrow \sqrt{a^2} = 4 \Rightarrow \sqrt{a} = \pm 2 \xrightarrow{b=\sqrt{a}} b = \pm 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰۴

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin(x) - \sin(2x)}{\sqrt{2+2\cos(x)}} = \div \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin(x) - \sin(2x)}{2 \left| \cos\left(\frac{x}{2}\right) \right|}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin(x) - \sin(2x)}{2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

$$\frac{x}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

ربع دوم

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{-\cancel{\sin x} \cos 2x}{-\cancel{\cos \frac{x}{2}}} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cancel{\cos \frac{x}{2}} \cos 2x}{\cancel{\cos \frac{x}{2}}} = 2(1)(+1) = 2$$

شرط پیوستگی $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰۵

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1 - \sqrt{x - \sqrt{x+1}}}{x-2} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1 - \frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{1} = -\frac{2}{8}$$

$$f(2) = 2a - 2a - \frac{2}{8} = -\frac{2}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2a - 2a - \frac{2}{8} = -\frac{2}{8}$$

بنابراین به ازای هر مقدار a تابع در $x = 2$ پیوسته است.

$$\sqrt{a+b} - 2 = 0 \Rightarrow a+b = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۰۶

$$\xrightarrow{Hop} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{a}{2\sqrt{ax+b}}}{2x} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{a+b}}}{2} = \frac{a}{8} = \frac{2}{2} \Rightarrow a = 12 \Rightarrow b = -8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شرط پیوستگی: (۲۰۷)

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) \Rightarrow \frac{1}{a} = 1 - \frac{a}{4} \Rightarrow a^2 - 4a + 4 = 0 \Rightarrow (a - 2)^2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از $\cos^p x \sim 1 - P \frac{x^2}{2}$ داریم: (۲۰۸)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x)^{\frac{1}{2}} - (\cos \Delta x)^{\frac{1}{2}}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{x^2}{2}\right) - \left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{2\Delta x^2}{2}\right)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x^2}{x^2} = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع $y_1 = \sin \pi x$ و تابع $y_2 = 1 - x$ هر دو در R پیوسته هستند تابع $y = \frac{\sin \pi x}{1 - x}$ (۲۰۹)

کل دامنه‌اش یعنی $\{x \mid 1 - x \neq 0\}$ پیوسته است. بنابراین تابع $y = \frac{\sin \pi x}{1 - x}$ در کل R به جز $x = 1$ پیوسته است. برای این که تابع f در R پیوسته باشد، باید $f(1)$ را مناسب تعریف کرد. داریم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{1-x} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases} \Rightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$a = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi(1-x))}{1-x} = \pi$$

بنابراین اگر $a = \pi$ باشد، تابع f در کل R پیوسته خواهد بود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۱۰)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - \cos \pi x}{x - 4\sqrt{x} + 4} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\pi \sin \pi x}{1 - \frac{2}{\sqrt{x}}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\pi^2 \cos \pi x}{\frac{1}{x\sqrt{x}}} = \frac{\pi^2}{\frac{1}{8}} = 8\pi^2$$

روش دوم:

$$A = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - \cos \pi x}{x - 4\sqrt{x} + 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 \sin^2 \frac{\pi x}{2}}{(\sqrt{x} - 2)^2} = 2 \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{\sin \frac{\pi x}{2}}{\sqrt{x} - 2} \right)^2 = 2B^2$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin \frac{\pi x}{2}}{\sqrt{x} - 2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi x}{2}}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{1}{4}} = 2\pi \Rightarrow A = 2B^2 = 2(2\pi)^2 = 8\pi^2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پیوستگی تابع در یک نقطه، باید حد چپ و حد راست و مقدار تابع در آن نقطه با هم برابر باشند، برای این تابع در نقطه‌ی $x = -1$ داریم: (۲۱۱)

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2 - \sqrt{3-x}}{x+1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\frac{1}{2\sqrt{3-x}}}{1} = \frac{1}{4} \left. \vphantom{\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)} \right\} \Rightarrow -a + 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1) = -a + 1$$

البته $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2 - \sqrt{3-x}}{x+1}$ را با ضرب صورت و مخرج در $2 + \sqrt{3-x}$ نیز می‌توانستیم رفع ابهام کنیم.

توجه کنید که هر یک از دو ضابطه‌ی تابع f روی دامنه‌ی خود پیوسته‌اند و فقط نیاز به بررسی پیوستگی در نقطه مرزی بود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که هر دو تابع f و g در $x = 0$ ناپیوسته‌اند، در مورد پیوستگی جمع و تفریق و ضرب و تقسیم آن‌ها و نیز ترکیب آن با هم یعنی $f \circ g$ و $g \circ f$ و $f \circ f$ نمی‌توان اظهار نظر قطعی نمود و باید در هر گزینه، ضابطه‌ی تابع تابع داده شده را تشکیل داد.
بررسی هر چهار گزینه:

$$\begin{aligned} (1) (f+g)(x) &= f(x) + g(x) = \begin{cases} -2x - \frac{1}{2} & ; x < 0 \\ 2x + 1 & ; x \geq 0 \end{cases} \quad \text{تابع } f+g \text{ در } x=0 \text{ ناپیوسته است} \\ (2) (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = \begin{cases} f\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-1}{2} & ; x < 0 \\ f(2x) = 4x & ; x \geq 0 \end{cases} \quad \text{تابع } f \circ f \text{ در } x=0 \text{ ناپیوسته است} \\ (3) g \circ f(x) &= g(f(x)) = \begin{cases} g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 & x < 0 \\ g(2x) = 1 & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow g \circ f(x) = 1 \text{ پیوسته است} \\ (4) f \circ g(x) &= f(g(x)) = \begin{cases} f(-2x) = 2(-2x) = -4x & ; x < 0 \\ f(1) = 2(1) = 2 & ; x \geq 0 \end{cases} \quad \text{تابع } f \circ g \text{ در } x=0 \text{ ناپیوسته است} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه‌ی هر یک از ضابطه‌ها را ساده می‌کنیم، داریم:

$$f(x) = \begin{cases} x[x] & ; |x| < 1 \\ ax + b & ; |x| \geq 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x[x] & ; -1 < x < 1 \\ ax + b & ; x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 \end{cases}$$

با توجه به این که ضابطه‌ی $y = ax + b$ روی R (و در نتیجه بر فاصله‌ی مربوط در تابع فوق) پیوسته می‌باشد و از طرف دیگر تابع $y = x[x]$ در $x = 0$ پیوسته است، لذا کافی است پیوستگی تابع را در نقاط مرزی یعنی $x = 1$ یا $x = -1$ بررسی کنیم، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{بررسی پیوستگی تابع در } x=1} \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x[x] = (1)[1^-] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + b) = a + b = f(1) \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{شرط پیوسته بودن}} a + b = 0 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{بررسی پیوستگی تابع در } x=-1} \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} x[x] = (-1)[(-1)^+] = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (ax + b) = b - a = f(-1) \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{شرط پیوسته بودن}} b - a = 1 \quad (2)$$

حال از حل دستگاه معادلات به دست آمده، مجهولات a و b را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ b - a = 1 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1}{2}, a = \frac{-1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با قرار دادن $x = 0$ در تابع داده شده درمی‌یابیم حد از نوع مبهم $\frac{0}{0}$ می‌باشد، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \tan 2x}{\sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \tan 2x}{\sqrt{2 \sin^2 \frac{x}{2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 2x}{\sqrt{2} \left| \sin \frac{x}{2} \right|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2x}{\sqrt{2} \left| \frac{x}{2} \right|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2x}{\sqrt{2} \left(\frac{x}{2} \right)} = -2\sqrt{2}$$

(توجه کنید که می‌توانستیم از هم‌ارزی $1 - \cos x \approx \frac{x^2}{2}$ در صفر، استفاده کنیم.)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حد داده شده از نوع مبهم $\frac{0}{0}$ می باشد با استفاده از قاعده‌ی هوییتال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{x^2 - x^2 - x + 1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\pi \sin \pi x}{2x^2 - 2x - 1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\pi^2 \cos \pi x}{2x - 2} = \frac{-\pi^2 \cos \pi}{2 - 2} = \frac{\pi^2}{2}$$

روش دوم: از روش حذف عامل صفر کننده از صورت و مخرج کسر، اقدام می‌کنیم داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{x^2 - x^2 - x + 1} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \cos^2 \frac{\pi x}{2}}{x^2(x-1) - (x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{2} \right)}{(x-1)(x^2-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{2} \right)^2}{(x-1)^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{2\pi^2}{4} (1-x)^2}{(1+x)(1-x)^2} = \frac{\pi^2}{4}$$

توجه کنید که $\cos \alpha = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$ و در ضمن وقتی $x \rightarrow 1$ ، آن‌گاه $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{2} \right) \rightarrow 0$ و در نتیجه:

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{2} \right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{2}$$

روش سوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{x^2 - x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{(x-1)^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{(x-1)^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{(x-1)^2}$$

حال با تغییر متغیر $x - 1 = t$ داریم $x = 1 + t$ و $t \rightarrow 0$ ، بنابراین:

$$\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{(x-1)^2} = \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 + \cos \pi(1+t)}{t^2} = \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 + \cos(\pi + \pi t)}{t^2} = \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \pi t}{t^2}$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{(\pi t)^2}{2}}{t^2} = \frac{1}{2} \times \frac{\pi^2}{2} = \frac{\pi^2}{4}$$

≈

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به ساختار ضابطه‌ای تابع داده شده، که شامل جزء صحیح می‌باشد، باید پیوستگی تابع f

را در نقاط به طول‌های صحیح در بازه‌ی $(2, 6)$ بررسی کنیم. با توجه به این‌که در هر نقطه به طول صحیح $x = x_0 \in \mathbb{Z}$

حد راست تابع $g(x) = x - [x]$ و همچنین مقدار تابع برابر با صفر و حد چپ آن برابر با ۱ می‌باشد. پس در این نقاط، حد

چپ و حد راست تابع $f(x) = \sin(\pi g(x))$ به صورت زیر است:

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \sin(\pi g(x)) = \sin \left(\lim_{x \rightarrow x_0^+} \pi g(x) \right) = \sin(\pi \times 0) = \sin(0) = 0$$

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \sin(\pi g(x)) = \sin \left(\lim_{x \rightarrow x_0^-} \pi g(x) \right) = \sin(\pi \times 1) = \sin(\pi) = 0$$

$$\xrightarrow{x=x_0 \in \mathbb{Z}} \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0) = 0$$

لذا تابع در سراسر بازه‌ی $(2, 6)$ و حتی در کل \mathbb{R} پیوسته است و نقطه‌ی ناپیوستگی ندارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۱۷

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \Rightarrow a = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1-\sqrt{x}}}{x-1} \times \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1) \times \sqrt{2}}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{(1-x)^2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{(1-x)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\cdot^+} = -\infty$$

بنابراین به ازای هیچ مقدار a تابع در $x = 1$ پیوسته نیست.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۱۸

راه اول)
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{x^2 \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) \left(\frac{1 - \cos x}{x^2} \right) \left(\frac{1}{\cos x} \right)$$

$$= 1 \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

راه دوم)
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(x + \frac{x^3}{3}\right) - \left(x - \frac{x^3}{6}\right)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}x^3}{x^2} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون $f(0)$ تعریف نشده است. پس این تابع از چپ و راست ناپیوسته است. ۲۱۹

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

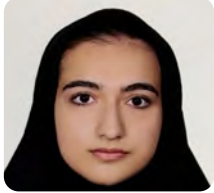
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

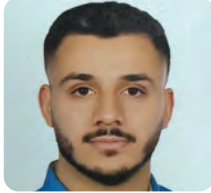
۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴

۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴



مهديس رفيعی

اعضای مصنوعی و وسایل کمکی
علوم پزشکی ایران



شایان جعفری

دندانپزشکی
علوم پزشکی بندرعباس



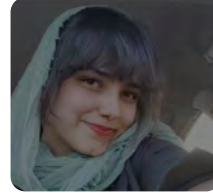
نرگس مردانی

پرستاری
علوم پزشکی ایران



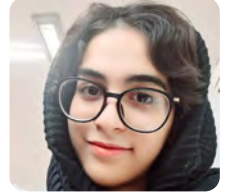
یاسینا نوروزی

پزشکی
جندی شاپور



هانیه مصدق

پرستاری
آزاد نیشابور



مهشید فاطمی

پزشکی
علوم پزشکی کاشان



مبینا گودرزی

تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی سبزوار



مأده نظری

تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی گرگان



ابوالفضل حسینی ارسون

دندانپزشکی
علوم پزشکی رشت



محمدحسین نظری

پزشکی
علوم پزشکی همدان



زهرا حمدي

علوم آزمایشگاهی
علوم پزشکی دزفول



ابراهیم هناره

دندانپزشکی
علوم پزشکی ارومیه



هستی عباسلو

هوشبری
علوم پزشکی رفسنجان



سارا مرادی

پرستاری
دانشگاه آزاد واحد شهرکرد



شنتیا زمانی

دندانپزشکی
علوم پزشکی شهید بهشتی



نگار دلاوری

پرستاری
آزاد رشت



سحر درخشان

پزشکی
آزاد نجف آباد



پریسا سادات موسوی

زیست شناسی سلولی و مولکولی
دانشگاه تهران



سوغند تیموری

پزشکی
علوم پزشکی کرمانشاه



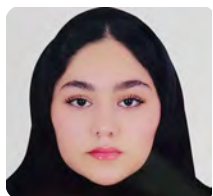
محدثه خان محمدی

تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی زنجان



محمدصفا مارمائی

پزشکی
علوم پزشکی گرگان



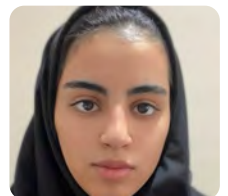
ملیکا ابراهیمی نژاد

دندانپزشکی
آزاد بروجرد



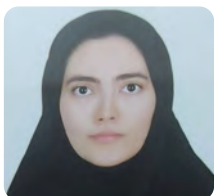
الینا بصیری

تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی همدان



فاطمه حبیبی

پزشکی
علوم پزشکی سمنان



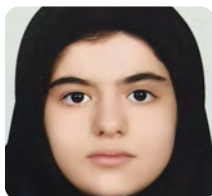
فاطمه محمد رحیمی

پرستاری
دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرند



زینب رنجبر

پرستاری
آزاد اسلامی واحد ساری



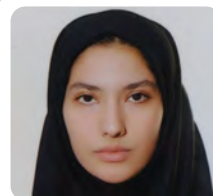
بهار اسلامی

پزشکی
علوم پزشکی رشت



محمدامین متین

پزشکی
علوم پزشکی دزفول



فاطمه شریفی پیرکوهی

فیزیوتراپی
دانشگاه علوم پزشکی جندی شاپور



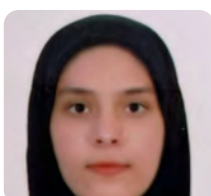
محمدفرحان کریمی

پرستاری
علوم پزشکی بابل



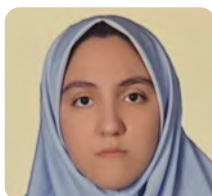
نرگس کلیج

پزشکی
علوم پزشکی سمنان



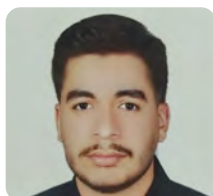
شایان جعفری

کار درمانی
علوم توانبخشی و سلامت اجتماعی تهران



فاطمه میرزایی

پزشکی
علوم پزشکی زنجان



محمدرضا اسپرانی

پزشکی
دانشگاه آزاد اسلامی واحد زاهدان



مینو رسولی

پزشکی
علوم پزشکی شیراز



ساناز جعفری

علوم تغذیه
علوم پزشکی اصفهان



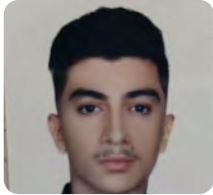
فاطمه علی پناه

پزشکی
علوم پزشکی مازندران



الهه غلامپور

پزشکی
علوم پزشکی مازندران



عرشیا نادری

پزشکی
آزاد اسلامی واحد نجف آباد



هانیه اعتمادی

پرستاری
دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری



زهرا حمدی

پزشکی
علوم پزشکی زنجان



سحر قنبری

داروسازی
علوم پزشکی کرمان



سجاد قویدل

مهندسی صنایع
دانشگاه صنعتی اصفهان



نرگس دهاقین

داروسازی
علوم پزشکی همدان



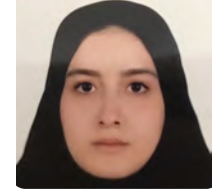
امیرعلی جهانشاهی

داروسازی
علوم پزشکی مازندران



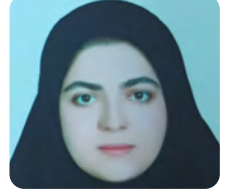
فاطمه رحمانی

دندانپزشکی
علوم پزشکی زنجان



پارمیس یوسفی

پرستاری
دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرند



فرناز اقایبی

پرستاری
علوم پزشکی کاشان



محمد اکبری

مهندسی برق
دانشگاه صنعتی اصفهان



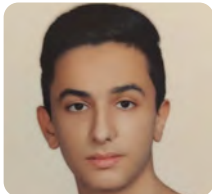
ثنا شریفی

آمار
دانشگاه علامه طباطبایی تهران



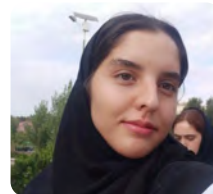
سوگند احمدی

مهندسی نفت
دانشگاه شیراز



علی فتاح

مهندسی صنایع
دانشگاه یزد



مهتاب سلیمی

ریاضیات و کاربرد ها
دانشگاه الزهراء(س)



عرشیا شفیع زاده

مهندسی برق
شهید باهنر کرمان



مهسا یاری

بیم سنجی
دانشگاه شهید بهشتی تهران



محمد شیرزایی

مهندسی مکانیک
دانشگاه فردوسی مشهد



ماهان استرکی

مهندسی شیمی
دانشگاه صنعت نفت آبادان



یاس سنجرانی

مهندسی مکانیک
دانشگاه کاشان



کوثر صحتی

مهندسی معماری
دانشگاه خوارزمی تهران



حمید رضا بهزادی

مهندسی مکانیک
دانشگاه صنعتی شریف



مهلا الهی

مهندسی علم و مواد
دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل



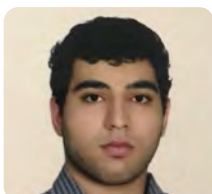
محمد هادی تاجیکی

مهندسی مکانیک
دانشگاه شهید رجایی



آرمن دارابی

مهندسی مکانیک
دانشگاه قم



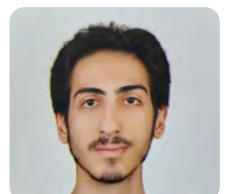
حامد لاوی

مهندسی شیمی
صنعتی نوشیروانی بابل



مبینا مروتی

حسابداری
دانشگاه تهران



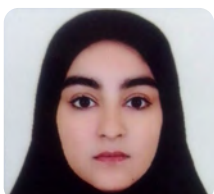
محمد حسن نوابی

مهندسی مکانیک
دانشگاه بوعلی همدان



ساره کریمی

اقتصاد
دانشگاه خوارزمی تهران



مبینا رودنی

حسابداری
دانشگاه زاهدان



زینب میرزائی

حسابداری
دانشگاه اراک



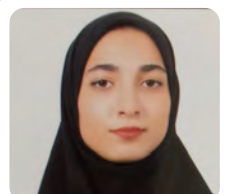
ایلید پورمهدی

سینما
دانشگاه دامغان



فهیمه امیری مقدم

نوازندگی موسیقی جهانی
دانشگاه تهران



نگار مشهدی

عکاسی
دانشگاه سمنان