

سوالات مفهومی:

هندسه ۳

پایه دوازدهم ریاضی

فصل اول: ماتریس و کاربردها

درس اول

مبحث: « حل دستگاه دو معادله دو مجهول »

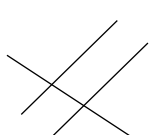
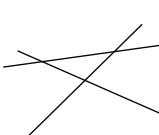
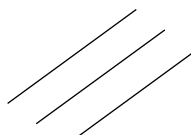
سوالات مفهومی درس "هندسه ۳ - دوازدهم ریاضی"

فصل: اول	درس / صفحه: درس اول «حل دستگاه دو معادله دو مجهولی به روش هندسی»
----------	---

سوال شماره ۱

نوع سوال: صحیح - غلط	سطح شناختی: فهمیدن	سطح دشواری: ساده	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای رضا کاظمی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> در دستگاه دو معادله و دو مجهول $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$، اگر A ماتریس ضرایب، X ماتریس مجهولات و B ماتریس مقادیر معلوم باشد آنگاه مجهولات از رابطه $X = B \times A^{-1}$ به دست می آید (صحیح - غلط)			
<u>پاسخ تشریحی</u> غلط			

سوال شماره ۲

نوع سوال: چندگزینه‌ای	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای افشین طاهرخانی		استان / شهرستان: قزوین / تاکستان	
سوال معادلات دستگاه $\begin{cases} l_1: 3x - y = 2 \\ l_2: 3x + 4y = 1 \\ l_3: 6x - 2y = 5 \end{cases}$ را در یک صفحه رسم کرده ایم ، شکل حاصل چگونه است .  (۱)  (۲)  (۳)  (۴)			
پاسخ تشریحی گزینه ۱ - شیب دوخط l_1 و l_3 یکسان است ولی خط ها برهم منطبق نیستند ، خط l_1 با دو خط دیگر متقاطع است.			

سوال شماره ۳

سوال شماره ۳			
نوع سوال: چندگزینه ای	سطح شناختی: کاربری	سطح دشواری: ساده	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای محمد سعید حکیمی		استان / شهرستان: کردستان / ناحیه ۲ سنندج	
<u>سوال</u> کدام دو خط زیر، بی شمار نقطه مشترک دارند؟ $d_1: 4x = 2y + 7, d_2: 2x - y - 3 = 0, d_3: -3y = 9 - 6x$ d_1 و d_2 (۲) d_2 و d_3 (۳) d_1 و d_3 (۴) هیچکدام			
<u>پاسخ تشریحی</u> گزینه ۳ - زیرا: $\frac{2}{6} = \frac{-1}{-3} = \frac{3}{9}$.			

سوال شماره ۴

سوال شماره ۴			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربری	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۲۵
طراح: آقای احسان حسینی بفروبی		استان / شهرستان: قم / قم	
<u>سوال</u>			
دستگاه $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -6x + 2y = 3 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. (الف) دو خط موجود در این دستگاه چه وضعیتی نسبت به هم دارند؟ (ب) آیا می توان از روش ماتریس معکوس برای حل این دستگاه استفاده کرد؟ پاسخ خود را تحلیل کنید؟			
<u>پاسخ تشریحی</u>			
(الف) $\frac{3}{-6} = \frac{-1}{2} \neq \frac{1}{3}$ دو خط موازی اند (۰.۲۵) (ب) $(0.25) A = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 2 \end{vmatrix} = 0$ چون ماتریس وارون پذیر نیست پس نمی توان از روش ماتریس معکوس برای حل آن استفاده کرد (۰.۵)			

سوال شماره ۵

نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: آقای محمد سعید حکیمی			
استان / شهرستان: کردستان / ناحیه ۲ سنندج			
<u>سوال</u> مقدار k را چنان بیابید که دو خط زیر، فقط در یک نقطه مشترک باشند. $d_1: 2x - 4y = 3, \quad d_2: 5x - (k + 1)y = 4$			
<u>پاسخ تشریحی</u> باید: $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$. بنابراین: $\frac{2}{5} \neq \frac{-4}{-k-1} \Rightarrow -2k - 2 \neq -20 \Rightarrow -2k \neq -18 \Rightarrow k \neq 9$			

سوال شماره ۶

نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: خانم مریم عبدالملکی			
استان / شهرستان: کردستان / قروه			
<u>سوال</u> اگر دستگاه $\begin{cases} ax + 3y = a + 4 \\ 2x + (a + 1)y = 3a \end{cases}$ بیشمار جواب داشته باشد، a را به دست آورید.			
<u>پاسخ تشریحی</u> $\frac{a}{2} = \frac{3}{a+1} = \frac{a+4}{3} \rightarrow a = 2$			

سوال شماره ۷

نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: ساده	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی		استان / شهرستان: قم / قم	

سوال

در خصوص عدم وجود و تعداد جواب های دستگاه $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ به ازای مقادیر ۱ و ۵ $m =$ بحث کنید.

پاسخ تشریحی

$$m = 5 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \neq \frac{5}{2} \quad (0.5)$$

(۰, ۲۵) دستگاه جواب ندارد.

$$m = 1 \Rightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{-2}{4} \neq \frac{3}{2} \neq \frac{1}{2} \quad (0.5)$$

(۰, ۲۵) دستگاه جواب یکتا دارد.

سوال شماره ۸

نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۱
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	

سوال

در دستگاه $\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + dy = e \end{cases}$ ، معکوس ماتریس ضرایب به صورت $\begin{bmatrix} \cdot & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ است. اگر $x = 1$ باشد، مقدار y را بیابید.

پاسخ تشریحی

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ e \end{bmatrix} \xrightarrow{x=1} \begin{bmatrix} 1 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ e \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} e = 1 \\ y = 2 - e \end{cases} \xrightarrow{e=1} y = 1$$

سوال شماره ۹			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای رضا کاظمی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> اگر دستگاه $\begin{cases} (m+4)x + 7y = 1 \\ 3x + my = -1 \end{cases}$ فاقد جواب باشد، دستگاه $\begin{cases} (2m-1)x + my = m-1 \\ (m^2+1)x + (m+3)y = m+1 \end{cases}$ چند جواب دارد؟			
<u>پاسخ تشریحی</u> $\frac{m+4}{3} = \frac{7}{m} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow m^2 + 4m = 21 \Rightarrow \begin{cases} m = -7 & \times \\ m = 3 & \checkmark \end{cases}$ $m = 3 \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} \Rightarrow \text{بیشمار جواب}$			

سوال شماره ۱۰			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	
<u>سوال</u> اگر دستگاه $\begin{cases} (m+2)x + y = -2 \\ 6x + (m+1)y = 6 \end{cases}$ جواب نداشته باشد آنگاه در مورد تعداد جوابهای دستگاه معادلات $\begin{cases} x + y = -2 \\ -4x + my = 5 \end{cases}$ بحث نمایید.			
<u>پاسخ تشریحی</u> برای این که دستگاه فاقد جواب باشد باید داشته باشیم: $\frac{m+2}{6} = \frac{1}{m+1} \neq \frac{-2}{6} \Rightarrow m^2 + 3m - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -4 \end{cases}$ غ ق ق دستگاه یک جواب دارد. $\frac{-1}{4} \neq \frac{1}{1} \Rightarrow \begin{cases} x + y = -2 \\ -4x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow m = 1$			

سوال شماره ۱۱

نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربری	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۱
طراح: آقای محمد سعید حکیمی			
استان / شهرستان: کردستان / ناحیه ۲ سنندج			
<u>سوال</u> مقدار m را چنان بیابید که دو خط $d_1: 3x - 2y = 7$ و $d_2: (m^2 - 10)x + 4y = 5m - 4$ هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند.			
<u>پاسخ تشریحی</u> شرط اینکه دو خط هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند، این است که: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$. بنابراین: $\frac{3}{m^2 - 10} = \frac{-2}{4} \neq \frac{7}{5m - 4} \Rightarrow -2m^2 + 20 = 12 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$ اگر $m = -2$ باشد، آنگاه داریم $\frac{3}{(-2)^2 - 10} = \frac{-2}{4} = \frac{7}{5(-2) - 4}$ یعنی: $\frac{3}{-6} = \frac{-2}{4} = \frac{7}{-14}$ بنابراین فقط مقدار ۲ قابل قبول است.			

سوال شماره ۱۲

نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربری	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: آقای جعفر زنجانی			
استان / شهرستان: زنجان / زنجان			
<u>سوال</u> مقدار m را طوری بیابید که دستگاه $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.			
<u>پاسخ تشریحی</u> شرط اینکه دستگاه جواب نداشته باشد، یا بیشمار جواب داشته باشد، این است که دترمینان ماتریس ضرایب صفر باشد. بنابراین: $\begin{vmatrix} m-3 & 3 \\ 4 & m+1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (m-3)(m+1) - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -3 \Rightarrow \frac{-6}{4} = \frac{3}{-2} = \frac{-3}{2} \\ m = 5 \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \neq \frac{5}{2} \end{cases}$ پس به ازای $m = 5$ دستگاه جواب ندارد.			

پس به ازای $m = 5$ دستگاه جواب ندارد.

سوالات مفهومی:

هندسه ۳

پایه دوازدهم ریاضی

فصل اول: ماتریس و کاربردها

درس دوم

مبحث: «خواص دترمینان»

سوالات مفهومی درس "هندسه ۳ - دوازدهم ریاضی"	
فصل: اول	درس / صفحه: درس دوم « خواص دترمینان »

سوال شماره ۱			
نوع سوال: صحیح-غلط	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای احسان حسینی بفروبی		استان / شهرستان: قم / قم	
<u>سوال</u> درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. اگر A یک ماتریس اسکالر از مرتبه 3×3 و $a_{11} = 3$ باشد، دترمینان A برابر ۹ است.			
<u>پاسخ تشریحی</u> نادرست (۰,۵)			

سوال شماره ۲			
نوع سوال: چندگزینه‌ای	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	
<u>سوال</u> ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 3 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ مفروض است اگر دترمینان ماتریس A^{-1} برابر $\frac{1}{3}$ باشد مقدار m برابر است با: الف) ۱ ب) -۲ ج) -۱ د) ۳			
<u>پاسخ تشریحی</u> $A = 3m + 6$ $A ^{-1} = \frac{1}{3m + 6} = \frac{1}{3}$ $m = -1$			

سوال شماره ۳			
نوع سوال: چندگزینه‌ای	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: خانم مریم عبدالملکی		استان / شهرستان: کردستان / قروه	
<u>سوال</u>			
اگر A ماتریس 3×3 باشد و $ A = 4$ ، حاصل $ A A $ کدام است ؟			
۶۴(۱)	۹۶(۲)	۱۲۸(۳)	۲۵۶(۴)
<u>پاسخ تشریحی</u>			
گزینه ۴ -			
$ A A = A ^3 A = A ^4 = (4)^4 = 256$			

سوال شماره ۴			
نوع سوال: چندگزینه‌ای	سطح شناختی: فهمیدن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۲
طراح: خانم طاهره خلیلی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> دترمینان ماتریسهای 3×3 تابعی است که دامنه آن و هم دامنه آن است. (۱) ماتریس 3×3 - ماتریس 3×3 (۲) $R - R$ (۳) $-R$ (۴) ماتریس 3×3 - R			
<u>پاسخ تشریحی</u> گزینه ۴ دامنه دترمینان ماتریس های 3×3 مجموعه ماتریس های 3×3 است و هم دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی است.			

سوال شماره ۵			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: ترکیب	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۰/۷۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی		استان / شهرستان: قم / قم	
<u>سوال</u> اگر A ماتریس 3×3 باشد که $ A = -2$ حاصل $ A^4 - 4 A^{-1} + 3$ را بیابید؟			
<u>پاسخ تشریحی</u> $(-2)^4 - 4 \times \frac{1}{-2} + 3 = 21$ ۰.۲۵ ۰.۲۵ ۰.۲۵			

سوال شماره ۶			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	نوع سوال: کوتاه پاسخ	نوع سوال: کوتاه پاسخ	نوع سوال: کوتاه پاسخ
طراح: خانم طاهره خلیلی		طراح: خانم طاهره خلیلی	
<u>سوال</u>			
دو سطر یک ماتریس مربعی را در عدد ۲- و سه ستون آن را در عدد ۳ ضرب کرده‌ایم، دترمینان چند برابر می شود؟			
<u>پاسخ تشریحی</u>			
می‌دانیم هر سطر یا ستونی اگر در K ضرب شود دترمینان نیز در همان عدد ضرب می‌شود. بنابراین دترمینان $3^3 \times (-2)^2$ ضرب می‌شود. پس دترمینان ۱۰۸ برابر می شود.			

سوال شماره ۷

سوال شماره ۷			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	
سوال			
اگر A ماتریسی اسکالر و از مرتبه ۳ باشد و $a_{33} = -2$ در اینصورت $ A - I $ را بدست آورید.			
پاسخ تشریحی			
$A - I = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \qquad A - I = (-3)^3 = -27$			

سوال شماره ۸

سوال شماره ۸			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: آقای احسان حسینی بفروبی		استان / شهرستان: قم / قم	
سوال اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \\ 7 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $A^t B^t$ را بیابید.			
پاسخ تشریحی $A = 3$ و $B = -2 \Rightarrow A^t B^t = 3^4 \times (-8) = -648$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)			

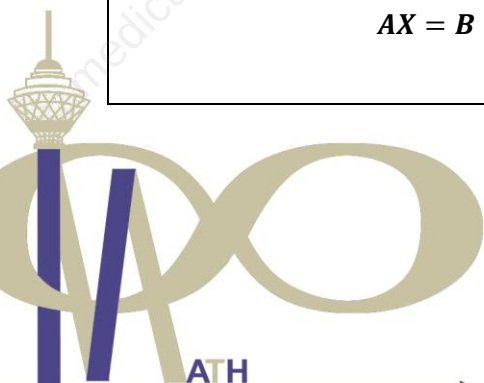


سوال شماره ۹

سوال شماره ۹			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای رضا کاظمی		استان/ شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> اگر ماتریس $2A = \begin{bmatrix} A & -1 & 1 \\ 0 & A & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $A \neq 0$ باشد مقدار $A A - A$ را بیابید.			
<u>پاسخ تشریحی</u> $ 2A = \begin{vmatrix} A & -1 & 1 \\ 0 & A & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow 8 A = 2 A ^2 \Rightarrow \begin{cases} A = 0 & \times \\ A = 4 & \checkmark \end{cases}$ $ A A - A = 4A - A = 3A = 27 A = 27 \times 4 = 108$			

سوال شماره ۱۰

سوال شماره ۱۰			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: ترکیب	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۱/۵
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	
<u>سوال</u> اگر $A_{2 \times 2}$، ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{cases} ax + by = 4 \\ a'x + b'y = -6 \end{cases}$ باشد و $2A = \begin{bmatrix} A & -2 \\ 2 & A \end{bmatrix}$ مقدار x و y را به دست آورید.			
<u>پاسخ تشریحی</u> $2A = \begin{bmatrix} A & -2 \\ 2 & A \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{vmatrix} A & -2 \\ 2 & A \end{vmatrix} \Rightarrow 4 A = A ^2 + 4 \Rightarrow A ^2 - 4 A + 4 = 0 \Rightarrow A = 2$ $2A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -5 \end{cases}$			



سوال شماره ۱۱

سوال شماره ۱۱			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: ترکیب	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: خانم مریم عبدالملکی		استان / شهرستان: کردستان / قروه	
<u>سوال</u> اگر $A = \begin{bmatrix} -۲ & ۰ & ۱ \\ ۰ & -۲ & ۰ \\ ۱ & ۰ & -۵ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۵ \end{bmatrix}$ باشند ، مقدار $\left \frac{۱}{۲} A^۲ \right + ۲ B^۳$ را به دست آورید.			
<u>پاسخ تشریحی</u> $A = -۲۰$, $B = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۵ \end{bmatrix} \rightarrow B = ۵$ $\left \frac{۱}{۲} A^۲ \right + ۲ B^۳ = \frac{۱}{۸} A ^۲ + ۴ B ^۳ = \frac{۱}{۸} (-۲۰)^۲ + ۴ (۵)^۳ = \frac{۱}{۸} ۴۰۰ + ۵۰۰ = ۵۵.$			

سوال شماره ۱۲

سوال شماره ۱۲			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: آقای جعفر زنجانی		استان/ شهرستان: زنجان / زنجان	
سوال اگر $A = \begin{bmatrix} ۴ A & A \\ ۳ & \frac{۲}{ A } \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $A^{-۱}$ را محاسبه کنید.			
پاسخ تشریحی $A = ۴ A \times \frac{۲}{ A } - ۳ A = ۸ - ۳ A \Rightarrow A = ۲$$A^{-۱} = \frac{۱}{ A } = \frac{۱}{۲}$			

سوالات مفهومی:

هندسه ۳

پایه دوازدهم ریاضی

فصل دوم: آشنایی یا مقاطع مخروطی

درس اول

مبحث: « مکان هندسی »

سوالات مفهومی درس "هندسه ۳ - دوازدهم ریاضی"

درس / صفحه: درس اول « مکان هندسی »	فصل: دوم
---------------------------------------	----------

سوال شماره ۱			
نوع سوال: جورکردنی	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۷۵
طراح: خانم لیلا قبادی		استان / شهرستان: کردستان / کامیاران	
<u>سوال</u> شماره هریک از مکان هندسی‌های زیر را مشخص کنید. الف) نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d', d'' به یک فاصله‌اند. ب) مرکزهای همه‌ی دایره‌هایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماسند. ج) مرکزهای همه‌ی دایره‌هایی با شعاع ثابت r که بر دایره‌ی $C(o, r)$ در صفحه این دایره مماس خارجی‌اند. ۱) دایره ای به مرکز O و به شعاع $2r$ ۲) دو نیمساز بین دو خط ۳) روی خط عمود بر d در نقطه A (خود نقطه A جواب نیست).			
<u>پاسخ تشریحی</u> الف - ۲ ب - ۳ ج - ۱			

سوال شماره ۲			
نوع سوال: صحیح-غلط	سطح شناختی: فهمیدن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی		استان / شهرستان: قم / قم	
<u>سوال</u> درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. مکان هندسی مرکز دایره‌ای که در خارج یک دایره داده شده، واقع است و روی محیط آن می‌غلطد، یک دایره است.			
<u>پاسخ تشریحی</u> درست (۰,۵)			

سوال شماره ۳			
نوع سوال: چندگزینه‌ای	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای رضا کاظمی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> مکان هندسی نقاطی که مماس های رسم شده از آن نقطه بر دایره $C(O, ۲)$، با هم زاویه ۶۰ درجه بسازد کدام گزینه است؟ (۱) دایره‌ای به مرکز O به شعاع ۴ (۲) دایره‌ای به مرکز O به شعاع $۲\sqrt{۲}$ (۳) خطی که از مرکز دایره $C(O, ۲)$ می گذرد (۴) نیمساز دو خط مماس بر دایره			
<u>پاسخ تشریحی</u> گزینه ۱			

سوال شماره ۴

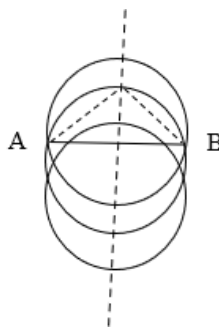
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: خانم افسانه حبیبی دعویسرائی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	

سوال

مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که از دو نقطه A و B می‌گذرند را با رسم شکل مشخص کنید.

پاسخ تشریحی

عمود منصف پاره خط AB جواب مسئله است. (خط l)



سوال شماره ۵

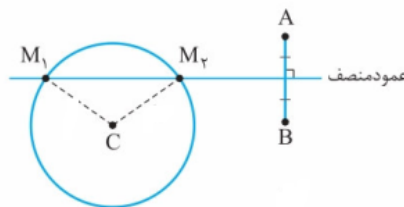
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: ترکیب	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۷۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی		استان / شهرستان: قم / قم	

سوال

حداکثر چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه C ، ۲ واحد و نقاط A و B به فاصله یکسان باشد؟

پاسخ تشریحی

حداکثر نقاط تلاقی ۲ نقطه است (۰.۲۵) که هنگامی رخ می‌دهد که خط عمود منصف AB با دایره ای به مرکز C و شعاع ۲ متقاطع باشد (۰.۵).



سوال شماره ۶

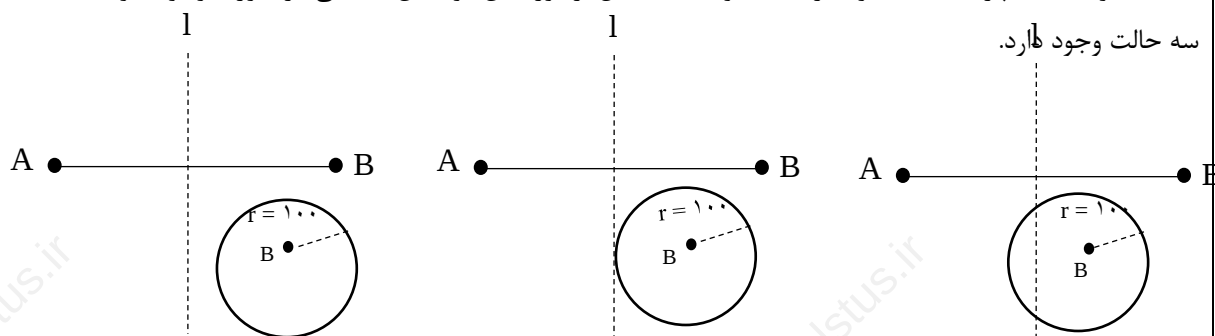
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: ترکیب	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۲
طراح: خانم افسانه حبیبی دعویسرائی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	

سوال

مکانهای مدرسه (A)، بیمارستان (B) و رستوران (C) در محله‌ای وجود دارند، می‌خواهیم دکه روزنامه فروشی در این محله بزنیم، بطوریکه از مدرسه و رستوران به یک فاصله باشد و از بیمارستان به فاصله ۱۰۰ متری قرار گیرد. (در مورد وجود جواب بحث کنید).

پاسخ تشریحی

خط l عمود منصف پاره خط AB و دایره $(B \text{ و } ۱۰۰)$ ، محل برخورد این دو مکان هندسی در صورت وجود جواب مسئله است که سه حالت وجود دارد.



حالت سوم (جواب ندارد)

حالت دوم (یک جواب دارد)

حالت اول (دو جواب دارد)

سوال شماره ۷

نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	

سوال

معادله مکان هندسی مرکز دایره‌هایی به شعاع ۱ که بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$ مماس داخل هستند را بنویسید.

پاسخ تشریحی

مرکز دایره داده شده $(۲ - ۱)$ و شعاع آن برابر ۴ است. مرکز دایره‌های به شعاع ۱ که بر دایره فوق مماس داخل باشد روی دایره‌ای به مرکز $(۲ - ۱)$ و شعاع ۳ خواهد بود.

$$(x - ۱)^2 + (y + ۲)^2 = ۹$$

سوال شماره ۸

نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای حمید پیری		استان / شهرستان: همدان / همدان	

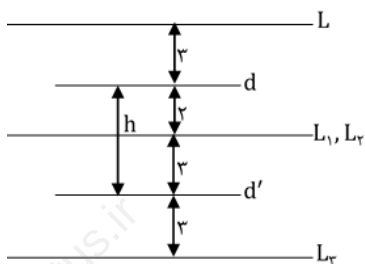
سوال

دو خط d و d' مفروض است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از d و d' به ترتیب به فاصله ۲ و ۳ باشد را بدست آورید. (مسئله چند جواب دارد).

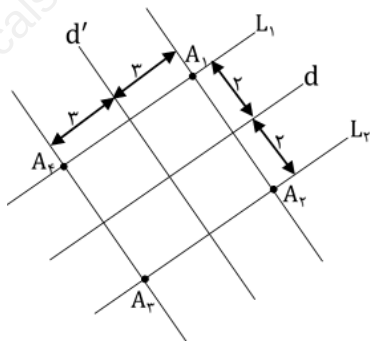
پاسخ تشریحی

اگر دو خط d و d' موازی باشند:

- در صورتی که فاصله دو خط برابر ۱ یا ۵ باشد، جواب یک خط است. (بی شمار جواب)
- در سایر موارد، فاقد جواب است.



اگر دو خط d و d' متقاطع باشند، جواب ۴ نقطه حاصل از برخورد خطوط موازی با دو خط d و d' هستند. (۴ جواب)



و اگر دو خط منطبق باشند، مسئله جواب ندارد.

سوالات مفهومی:

هندسه ۳

پایه دوازدهم ریاضی

فصل دوم: آشنایی با مقاطع مخروطی

درس دوم

مبحث: « تعیین معادله دایره با توجه به وضعیت خط و دایره نسبت به هم »

سوالات مفهومی درس "هندسه ۳ - دوازدهم ریاضی"

درس / صفحه: درس دوم	فصل: دوم
« دایره »	
تعیین معادله دایره با توجه به وضعیت خط و دایره نسبت به هم	

سوال شماره ۱

نوع سوال: صحیح - غلط	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل	استان / شهرستان: اردبیل		

سوال

درست یا نادرست بودن عبارت های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر خط l ، دایره $C(O, r)$ را در دو نقطه قطع کند، آنگاه فاصله خط l از مرکز دایره (d) همواره به صورت $0 \leq d < r$ خواهد بود.

ب) طول خط مرکزین دو دایره $x^2 - 2x + y^2 + 6y = 1$ و $x^2 + 8x + y^2 - 4y = 5$ برابر با مجموع شعاع های دو دایره است.

پاسخ تشریحی

الف) درست - چون اگر خط l دایره را در دو نقطه قطع کند پس $d < r$ برقرار می باشد. و در صورتی که l از مرکز دایره بگذرد آنگاه $d = 0$ خواهد بود.

ب) نادرست - $O_1(1, -3)$ و $O_2(-4, 2)$ پس طول خط مرکزین برابر خواهد بود با:

$$\left\{ \begin{aligned} |O_1 O_2| &= \sqrt{(1 - (-4))^2 + (-3 - 2)^2} = 5\sqrt{2} \\ r_2 &= 5 \text{ و } r_1 = 3 \Rightarrow r_1 + r_2 = 5 + 3 = 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5\sqrt{2} \neq 8$$



سوال شماره ۲			
نوع سوال: چندگزینه ای	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	
<u>سوال</u>			
خط $4x - 3y = -5$ دایره ای به مرکز $O(2,1)$ را در دو نقطه قطع می کند. شعاع دایره کدام یک از گزینه های زیر <u>می تواند</u> باشد؟			
$\frac{3}{2}$ (۱)	۱ (۲)	۲ (۳)	۳ (۴)
<u>پاسخ تشریحی</u>			
گزینه ۴ - چون خط $4x - 3y = -5$ دایره را در دو نقطه قطع می کند پس فاصله مرکز دایره $O(2,1)$ تا خط را محاسبه می کنیم:			
$ OH = \frac{ 4(2) - 3(1) + 5 }{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{10}{5} = 2$			
بنابراین، شعاع دایره باید عددی بزرگتر از ۲ باشد، که می تواند عدد ۳ باشد.			

سوال شماره ۳			
نوع سوال: چندگزینه‌ای	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: خانم مریم عارفی فرد		استان/ شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> دایره ای که نقطه $O(۱,-۱)$ مرکز آن بوده و بر خط به معادله ی $۳x-۴y+۳=۰$ مماس باشد از نقطه ی <u>نمی گذرد</u> . (۱) $(۱,۱)$ (۲) $(۱,۳)$ (۳) $(۳,-۱)$ (۴) $(۴,-۳)$			
<u>پاسخ تشریحی</u> گزینه ب $r = \frac{ 3 + 4 + 3 }{\sqrt{9 + 16}} = 2 \rightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4 \rightarrow$ $(1, 1) \rightarrow 0 + 4 = 4 \quad , \quad (1, 3) \rightarrow 0 + 16 \neq 4 \quad , \quad (3, -1) \rightarrow 4 + 0 = 4 \quad , \quad (1, -3) \rightarrow 0 + 4 = 4$			

سوال شماره ۴			
نوع سوال: چندگزینه‌ای	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۷۵
طراح: آقای جعفر زنجانی		استان / شهرستان: زنجان / زنجان	
<u>سوال</u> مرکز دایره ای بر نیمساز ناحیه اول است. اگر این دایره از نقطه $(۶, ۳)$ گذشته و بر خط $y = ۲x$ مماس باشد، شعاع آن کدام است؟			
(۱) ۵	(۲) $\sqrt{۵}$	(۳) ۲	(۴) $\sqrt{۲}$
<u>پاسخ تشریحی</u> گزینه ۲ -			
$O(\alpha, \alpha) \quad r = \frac{\alpha}{\sqrt{۵}}$ $(x - \alpha)^r + (y - \alpha)^r = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{۵}}\right)^r$ $(۶ - \alpha)^r + (۳ - \alpha)^r = \frac{\alpha^r}{۵} \Rightarrow (\alpha - ۵)^r = ۰ \Rightarrow \alpha = ۵$ $r = \frac{\alpha}{\sqrt{۵}} = \frac{۵}{\sqrt{۵}} = \sqrt{۵}$			
بنابراین:			

سوال شماره ۵			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی		استان / شهرستان: قم / قم	
<u>سوال</u> معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $y = 5x - 1$ و $y = x + 3$ دو قطر آن بوده و بر خط $y = -13 - 3x$ مماس باشد.			
<u>پاسخ تشریحی</u> ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ $\begin{cases} y = 5x - 1 \\ y = x + 3 \end{cases} \rightarrow x = 1 \text{ و } y = 4 \rightarrow OH = \frac{ 4 - 12 + 13 }{\sqrt{25}} = 1 \rightarrow (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 1$			

سوال شماره ۶

سوال شماره ۶			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	
<u>سوال</u>			
دایره C به مرکز $O(2, -1)$ و به شعاع ۳ واحد با دایره C' به مرکز $O'(-2, 1)$ و به شعاع ۲ واحد نقطه مشترک دارند.			
<u>پاسخ تشریحی</u>			
چون متقاطع هستند پس دو نقطه مشترک دارند.			
$OO' = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{20} < r + r' = 5$			

سوال شماره ۷

سوال شماره ۷			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: ساده	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای نصرالدین عبدالهی		استان/ شهرستان: کردستان / مریوان	
<u>سوال</u> چند دایره با شعاع ۳ می توان رسم کرد که بر خطوط به معادلات $3x + 4y - 5 = 0$ و $3y - 4x = 0$ مماس باشند.			
<u>پاسخ تشریحی</u> دو خط بر هم عموداند، لذا چهار دایره می توان بر آنها مماس رسم کرد.			

سوال شماره ۸

سوال شماره ۸			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای جعفر زنجانی		استان/ شهرستان: زنجان / زنجان	
<u>سوال</u>			
خط $y = ۲ - x$ و دایره $(x - ۱)² + (y - \frac{۳}{۲})² = \frac{۲۵}{۴}$ نسبت به هم هستند.			
<u>پاسخ تشریحی</u>			
مقاطع			

سوال شماره ۹			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: خانم زهرا ملکی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> از نقطه A (۲و۳) چند مماس بر دایره $x^2 + y^2 - x + y - 3 = 0$ می توان رسم کرد؟ چرا؟			
<u>پاسخ تشریحی</u> دو مماس می توان رسم کرد. (۰/۵) زیرا $4+9-2+3-3 > 0$ (۰/۲۵) و نقطه خارج دایره (۰/۲۵)			

سوال شماره ۱۰			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی		استان / شهرستان: قم / قم	
<u>سوال</u>			
مقدار a را چنان بیابید که خط $y + 3x = a$ بر دایره $2x^2 + 2y^2 - 3x + y = 0$ مماس باشد؟			
<u>پاسخ تشریحی</u>			
$2x^2 + 2y^2 - 3x + y = 0 \Rightarrow O\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}\right) \text{ و } R = \frac{\sqrt{10}}{4} \text{ (۰.۵)}$			
فاصله مرکز دایره تا خط			
$\frac{ 3 \times \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - a }{\sqrt{9+1}} = \frac{ 2-a }{\sqrt{10}} \text{ (۰.۵)}$			
$\Rightarrow \frac{ 2-a }{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{4} \text{ (۰.۲۵)} \Rightarrow 2-a = \frac{5}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \text{ و } \frac{9}{2} \text{ (۰.۲۵)}$			



سوال شماره ۱۱

سوال شماره ۱۱			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: ترکیب	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۱/۵
طراح: خانم زهرا ملکی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> خط قائم بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 1$ و گذرا از نقطه $A(-3, 2)$ محور طول ها را با کدام طول قطع می کند؟			
<u>پاسخ تشریحی</u> $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 - 6 = 0 \quad (0.5) \rightarrow O(1, -2) \quad A(-3, 2) \rightarrow m_{OA} = -1 \quad (0.25)$ $y - 2 = -1(x + 3) \rightarrow y = -x - 1 \quad (0.25) \rightarrow$ محل تلاقی با طول ها $x = -1 \quad (0.25)$			

سوال شماره ۱۲

سوال شماره ۱۲			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: ترکیب	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۱/۵
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	

سوال

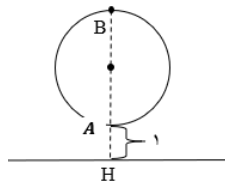
کمترین و بیشترین فاصله خط $6x - 8y = -2$ از دایره $x^2 - 4x + y^2 + 4y = -4$ را بدست آورید.

پاسخ تشریحی

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \rightarrow O(2, -2) \quad a = -4, b = 4, c = 4$$

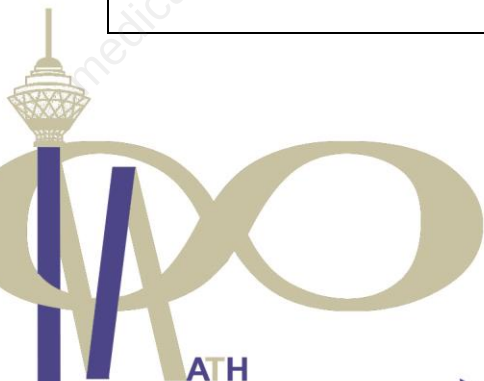
$$r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{16 + 16 - 16}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$|OH| = \frac{|6(2) - 8(-2) + 2|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{30}{10} = 3$$



$$|AH| = |OH| - r = 3 - 2 = 1$$

$$|BH| = |OH| + r = 3 + 2 = 5$$



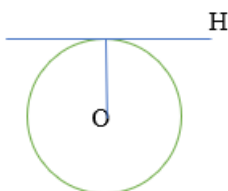
سوال شماره ۱۳

نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: گروه ریاضی استان اردبیل		استان / شهرستان: اردبیل	

سوال

به ازای چه مقادیری از k خط به معادله $4x - 3y + k = 0$ بر دایره $x^2 + y^2 - 2x = 3$ مماس است؟

پاسخ تشریحی



$$4x - 3y + k = 0$$

$$(x - 1)^2 + y^2 = 4 \quad \text{معادله دایره:}$$

$$O(1,0) \quad r^2 = 4 \rightarrow r = 2$$

$$OH = \frac{|4 \times 1 + 0 \times (-3) + k|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2 \quad \text{فاصله مرکز دایره تا خط:}$$

$$4 + k = 10 \rightarrow k = 6$$

سوال شماره ۱۴

نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: ترکیب	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۲۵
طراح: آقای نصرالدین عبدالهی		استان / شهرستان: کردستان / مریوان	

سوال

معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن روی نیمساز ربع چهارم و بر محورهای مختصات مماس باشد بطوری که طول نقطه تماس آن با محور طول‌ها ۳ باشد.

پاسخ تشریحی

رسم شکل یا نوشتن مرکز دایره به صورت $(0/5)(3, -3)$ شعاع دایره به صورت $3 = (0/25)r^2$ و نوشتن معادله دایره $(0/5)$
 $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$



سوالات مفهومی:

هندسه ۳

پایه دوازدهم ریاضی

فصل دوم: آشنایی با مقاطع مخروطی

درس دوم

مبحث: « تعیین معادله دایره با توجه به وضعیت دو دایره نسبت به هم »

سوالات مفهومی درس "هندسه ۳ - دوازدهم ریاضی"

درس / صفحه: درس دوم	فصل: دوم
« دایره »	
تعیین معادله دایره با توجه به وضعیت دو دایره نسبت به هم	

سوال شماره ۱

نوع سوال: صحیح-غلط	سطح شناختی: فهمیدن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی	استان / شهرستان: قم / قم		
<u>سوال</u> درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. دو دایره دقیقاً متقاطع‌اند، اگر فاصله دو مرکز از مجموع شعاع‌های دو دایره کمتر باشد.			
<u>پاسخ تشریحی</u> نادرست (۰,۵)			

سوال شماره ۲

نوع سوال: چندگزینه‌ای	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: خانم مریم عارفی فرد	استان / شهرستان: قزوین / قزوین		
<u>سوال</u> برای نوشتن معادله ی دایره‌ای که مرکز آن نقطه $O(-۱,۱)$ بوده و با دایره ی $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ مماس درونی باشد، چند جواب بدست می‌آید؟ (۱) جواب ندارد (۲) یک جواب (۳) دو جواب (۴) بیشمار جواب			
<u>پاسخ تشریحی</u> گزینه ۲ - دایره C' به مرکز $(۱-و۱)$ و شعاع $\sqrt{۲}$ و فاصله ی $OO' = ۲\sqrt{۲}$، چون مماس داخل هستند در فرمول زیر فقط یک جواب قابل قبول برای R بدست می‌آید. $R - R' = R - \sqrt{۲} = ۲\sqrt{۲} \rightarrow R = ۳\sqrt{۲}, -\sqrt{۲}$			

سوال شماره ۳			
نوع سوال: چندگزینه ای	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۷۵
طراح: آقای عادل آخندی		استان / شهرستان: کردستان / دیواندره	
<u>سوال</u> به ازای کدام مقدار a، دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 8y + a = 0$ مماس خارج یکدیگرند؟ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹			
<u>پاسخ تشریحی</u> گزینه ۳ - مختصات مرکز و شعاع دو دایره را بدست می آوریم. $x^2 + y^2 + 4x = 0 \rightarrow O(-2, 0), r = \frac{\sqrt{16}}{2} = 2$ $x^2 + y^2 - 2x + 8y + a = 0 \rightarrow O'(1, -4), r' = \frac{\sqrt{68 - 4a}}{2} = \sqrt{17 - a}$ اگر $d = OO'$ طول خط المکزین دو دایره مماس خارج باشد، $d = r + r'$ بنابراین داریم: $d = OO' = \sqrt{(1 + 2)^2 + (-4 + 0)^2} = 5$ $d = r + r' \rightarrow 5 = 2 + \sqrt{17 - a} \rightarrow a = 8$			

سوال شماره ۴			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربردن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱
طراح: آقای احسان حسینی بفروبی		استان / شهرستان: قم / قم	
<u>سوال</u>			
معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(۵,۱)$ مرکز آن بوده و بر دایره به معادله $x^2 - 4x + y^2 + 6y = 3$ مماس بیرونی باشد.			
<u>پاسخ تشریحی</u>			
$O' = (2, -3)$ و $OO' = \sqrt{9 + 16} = 5 \rightarrow OO' = R + R' \rightarrow R = 1$ ۰/۷۵ $(x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 1$ ۰/۲۵			

سوال شماره ۵			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۱
طراح: خانم مریم عارفی فرد		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> کمترین فاصله ی بین نقاط دو دایره $(x - ۱)^۲ + (y - ۲)^۲ = ۴$ و $(x - ۵)^۲ + (y + ۱)^۲ = ۱$ چقدر است؟			
<u>پاسخ تشریحی</u> $O(۵, -۱), r = ۱, O'(۱, ۲), r' = ۲$ $OO' = ۵$ $OO' - (r + r') = ۲$ کوتاهترین فاصله:			

سوال شماره ۶			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۷۵
طراح: آقای جعفر زنجانی		استان / شهرستان: زنجان / زنجان	
<u>سوال</u> دو دایره $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ و $x^2 + y^2 = a^2$ مماس داخل هستند. مقدار a برابر است با			
<u>پاسخ تشریحی</u> شرط اینکه دو دایره مماس داخل باشند این است که : $d = R - R' $ $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow O(3, 0), R = 2$ $x^2 + y^2 = a^2 \Rightarrow O'(\cdot, \cdot), R' = a$ $d = OO' = 3$ $ 2 - a = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 5 \end{cases}$			

سوال شماره ۷			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: ساده	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای عادل آخکندی		استان/ شهرستان: کردستان / دیواندره	
<u>سوال</u> دو دایره به شعاع های ۳ و ۴ مفروضند. اگر طول خط المکزین آنها $\sqrt{2} - ۱$ باشد، دو دایره نسبت بهم چگونه اند؟			
<u>پاسخ تشریحی</u> متداخل هستند. زیرا: $d = OO' < R - R' $			

سوال شماره ۸			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربردن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی		استان / شهرستان: قم / قم	
<u>سوال</u> مقدار a را چنان بیابید که دو دایره $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y + a = 0 \\ x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0 \end{cases}$ مماس خارج باشند؟			
<u>پاسخ تشریحی</u> $x^2 + y^2 - 2x - 2y + a = 0 \Rightarrow O(1,1) \text{ و } R = \sqrt{2-a} \quad (0.5)$ $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0 \Rightarrow O'(4,1) \text{ و } R' = 1 \quad (0.5)$ $\Rightarrow \sqrt{2-a} + 1 = 3 \Rightarrow 2-a = 2 \Rightarrow a = -2 \quad (0.5)$			

سوال شماره ۹			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: ترکیب	سطح دشواری: دشوار	شمارک: ۱/۲۵
طراح: خانم زهرا ملکی		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکزش $O(۵,۱)$ باشد و با دایره $x^2 + y^2 - 4x - 2y = -1$ مماس بیرون باشد.			
<u>پاسخ تشریحی</u> $O_1(2,1)(0.25) \rightarrow r_1 = \frac{1}{2}\sqrt{16+4-4} = 2(0.25)$ $O_2(5,1)(0.5) \rightarrow r_2 = 1(0.25) \rightarrow (x-5)^2 + (y-1)^2 = 1(0.5)$			

سوال شماره ۱۰			
نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای عادل آخندی - آقای جعفر زنجانی		استان / شهرستان: کردستان / دیواندره - زنجان / زنجان	

سوال

معادله دایره ای که مرکزش نقطه $O(2, -2)$ و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$ مماس خارج است را بدست آورید.

پاسخ تشریحی

مختصات مرکز و شعاع دایره $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ را بدست می آوریم.

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0 \rightarrow O'(-1, 2), r' = \frac{\sqrt{36}}{2} = 3$$

از آنجا که مرکز دایره دوم $O(2, -2)$ می باشد پس اگر $d = OO'$ طول خط المکزین دو دایره مماس خارج باشد، $d = r + r'$

بنابراین داریم:

$$d = OO' = \sqrt{(2+1)^2 + (-2-2)^2} = 5 \rightarrow d = r + r' \rightarrow 5 = r + 3 \rightarrow r = 2$$

معادله دایره:

$$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$$

سوالات مفهومی:

هندسه ۳

پایه دوازدهم ریاضی

فصل دوم: آشنایی با مقاطع مخروطی

درس دوم

مبحث: « تعیین معادله دایره »

با تاکید بر سوالات ۱ و ۲ صفحه ۴۶

سوالات مفهومی درس "هندسه ۳ - دوازدهم ریاضی"

درس / صفحه: درس دوم	فصل: دوم
« دایره »	
تعیین معادله دایره	

سوال شماره ۱

نوع سوال: صحیح-غلط	سطح شناختی: فهمیدن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: آقای احسان حسینی بفروبی	استان / شهرستان: قم / قم		
<u>سوال</u> درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. نقطه $(2, 1)$ روی دایره $x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0$ قرار دارد.			
<u>پاسخ تشریحی</u> نادرست $(0, 5)$ $x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow O(-1, 0)$ و $R = \sqrt{2}$ و $OA = \sqrt{10} \Rightarrow OA > R$			

سوال شماره ۲

نوع سوال: چندگزینه ای	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: آقای نصرالدین عبدالهی	استان / شهرستان: کردستان / مریوان		
<u>سوال</u> به ازای کدام مقدار k رابطه ی $kx^2 + \frac{y^2}{k} = 2x + k^2 - 3$ معادله دایره است؟ (۱) دو (۲) یک (۳) صفر (۴) بی شمار			
<u>پاسخ تشریحی</u> گزینه ۲ - $k = \frac{1}{k}$ لذا $k = \pm 1$ با جایگذاری $k = 1$ در معادله دایره و تعیین شعاع به کمک فرمول $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$ زیر رادیکال منفی و قابل قبول نیست (۰/۵) و به ازای $k = -1$ یک مقدار قابل قبول بدست می آید که گزینه ۲ جواب است (۰/۵)			

سوال شماره ۳			
نوع سوال: چندگزینه ای	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۷۵
طراح: آقای جعفر زنجانی		استان / شهرستان: زنجان / زنجان	
<u>سوال</u> شعاع دایره محیطی گذرا از نقاط $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$، $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ و مبدا مختصات کدام است؟ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{2}$			
<u>پاسخ تشریحی</u> گزینه ۴ - فرم کلی معادله دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ می باشد. چون این دایره از مبدأ مختصات می گذرد، پس: $c = 0$ با جایگذاری مختصات دو نقطه A, B در معادله دایره داریم: $a = -2$، $b = -2$. بنابراین معادله دایره به صورت $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ و شعاع آن برابر با $\sqrt{2}$ می باشد.			

سوال شماره ۴			
نوع سوال: چندگزینه‌ای	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: خانم مریم عارفی فرد		استان / شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u>			
معادله‌ی دایره‌ای که خط به معادله $x+y+1=0$ شامل وترى از این دایره، هم طول با شعاع دایره می باشد، به صورت $x^2 + y^2 - 2x - 2y + c = 0$ است. مقدار C کدام است؟			
۸ (۱)	-۲ (۲)	-۴ (۳)	۶ (۴)
<u>پاسخ تشریحی</u>			
گزینه ۳			
$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2 - c \quad , \quad d = \frac{ 1+1+1 }{\sqrt{1+1}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \rightarrow r^2 - \frac{r^2}{4} = \frac{9}{2} \rightarrow r^2 = 6 \rightarrow 2 - c = 6 \rightarrow c = -4$			

سوال شماره ۵			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: فهمیدن	سطح دشواری: ساده	شمارک: ۰/۷۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی		استان / شهرستان: قم / قم	
<u>سوال</u>			
معادله دایره‌ای را بنویسید که از نقطه $(۰,۰)$ گذشته و $(-۲,۱)$ مرکز آن باشد؟			
<u>پاسخ تشریحی</u>			
$A(۰,۰) و O(-۲,۱) \Rightarrow OA = \sqrt{۵}(۰.۵) \Rightarrow (x+۲)^2 + (y-۱)^2 = ۵(۰.۲۵)$			

سوال شماره ۶			
نوع سوال: کوتاه پاسخ	سطح شناختی: کاربرستن	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۰/۵
طراح: خانم زهرا ملکی		استان/ شهرستان: قزوین / قزوین	
<u>سوال</u> اگر دو دایره متقاطع باشند به سوالات زیر پاسخ دهید: الف) تعداد مماس مشترک خارجی دو دایره چه تعداد است؟ ب) تعداد مماس مشترک داخلی دو دایره چه تعداد است؟			
<u>پاسخ تشریحی</u> الف) ۲ (۰.۲۵) ب) صفر (۰.۲۵)			

سوال شماره ۷

نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: تحلیل	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۲۵
طراح: آقای احسان حسینی بفرویی	استان / شهرستان: قم / قم		

سوال

به ازای چه مقادیری از a مرکز دایره $x^2 + y^2 - 3x - ay = 0$ روی خط $y = 2x$ قرار دارد؟

پاسخ تشریحی

$$\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + \left(y^2 - ay + \frac{a^2}{4}\right) = -\left(\frac{a^2}{4} + \frac{9}{4}\right) \Rightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = -\left(\frac{a^2}{4} + \frac{9}{4}\right) \quad (0.5)$$

$$\Rightarrow 0 \left(\frac{3}{2} \text{ و } \frac{a}{2}\right) \quad (0.25)$$

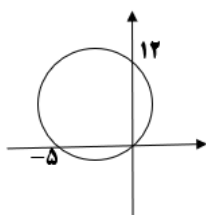
عرض تمام نقاط روی خط $y = 2x$ دو برابر طول آن هاست، پس $a = 6$ (۰.۵)

سوال شماره ۸

نوع سوال: گسترده پاسخ	سطح شناختی: کاربردی	سطح دشواری: متوسط	شمارک: ۱/۵
طراح: خانم مریم عارفی فرد	استان / شهرستان: قزوین / قزوین		

سوال

با توجه به شکل مقابل معادله ی دایره را بنویسید.



پاسخ تشریحی

$$(-5, 0), (0, 12) \quad c = 0 \quad x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$(-5, 0) \rightarrow 25 + 0 - 5a + 0 + 0 = 0 \rightarrow a = 5$$

$$(0, 12) \rightarrow 0 + 144 + 0 + 12b + 0 = 0 \rightarrow b = -12$$

$$x^2 + y^2 + 5x - 12y = 0$$



کانال آوای موفقیت

شاد، ایتا، بله، رویکا، تلگرام

@Avaye_movafaghiyat