

# Konkur Core

✦ ریاضی دوازدهم - رشته تجربی ✦



MEDICAL STUS

خوبیا برمیگرده

اشتراک



# مدیکال پلاس

تمام آموزش‌های مدیکال، در یک اشتراک!

اشتراک **MEDICAL PLUS** فقط شامل محصولات آموزشی زیر است

## 73CORE

## 73 CORE



- آموزش پربازده کنگور
- به جای اتلاف وقت، برو سر اصل مطلب!
- جزوات هدفمند و به‌روز
- تدریس اسکرین رکورد
- تمرکز بر تیپ تست‌های پرتکرار

## جاده نهایی



- روزی فقط ۱ ساعت برای ۲۰ نهایی
- برنامه تا خود امتحانات
- جزوه کامل و به‌روز
- فیلم آموزشی متناسب با جزوه
- تمرین + نمونه سوال + آزمون

## جاده نهایی

کاملاً ویرایش شده برای ۲۰ نهایی

## صد فرهنگیان



- ۲۵ ساعت آموزش کامل اختصاصی فرهنگیان
- هوش + تعلیم و تربیت + دین و زندگی
- جزوه و تدریس کامل (حدود ۲۵ ساعت)
- جزوه کامل مصاحبه (۱۰۰ صفحه)
- دسترسی به گروه VIP آزمون

### مزایای اشتراک مدیکال پلاس



دسترسی کامل به سه محصول برتر آموزشی



آپدیت مداوم محتوا



دسترسی دائمی و نامحدود



پشتیبانی شروع کار (ویژه اشتراک ۳ ساله)



ضمانت عودت وجه تا ۱۴ روز



با یک اشتراک، سه محصول قدرتمند آموزشی را در اختیار شماست!



@medical\_stus



medicalstus.ir



خوبیا برمیگرده





# طرح‌های مشاوره

۳ سطح پشتیبانی، متناسب با نیاز تو



## MENTORING

برای دانش‌آموزان  
خودران و مستقل



تماس  
هفتگی



گزارش  
شبانه



آزمونای مبحثی  
و کویزای شبانه



بدون  
برنامه‌ریزی



اگه خودت برنامه می‌ریزی و فقط به همراه مطمئن  
لازم داری تا ادامه بدی و بهتر بشی، این طرح برای تونه!



## TASK PLAN

برای دانش‌آموزان  
نیازمند برنامه کامل



تماس  
هفتگی



گزارش  
شبانه



آزمونای مبحثی  
و کویزای شبانه



برنامه‌ریزی  
شخصی



اگه می‌خوای از صفر تا صد، با یه برنامه شخصی دقیق  
و منظم جلو بری و هیچ چیزی رو از دست ندی!



## TASK PLAN PRO

برای دانش‌آموزان  
با نیاز به پشتیبانی بالا



۲ تماس  
در هفته



۲ گزارش  
در روز



آزمونای مبحثی  
و کویزای شبانه



برنامه‌ریزی  
شخصی



اگه می‌خوای پیشترین پیگیری و همراهی رو داشته باشی  
و با قدرت و تمرکز کامل به هدفت برسی!



امکان تغییر مشاور  
تغییر مشاور در صورت  
نیاز، سریع و راحت



امکان خروج در صورت  
کم‌کاری مشاور  
اگه عملکرد مشاور رضایت‌بخش  
نیود، می‌تونی خارج بشی



سیستم آزمونی مداوم  
با سوالات به روز  
سوالات مداوم و به‌روز متناسب  
با سطح و برنامه‌ات



پشتیبانی واقعی  
در کنار تو هستیم  
تا به هدفت برسی



با هر طرح مشاوره، اشتراک **MEDICAL PLUS** با تخفیف ویژه در دسترسه!



## سوال ۸۱

## فصل اول : تابع

۱ به ازای چند مقدار طبیعی از  $m$ ، تابع  $f = \{(-1, 3m - 2), (2, 25), (1, 4m + 13), (0, 10 - m)\}$  صعودی است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲ تابع  $y = \frac{|x|}{x} \sqrt{a + bx^2}$  و وارون آن از نقطه  $(0/6, 0/8)$  عبور می‌کنند. مقدار  $ab$  کدام است؟

-۳ (۴)

-۱ (۳)

۲/۵ (۲)

۴/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳ اگر  $f(x) = 2 - x$  و  $g(x) = \sqrt{3 + ax}$  باشد، به ازای کدام مقدار  $a$ ، توابع  $g$  و  $g \circ f$  روی محور  $x$ ها متقاطع‌اند؟

-۳ (۴)

-۲ (۳)

-۱/۵ (۲)

-۰/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴ به ازای چند مقدار صحیح از  $m$ ، تابع  $f = \{(-5, 4 - m), (2, 2m + 3), (10, -10), (3, m - 2)\}$  نزولی است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۵ تابع  $y = \frac{x}{|x|} \sqrt{a + bx^2}$  و وارون آن از نقطه  $(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$  می‌گذرند. مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

-۱ (۴)

 $-\frac{1}{2}$  (۳)

-۳ (۲)

 $-\frac{1}{3}$  (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۶ اگر  $f(x) = \sqrt{a - x}$  و  $g(x) = 3 - x$  باشد، به ازای کدام مقدار  $a$ ، توابع  $f$  و  $g \circ f$  روی محور  $y$ ها متقاطع‌اند؟

۲/۵ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۷ تابع  $f(x) = \begin{cases} |x + 2| + 1 & x \leq -2 \\ 5m - mx & x > -2 \end{cases}$  روی  $R$  نزولی است. اگر بازه  $[a, b]$ ، حدود مقادیر  $m$  باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

 $\frac{1}{7}$  (۴) $\frac{1}{6}$  (۳) $\frac{1}{4}$  (۲) $\frac{1}{3}$  (۱)

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۸) وارون تابع  $y = x^2 + \sqrt{b - ax}$  خط  $y = x - 4$  را در نقطه  $(a, -1)$  قطع می‌کند. مقدار  $a - b$  کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۴ (۲)

-۲ (۱)

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۹) نمودار تابع  $g$  محور  $x$  ها را در نقاطی به طول ۱ و  $2\sqrt{2}$  قطع می‌کند. اگر  $f(x) = x\sqrt{x}$  باشد، اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع  $g \circ f$  محور  $x$  ها را قطع می‌کند، کدام است؟

 $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴) $\sqrt{2}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲)

۱ (۱)

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۰) نمودار تابع  $y = 3 - \sqrt{2x}$  را ابتدا یک واحد در امتداد محور  $x$  ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور  $x$  ها را ۵ واحد در امتداد محور  $y$  ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت  $f(x) = \frac{v}{2}$  کدام است؟

 $\frac{1}{16}$  (۴) $\frac{1}{8}$  (۳) $\frac{1}{4}$  (۲) $\frac{1}{2}$  (۱)

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۱) برد تابع  $y = f(x)$  و  $y = kf(x)$  برابر  $[b, c]$  است. اگر  $k = a^2 - 2a + 3$  باشد، حاصل ضرب مقادیر  $a$  کدام است؟

-۳ (۴)

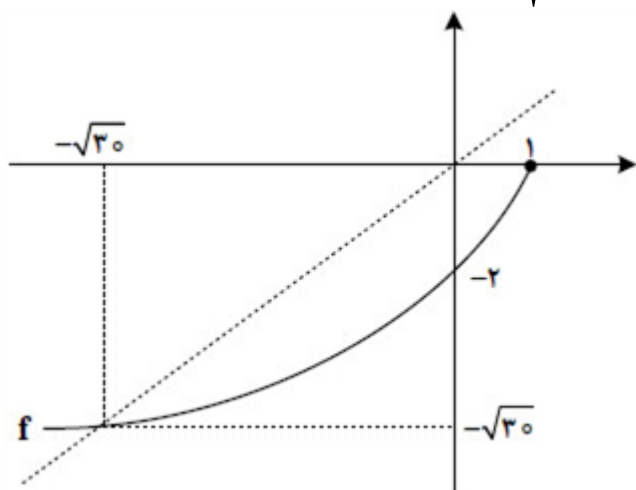
۳ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲) شکل مقابل، نمودار تابع  $f$  را نشان می‌دهد. دامنه تابع  $y = \sqrt{\frac{f(x)}{-x + f^{-1}(x)}}$  شامل چند عدد صحیح است؟



۵ (۴)

۴ (۳)

بیش از ۷ (۲)

۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳) دامنه تابع  $y = f(x)$  و  $y = f(kx)$  برابر  $[b, c]$  است. اگر  $k = 2a^2 - a - 5$  باشد، حاصل ضرب مقادیر  $a$  کدام است؟

 $2/5$  (۴)

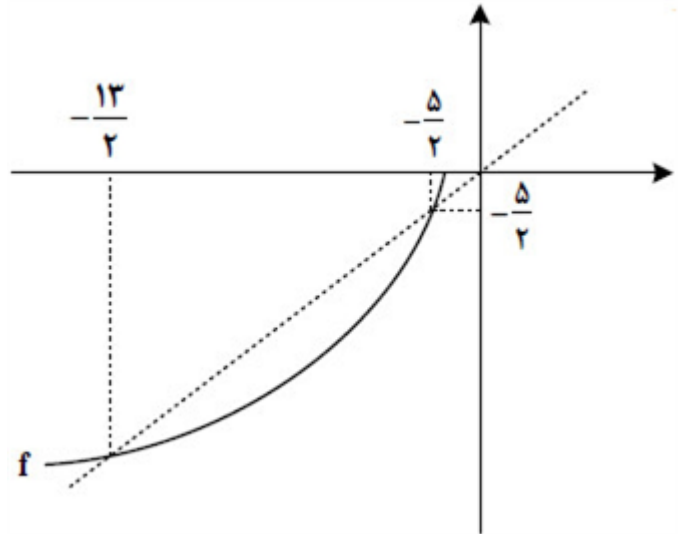
-۲/۵ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۴ شکل زیر، نمودار تابع  $f$  را نشان می‌دهد. دامنه تابع  $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$  شامل چند عدد صحیح است؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۵ تابع  $y = (x-1)|x|$  در بازه  $(a, b)$  اکیداً نزولی است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

 $\frac{3}{4}$  (۴) $\frac{3}{2}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲) $\frac{1}{4}$  (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۶ اگر  $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}, x \geq 0$  ضابطه تابع وارون  $y = ax + a\sqrt{x}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۹ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۷ اگر  $f = \left\{ \left( \frac{1}{9}, -1 \right), \left( \frac{1}{3}, 1 \right), \left( -\frac{1}{4}, 3 \right), \left( \frac{1}{4}, -3 \right) \right\}$  و  $g(x) = -|x|\sqrt{x}$  و  $\text{fog}^{-1}(a) = -3$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

 $\frac{1}{8}$  (۴) $-\frac{1}{8}$  (۳) $\frac{1}{9}$  (۲) $-\frac{1}{9}$  (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۸ مقدار غیرصفر حد  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b\sqrt{2-\sqrt{x}}-b}{ax+b}$  کدام است؟

 $\frac{1}{6}$  (۴) $-\frac{1}{6}$  (۳) $-\frac{1}{3}$  (۲) $\frac{1}{3}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۹ تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{2} & 2x - 5 \geq 0 \\ -2x^2 + ax - 21 & 2x - 5 < 0 \end{cases}$  روی دامنه تعریف خود، وارون‌پذیر است. اگر  $f^{-1}$  وارون تابع  $f$  به

ازای بزرگ‌ترین مقدار صحیح  $a$  باشد، مقدار  $f^{-1}(-3)$  کدام است؟

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۰ اگر  $f(x) = \left( \left( \frac{1}{2} \right)^x + \text{Log}_{\frac{x}{5}} \right)^2$  باشد، مجموعه جواب نامعادله  $(f \circ f)(x) < f(2^{-2x})$  کدام است؟

(۰, ۱) (۴)

 $\left( \frac{1}{8}, +\infty \right)$  (۳)(۱,  $+\infty$ ) (۲) $\left( 0, \frac{1}{8} \right)$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۱ اگر  $f(x) = x + [x]$  و  $g(x) = f([x - f(x)])$  باشد،  $\text{fog}\left(-\frac{1}{3}\right)$  کدام است؟

۴ (۴)

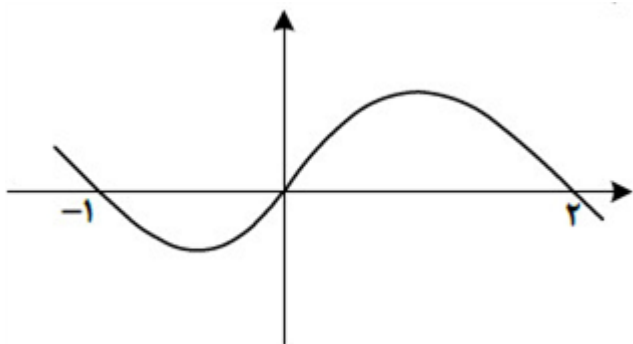
-۴ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۲ شکل مقابل، نمودار  $f(x - 2)$  را نشان می‌دهد. دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{f(1-x)}{f(x+1)}}$  شامل چند عدد صحیح است؟



بیش از ۴ (۴)

صفر (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۳ مقدار غیرصفر حد  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b\sqrt{2 + \sqrt{x}} - 2b}{ax - b}$  کدام است؟

 $\frac{1}{24}$  (۴) $\frac{1}{48}$  (۳) $\frac{1}{6}$  (۲) $\frac{1}{12}$  (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۲۴ تابع  $f(x) = \begin{cases} 2 - 3x & 2x + 3 \leq 0 \\ 2 + 2mx - x^2 & 2x + 3 > 0 \end{cases}$  روی دامنه تعریف خود، وارون‌پذیر است. اگر  $f^{-1}$  وارون تابع  $f$  به ازای

مقدار صحیح  $m$  باشد، مقدار  $f^{-1}(-19)$  کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۲۵ اگر  $f(x) = (x + \text{Log } x)^5$  باشد، مجموعه جواب نامعادله  $(\text{fof})(x) < f(x^5)$  کدام است؟

(۱, +∞) ۴

(۵, +∞) ۳

(۰, ۱) ۲

(۰, ۵) ۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۲۶ اگر  $f(x) = ۲[x] - x$  و  $g(x) = f([x + f(x)])$  باشد،  $\text{gof}\left(-\frac{۵}{۳}\right)$  کدام است؟

۶ ۴

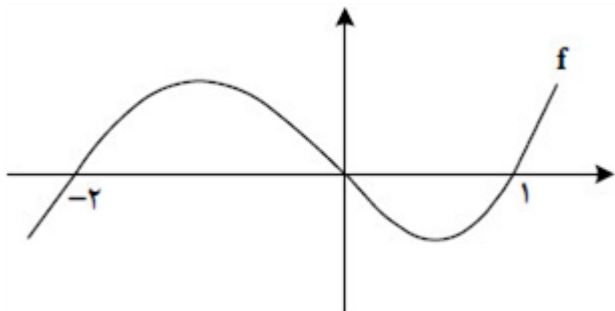
-۶ ۳

-۴ ۲

۴ ۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۲۷ نمودار مقابل، تابع  $f$  را نشان می‌دهد. دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(۲+x)}}$  شامل چند عدد صحیح است؟



۵ ۴

۴ ۳

۶ ۲

۳ ۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۲۸ در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{۲^x - \left(\frac{1}{۲}\right)^x}{۲^x + \left(\frac{1}{۲}\right)^x}$  مقدار  $f^{-1}\left(\frac{1}{۲}\right)$  کدام است؟

$\text{Log } \frac{1}{\sqrt{۲}}$  ۴

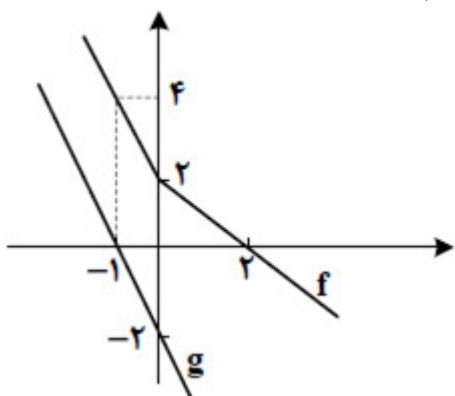
$\text{Log } \sqrt[۲]{۲}$  ۳

$\text{Log } \frac{۳}{۲}$  ۲

$\text{Log } \frac{1}{۲}$  ۱

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۲۹ با توجه به نمودارهای  $f$  و  $g$  در شکل مقابل، حاصل  $\text{gof}^{-1}(-۲) + \text{fof}(-۲)$  چقدر است؟



-۱۰ ۴

-۱۲ ۳

-۱۴ ۲

-۱۶ ۱

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۰ اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$  باشد، حاصل  $g\left(-\frac{3}{7}\right) + g\left(\frac{5}{9}\right)$  کدام است؟

$-\frac{1}{3}$  (۴)

$-\frac{11}{28}$  (۳)

$\frac{19}{20}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۱ تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{(2x+5)^2} - \sqrt{(5x-2)^2}$  در یک بازه نزولی است. ضابطه  $f^{-1}$  در این بازه، کدام است؟

$f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, x \geq \frac{2}{5}$  (۲)

$f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, x \leq \frac{29}{5}$  (۱)

$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}, x \geq \frac{2}{5}$  (۴)

$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}, x \leq \frac{29}{5}$  (۳)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۳۲ اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = 1 + x - 2\sqrt{x}, x \geq 1$  باشد،  $(g \circ g)(1)$  کدام است؟

صفر (۴)

۹ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۳۳ نمودار  $\frac{1}{f}$  را در امتداد محور  $x$  ها،  $a$  واحد در جهت مثبت انتقال داده و آن را  $g$  می‌نامیم. سپس تابع  $|g|$  را در امتداد محور

$y$  ها،  $2$  واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $\frac{1}{|f|}$  برابر  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  است. اگر  $f$

تابع همانی باشد، اختلاف مقادیر در تساوی  $f(x+a) = 3$  کدام است؟

$\sqrt{2}$  (۴)

$2 - \sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

$2 + \sqrt{2}$  (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۳۴ تابع  $f(x) = mx^2 - nx - k$  در هر بازه، هم صعودی و هم نزولی است. اگر مجموعه زیر، تابع باشد، مقدار  $f(\sqrt{5})$

کدام است؟  $\{(m, n-1), (0, k), (n-1, m^2 + 2m - 1), (2k+2, 2k+1)\}$

$\sqrt{5}$  (۴)

۱ (۳)

$-\sqrt{5}$  (۲)

-۱ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۳۵ تابع  $f$  روی  $R$  اکیداً نزولی است. اگر  $f(3) = 0$  باشد، دامنه  $g(x) = \sqrt{x^2 f(x)}$  شامل چند عدد صحیح نامنفی است؟

۴ (۴)

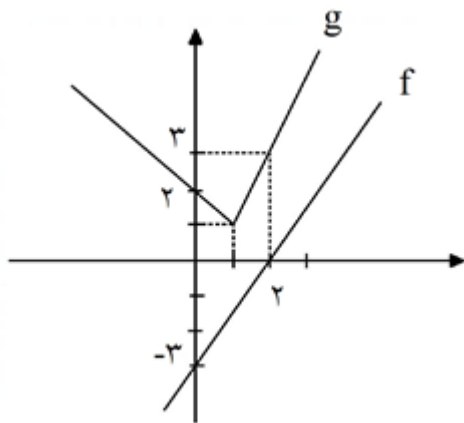
۳ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۶ با توجه به نمودارهای  $f$  و  $g$  در شکل مقابل، حاصل  $g \circ f^{-1}(-2) \times g \circ g(0)$  کدام است؟



-۶ (۴)

-۴ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۷ وارون تابع  $y = -3x^3 + 2x - 11$  از کدام نقطه عبور می‌کند؟

(-12, -1) (۴)

(-1, 10) (۳)

(2, -31) (۲)

(9, -2) (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۸ تابع  $f(x) = (-9 + k^2)x^3 + 5$  اکیداً نزولی است. مجموع مقادیر صحیح  $k$ ، چقدر است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۳۹ نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  را در امتداد محور  $x$  ها، ۱ واحد در جهت مثبت و سپس قرینه آن نسبت به محور  $x$  ها را در امتداد محور  $y$  ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه‌های برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

 $\frac{\sqrt{10}}{2}$  (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۰ اگر  $g \circ f(x) = 5x^2 + 11$  و  $f(x) = 2x$  باشد، کمترین مقدار  $g(x-7)$  چقدر است؟

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۳ (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۴۱ وارون تابع  $y = x^3 - x + 1$  از کدام نقطه عبور می‌کند؟

 $(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{8})$  (۴)

(1, 2) (۳)

 $(\frac{5}{8}, \frac{1}{2})$  (۲)

(-1, -2) (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۴۲ نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = 4x - x^2$  را در امتداد محور  $x$  ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات کدام است؟

 $\sqrt{10}$  (۴) $2\sqrt{5}$  (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۴۳ فرض کنید  $f(x) = x(1 - x^2)$  و  $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ . تعداد نقاط ناپیوستگی تابع  $g \circ f$ ، کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۴ تابع  $y = 2^{x+|x|}$  را ۳ واحد در امتداد محور  $x$  ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور  $y$  ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. منحنی حاصل، محور  $x$  ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

 $\frac{7}{2}$  (۴) $\frac{5}{2}$  (۳) $-\frac{3}{2}$  (۲) $-\frac{5}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۵ فرض کنید  $M$  نقطه‌ی تلاقی منحنی  $y = \sqrt{x+3} - 1$  با تابع وارون خود باشد. فاصله‌ی نقطه‌ی  $M$  از مبدأ مختصات، کدام است؟

 $2\sqrt{2}$  (۴)

۳ (۳)

 $\sqrt{2}$  (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۶ فرض کنید  $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$  و  $f(x) = 1 - x^2$ . تعداد نقاط ناپیوستگی تابع  $g \circ f$ ، کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۴۷ نمودار تابع  $y = 2^{|\sin x|}$  را ابتدا به اندازه‌ی  $\frac{\pi}{2}$  در امتداد محور  $x$  ها در جهت مثبت و سپس  $\frac{3}{2}$  در امتداد محور  $y$  ها در جهت منفی انتقال می‌دهیم. تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور  $x$  ها در فاصله‌ی  $[0, \pi]$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۴۸ قرینه‌ی نمودار تابع  $y = 2 + \sqrt{x-1}$  را نسبت به خط  $y = x$  رسم کرده و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد در جهت مثبت محور  $x$  ها و ۳ واحد در جهت منفی محور  $y$  ها انتقال می‌دهیم و آن را  $y = g(x)$  می‌نامیم. مقدار  $g(4)$  کدام است؟

-۴ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

۳ (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۴۹ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$  را در نظر بگیرید.  $f^{-1}(2)$ ، کدام است؟

 $\text{Log}_2(3 + \sqrt{5})$  (۴) $\text{Log}_2(2 + \sqrt{5})$  (۳) $\text{Log}_2(1 + \sqrt{5})$  (۲) $\text{Log}_2(-1 + \sqrt{5})$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۰ تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x - \frac{1}{2x}$  بر دامنه  $(0, +\infty)$  مفروض است. نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیه دوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

$-\frac{1}{2}$  (۴)

-۱ (۳)

$-\frac{3}{4}$  (۲)

$-\frac{3}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۱ فرض کنید  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$  باشد. حاصل  $g(3) + g(15)$  کدام است؟

۸ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۲ اگر  $f(x) = [x] - x$  و  $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$  باشند، برد تابع  $g \circ f$  کدام است؟

$(-\infty, 1]$  (۴)

$[1, +\infty)$  (۳)

$(-1, 1]$  (۲)

$[-1, 1)$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۳ در بازه  $(a, b)$ ، نمودار تابع  $y = (x-1)^2$  بالاتر از نمودار تابع  $y = 4x^4$  است. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

$\frac{5}{2}$  (۴)

۲ (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۴ نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 - 2x$ ;  $(x > 1)$  مفروض است. قرینه نمودار آن نسبت به محور  $x$ ها را،  $16$  واحد در امتداد محور  $y$ ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

$2\sqrt{5}$  (۴)

$5\sqrt{2}$  (۳)

$6\sqrt{2}$  (۲)

$4\sqrt{5}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۵ فرض کنید در دامنه  $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$  مفروض باشد.  $f^{-1}(2)$  کدام است؟

$\text{Log}_2(2 + \sqrt{3})$  (۴)

$\text{Log}_2(1 + \sqrt{3})$  (۳)

$\text{Log}_2(\sqrt{3} - 1)$  (۲)

$\text{Log}_2(2 - \sqrt{3})$  (۱)

سراسری - تجربی - ۹۹

۵۶ اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + \sqrt{x}$  باشد، مقدار  $g(6) + g(12)$  کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری - تجربی - ۹۹

۵۷ تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x - \frac{2}{x}$  در دامنه  $D_f = (-\infty, 0)$  را در نظر بگیرید. نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول قطع می‌کند؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{3}{4}$  (۱)

سراسری - تجربی - ۹۹

۵۸ اگر  $f(x) = 2x - [2x]$  و  $g(x) = -x^2 + 4x$  باشند، برد تابع  $g \circ f$  کدام است؟

- ۱  $[0, 2]$       ۲  $[0, 3]$       ۳  $[0, 4]$       ۴  $[1, 4]$

سراسری-تجربی-۹۹

۵۹ اگر  $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$  و  $g(x) = x^2 + x$  باشند، مقدار  $(g^{-1} \circ f^{-1})(8)$ ، کدام است؟

- ۱  $1/5$       ۲  $2$       ۳  $2/5$       ۴  $3$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۰ تابع با ضابطه  $f(x) = |x + 1| - |x - 2|$  در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

- ۱  $(-\infty, 2)$       ۲  $(-1, +\infty)$       ۳  $(-1, 2)$       ۴  $(2, +\infty)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۱ گزینه نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را نسبت به محور  $y$  ها تعیین کرده، سپس  $2$  واحد به طرف  $x$  های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱  $-2$       ۲  $0/5$       ۳  $1$       ۴  $1/5$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۲ نمودار تابع  $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ ، با دامنه‌ی  $R - \{2\}$ ، نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱  $-1, -4$       ۲  $-1, 4$       ۳  $1, -4$       ۴  $1, 4$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۳ اگر  $f(x) = \frac{2x+3}{2-x}$  و  $g(x) = \frac{1-3x}{x+2}$  باشند، ضابطه‌ی تابع  $g(f(x))$  کدام است؟

- ۱  $x$       ۲  $-x$       ۳  $-x-1$       ۴  $x+1$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۴ دو تابع  $f = \{(5, 2), (7, 3), (4, 1), (3, 6), (9, 1)\}$  و  $g(x) = \sqrt{5x+9}$  مفروض‌اند.

اگر  $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 8$  باشد،  $a$  کدام است؟

- ۱  $2$       ۲  $3$       ۳  $6$       ۴  $7$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۵ تابع با ضابطه  $f(x) = |x^2|$  با دامنه‌ی  $R$ ، چگونه است؟

- ۱ نزولی      ۲ صعودی      ۳ وارون‌ناپذیر      ۴ یک‌به‌یک

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۶ اگر  $g(x) = 2x + 1$  و  $(f \circ g)(x) = 8x^2 + 6x + 5$  باشند، تابع  $f(x)$  برابر کدام است؟

- ۱  $2x^2 + 3x + 1$       ۲  $2x^2 - 2x + 3$       ۳  $2x^2 - x + 4$       ۴  $2x^2 + x + 3$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۷ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |2x - 6| - |x + 1|$ ، در یک بازه، صعودی است. ضابطه‌ی معکوس آن، در این بازه، کدام است؟

$$\frac{1}{3}x + 2; x > 3 \quad \text{۲}$$

$$-x + 7; x > 8 \quad \text{۱}$$

$$\frac{1}{2}x - 1; -4 < x < 8 \quad \text{۴}$$

$$x + 7; x > -4 \quad \text{۳}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۸ اگر  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2 + x + 2}}$  و  $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$  باشند. دامنه‌ی تابع  $f \circ g$ ، کدام است؟

$$\left(-1, \frac{1}{2}\right) \quad \text{۴}$$

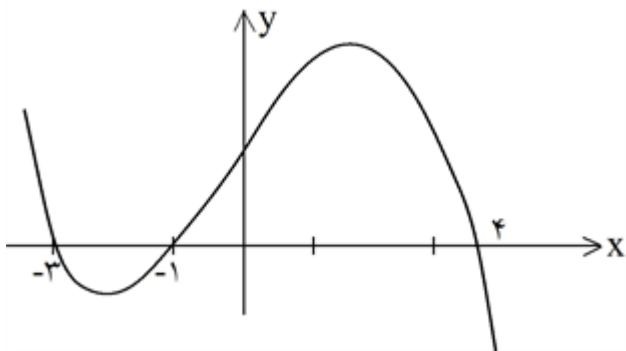
$$(-2, 0) \quad \text{۳}$$

$$\left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \quad \text{۲}$$

$$\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right) \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۹ شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $y = f(x - 2)$  است. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی  $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟



$$[-5, -3] \cup [0, 2] \quad \text{۴}$$

$$[-5, -3] \cup [-1, 2] \quad \text{۳}$$

$$[-3, 1] \cup [0, 2] \quad \text{۲}$$

$$[-1, 1] \cup [0, 6] \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۰ به‌ازای کدام مقدار  $m$  نمودار تابع  $y = 2x^2 + (m + 1)x + m + 6$ ، بر نیم‌ساز ناحیه‌ی اول محورهای مختصات، مماس است؟

$$12 \quad \text{۴}$$

$$12, -4 \quad \text{۳}$$

$$-12, 4 \quad \text{۲}$$

$$-4 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۱ نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = x^2 - 3x - 10$  را حداقل چند واحد به طرف  $x$ ‌های مثبت انتقال دهیم، تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور  $x$ ها غیر منفی باشد؟

$$3 \quad \text{۴}$$

$$2 \quad \text{۳}$$

$$1/5 \quad \text{۲}$$

$$1 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۲ اگر  $f(x) = \sqrt{x + |x|}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x}$ ، دامنه‌ی تابع  $g \circ f$  کدام است؟

$$(0, +\infty) \quad \text{۴}$$

$$R - \{0\} \quad \text{۳}$$

$$R - \{0, 8\} \quad \text{۲}$$

$$(0, 8) \cup (8, +\infty) \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۳ اگر  $f(x) = [x]$ ، مجموعه‌ی مقادیر  $f(x - f(x))$  کدام است؟

- {0} (۱)    {1} (۲)    {0, 1} (۳)    {-1, 0, 1} (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۴ اگر  $f(x) = 2x^2 + 4$  و  $f(g(x)) = 4x^2 + 6x$ ، مقدار  $g(-2)$  کدام است؟

- ۰ (۱)    ۱ (۲)    -۱ (۳)    ۲ (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۵ ضابطه‌ی معکوس تابع  $y = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & ; x \neq 0 \\ \cdot & ; x = 0 \end{cases}$ ، به کدام صورت است؟

- $y = x\sqrt{|x|} ; x \in \mathbb{R}$  (۱)     $y = x\sqrt{|x|} ; x \in \mathbb{R} - \{0\}$  (۲)  
 $y = x|x| ; x \in \mathbb{R} - \{0\}$  (۳)     $y = x|x| ; x \in \mathbb{R}$  (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۶ ضابطه وارون تابع  $y = \begin{cases} \sqrt{x} & , x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & , x < 0 \end{cases}$ ، کدام است؟

- $y = x|x|, x \in \mathbb{R}$  (۱)     $y = -x^2, x < 0$  (۲)     $y = \pm x^2, x \in \mathbb{R}$  (۳)     $y = \pm x|x|, x \in \mathbb{R}$  (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۷ اگر  $f(x) = x^2 + x - 2$ ،  $g(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$ ، مجموعه طول نقاط از منحنی تابع  $f \circ g$  که در زیر محور  $x$ ها قرار گیرند،

برابر کدام بازه است؟

- (-۵ و ۱) (۱)    (-۱ و ۵) (۲)    (-۲ و ۱) (۳)    (۱ و ۵) (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۸ اگر توابع  $f$  و  $g$  به عنوان ماشین به صورت  $x \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow 2x$  باشند و  $g(x) = 3x + 4$ ، مقدار  $f(5)$  کدام است؟

- ۱ (۱)    ۲ (۲)    ۳ (۳)    ۴ (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷۹ در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2 - 2[x]$ ، مقدار  $f\left(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3})\right)$ ، کدام است؟

- $1/75$  (۱)     $2/25$  (۲)     $2/5$  (۳)     $2/75$  (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۸۰ اگر  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ، ضابطه تابع  $f(x^2) - 2f(x) + 1$  کدام است؟

- $\frac{1}{1-x^2}$  (۱)     $\frac{2x}{x^2-1}$  (۲)     $\frac{2x+1}{1-x^2}$  (۳)     $\frac{2x-1}{x^2-1}$  (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۸۱) نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = ax^2 + bx + c$  محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول یک و محور  $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض ۶- قطع کرده و از نقطه  $(-۲, -۶)$  می‌گذرد،  $f(-۱)$  کدام است؟

-۴ (۴)

-۵ (۳)

-۷ (۲)

-۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

سوال ۵۲

## فصل دوم : مثلثات

۸۲) معادله مثلثاتی  $\cos 2x + \cos x = 0$  چند جواب در بازه  $[0, \pi]$  دارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۸۳) اگر  $\alpha = ۲۲/۵$  درجه باشد، حاصل  $A = 1 - \tan 2\alpha$  کدام است؟

 $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$  (۴) $1 - \sqrt{2}$  (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲) $-\sqrt{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۸۴) در بازه  $[0, \pi]$  معادله مثلثاتی  $\sin 2x = \cos x$  چند جواب دارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۴ تیرماه

۸۵) اگر  $\alpha = ۲۲/۵$  درجه باشد، حاصل  $A = -1 + \tan(\alpha)$  کدام است؟

 $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$  (۴) $1 - \sqrt{2}$  (۳) $-\sqrt{2}$  (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۴ تیرماه

۸۶) فرم کلی جواب‌های معادله  $\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi - 2x}{2}\right)$  (که  $k \in \mathbb{Z}$ ) به کدام صورت است؟

 $\frac{k\pi}{3} + \pi$  (۴) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$  (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۲) $2k\pi \pm \pi$  (۱)

سراسری - تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۸۷) حاصل عبارت  $\frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}}$  کدام است؟

 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۴) $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۳) $-\sqrt{3}$  (۲) $\sqrt{3}$  (۱)

سراسری - تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۸۸) دوره تناوب  $f(x) = \frac{1}{2} - 2 \sin \frac{\pi}{a} x$  برابر  $\frac{\pi}{4}$  است. دوره تناوب تابع  $-3f(2x)$  کدام است؟

 $\frac{\pi}{4}$  (۴) $\pi$  (۳) $\frac{1}{4}$  (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۸۹ معادلهٔ مثلثاتی  $2 \cos^2 x = \sin x + 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۹۰ در یک مستطیل، جذر مساحت، نصف طول قطر است. اگر  $B$  و  $C$  دو زاویه ایجاد شده در یک طرف قطر باشد، مقدار تانژانت  $(B - C)$  کدام است؟

 $\sqrt{3}$  (۴) $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۳) $\frac{1}{3}$  (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۹۱ دوره تناوب  $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$  برابر  $\frac{\pi}{3}$  است. دوره تناوب  $y = \cos ax$  کدام است؟

 $12\pi$  (۴) $6\pi$  (۳) $4\pi$  (۲) $2\pi$  (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۳

۹۲ اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی  $\cos 2x = 3 \sin x - 1$  که در بازه  $[0, \pi]$  قرار دارند، کدام است؟

 $\frac{2\pi}{3}$  (۴) $\frac{\pi}{6}$  (۳) $\frac{\pi}{3}$  (۲) $\frac{5\pi}{6}$  (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۳

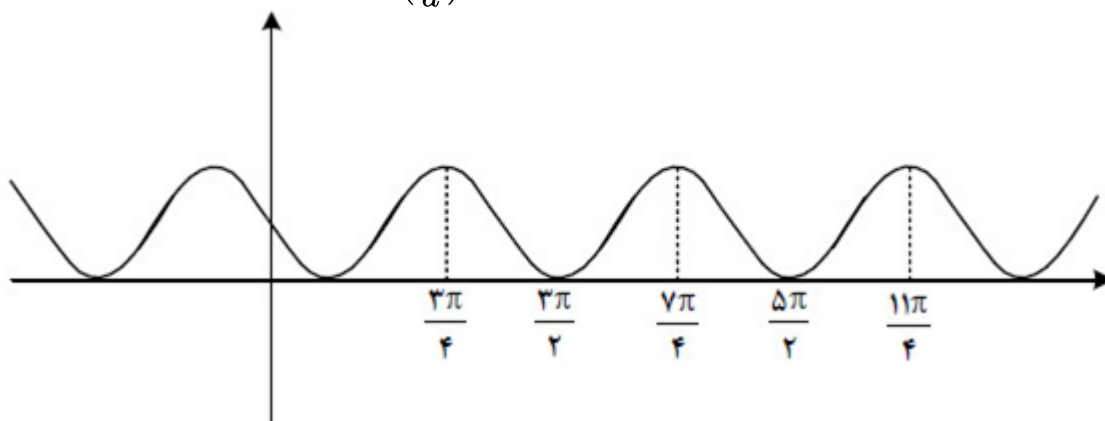
۹۳ در یک لوزی، اندازهٔ هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرها است. اگر  $A$  و  $B$  دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار مثبت تانژانت  $\left(\frac{A - B}{2}\right)$  کدام است؟

۳ (۴)

 $\frac{1}{3}$  (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۲) $\sqrt{3}$  (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۳

۹۴ شکل زیر، نمودار تابع  $y = 1 + \sin ax$  است. دوره تناوب  $y = 3 \cos \left(\frac{x}{a}\right)$  کدام است؟

 $2\pi$  (۴) $3\pi$  (۳) $6\pi$  (۲) $4\pi$  (۱)

سراسری - تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۳

۹۵ معادله مثلثاتی  $\sin 2x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$  چند جواب در بازه  $(-\pi, \pi)$  دارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری - تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۳

۹۶ اگر اختلاف جواب‌های غیرصفر معادله  $\text{Cotg}\left(\frac{\pi+4x}{2}\right) = \text{Cos}\left(\frac{\pi+8x}{2}\right)$  در بازه  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  برابر  $\alpha$  باشد، مقدار  $\text{Cos}(2\alpha)$  کدام است؟

$-\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۴)

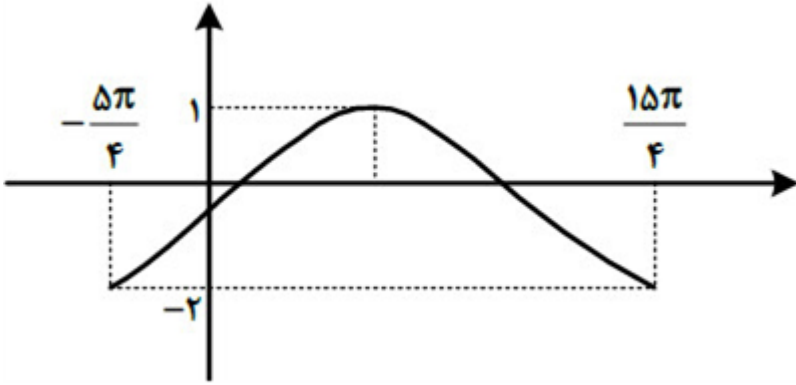
$\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۳)

$-\frac{1}{\sqrt{2}}$  (۲)

$\frac{1}{\sqrt{2}}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۹۷ شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \text{Sin}^2\left(\frac{\pi}{4} - bx\right) + c$  در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار  $ab$  کدام است؟



$0/6$  (۴)

$-0/6$  (۳)

$0/3$  (۲)

$-0/3$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۹۸ خطوط  $x + 2y = 3$  و  $2x + ay = 6$  یکدیگر را در نقطه A و خط  $x + y = 0$  را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه دوم واقع باشد، مقدار  $\text{Cotg}(B - C)$  در مثلث ABC کدام است؟

$-\frac{4}{3}$  (۴)

$-\frac{2}{5}$  (۳)

$-\frac{2}{4}$  (۲)

$-\frac{5}{3}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۹۹ اگر اختلاف جواب‌های معادله  $\frac{1}{\text{Sin}\left(\frac{\pi+4x}{2}\right)} + \frac{1}{\text{Cos}\left(\frac{\pi+8x}{2}\right)} = 0$  در بازه  $[0, \pi]$  برابر  $\alpha$  باشد، مقدار  $\text{tg}(2\alpha)$  کدام است؟

$-\sqrt{3}$  (۴)

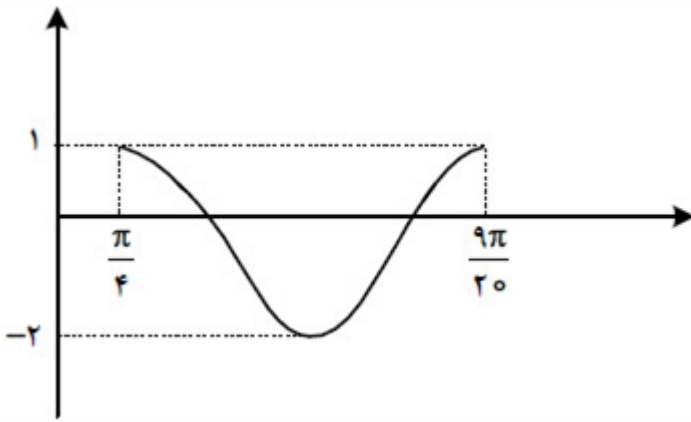
$\sqrt{3}$  (۳)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۲ تیرماه

۱۰۰ شکل مقابل، نمودار تابع  $y = a \cos^2\left(bx - \frac{\pi}{4}\right) + c$  در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار  $ab$  کدام است؟



۴  $-7/5$

۳  $7/5$

۲  $-15$

۱  $15$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۰۱ خطوط  $ax - y = 3$  و  $3y + x = -9$  یکدیگر را در نقطه A و خط  $y - x = 0$  را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC، مقدار  $\text{tg}(B - C)$  کدام است؟

۴  $\frac{2}{3}$

۳  $\frac{1}{3}$

۲  $\frac{3}{4}$

۱  $\frac{1}{4}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۰۲ معادله مثلثاتی  $\text{tg } 2x = \text{Cotg } x$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  چند جواب دارد؟

۴  $7$

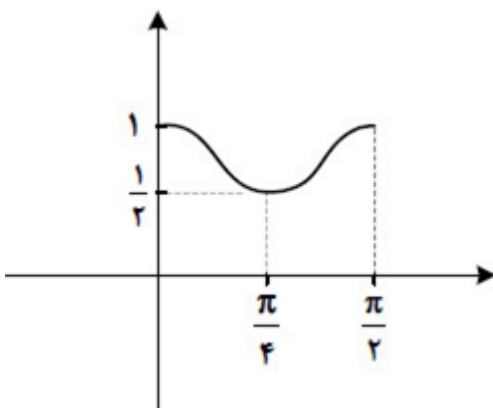
۳  $6$

۲  $5$

۱  $4$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۰۳ شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع  $y = c + a \cos bx$  را نشان می‌دهد. مقدار  $bc$  کدام است؟ ( $b > 0$ )



۴  $3$

۳  $1$

۲  $-1$

۱  $-3$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۰۴ کمترین فاصله بین دو مقدار از جواب‌های معادله  $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$  کدام است؟

۴  $\frac{\pi}{3}$

۳  $\frac{\pi}{2}$

۲  $\pi$

۱  $2\pi$

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۱۰۵) تعداد جواب‌های معادله  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

۴ (۴)

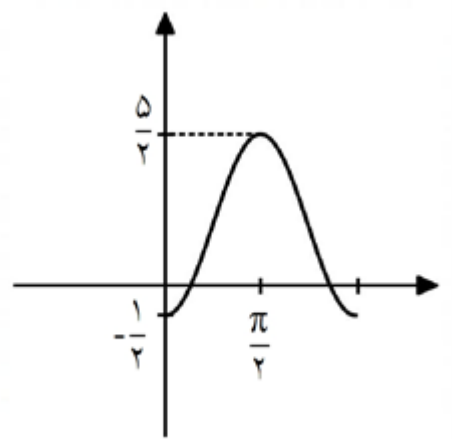
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۰۶) شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع  $y = c + a \cos bx$  را نشان می‌دهد. مقدار  $ac$  کدام است؟

 $-\frac{3}{2}$  (۴) $-\frac{5}{2}$  (۳)

-۳ (۲)

-۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۰۷) اگر  $6\sqrt{5}(\sin x + \cos x) = 10$  باشد، مقدار  $\tan x$  کدام عدد می‌تواند باشد؟

۳ (۴)

 $\frac{1}{2}$  (۳)

-۲ (۲)

 $-\frac{1}{3}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۰۸) تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی  $8 \cos x - \tan^2 x = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

۲ (۴)

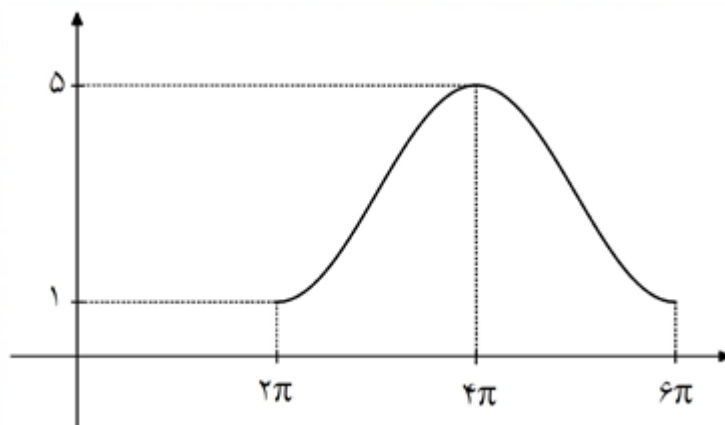
۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۱۰۹) شکل زیر، نمودار تابع  $y = c + a \cos bx$  را در یک دوره تناوب، نشان می‌دهد. مقدار  $c$  کدام است؟



۱ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۱۱۰ اگر  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$  و  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1-m}{2+m}$  باشد، مجموعه مقادیر  $m$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 1)$       (۲)  $(-2, 1]$       (۳)  $(-1, 2]$       (۴)  $(-1, 2)$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۱۱ تابع متناوب  $f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$  را که دوره‌ی تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه‌ی محصور به منحنی  $f$  و محور  $x$ ها در بازه‌ی  $[-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{3}{25}]$ ، کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳)  $\frac{3}{5}$       (۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۲ تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $5 \sin^2(x) + 2 \cos(2x) = -2$  در فاصله‌ی  $[-\pi, \pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۵      (۴) ۷

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۳ فرض کنید زاویه‌ی  $\alpha$  در ناحیه‌ی چهارم مثلثاتی و  $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$  باشد.

حاصل عبارت  $\frac{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) - \sin(\alpha - \pi)}{|\operatorname{tg}^2(\alpha) - 1|}$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$       (۲)  $\frac{4(-2 + \sqrt{5})}{3}$       (۳)  $\frac{4(2 - \sqrt{5})}{3}$       (۴)  $-\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$

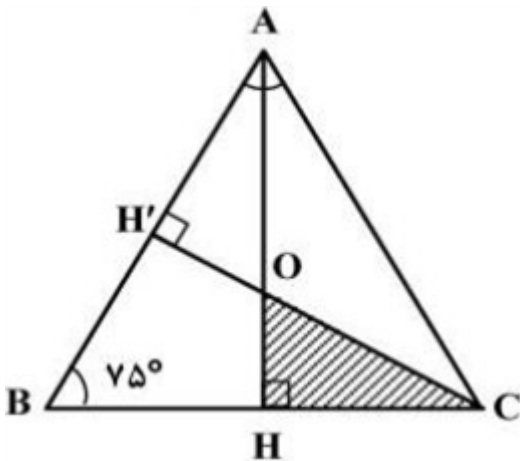
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۴ اگر  $f(x) = 32 \cos^2(x) \cos^2(2x) \cos^2(4x) \cos^2(8x) \cos^2(16x)$  باشد، مقدار  $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{6 + \sqrt{27}}{32}$       (۲)  $\frac{6 + \sqrt{27}}{16}$       (۳)  $\frac{6 - \sqrt{27}}{16}$       (۴)  $\frac{6 - \sqrt{27}}{32}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۵ در شکل زیر مثلث  $ABC$  متساوی‌الساقین و طول ساق  $AC$  برابر ۶ است. مساحت مثلث  $OHC$ ، کدام است؟



- (۱)  $\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{4}{3}$       (۳)  $\frac{18}{7 + 4\sqrt{3}}$       (۴)  $\frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۱۱۶) تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\cos^2(x) - \sin^2(x) \cos(2x) = 1$  در فاصله‌ی  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۱۱۷) اگر زاویه‌ی  $\alpha$  در ناحیه‌ی سوم مثلثاتی و  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{3}{4}$  باشد، مقدار  $\frac{\cos(2\alpha - \frac{\pi}{2}) + \cos(\alpha + \pi)}{\operatorname{Cotg}(2\alpha)}$ ، کدام است؟

 $-\frac{1056}{175}$  (۴) $\frac{96}{175}$  (۳) $\frac{1056}{175}$  (۲) $-\frac{96}{175}$  (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۱۱۸) تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $4 \sin(2x) \cos(2x) = 1$ ، در بازه‌ی  $[0, \frac{\pi}{2}]$ ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

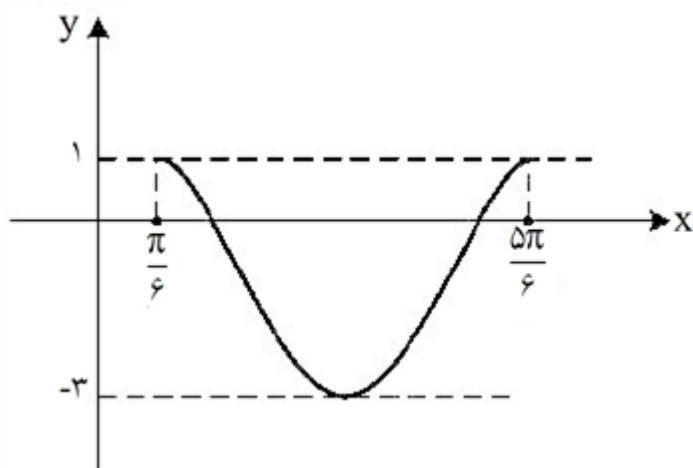
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱۹) اگر  $f(x) = 16 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$  باشد، مقدار  $f(\frac{\pi}{36})$ ، کدام است؟

 $\frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$  (۴) $\frac{6 + \sqrt{3}}{16}$  (۳) $\frac{6 - \sqrt{3}}{16}$  (۲) $\frac{6 - 3\sqrt{3}}{16}$  (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۱۲۰) شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$  در یک بازه‌ی تناوب است. مقادیر  $b$  و  $c$ ، کدام‌اند؟

 $b = \frac{3}{2}, c = -1$  (۴) $b = \frac{3}{2}, c = -2$  (۳) $b = 3, c = -2$  (۲) $b = 3, c = -1$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲۱) جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  با شرط  $x \neq k\pi$  که در آن  $k$  یک عدد صحیح است، کدام است؟

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad \text{۴}$$

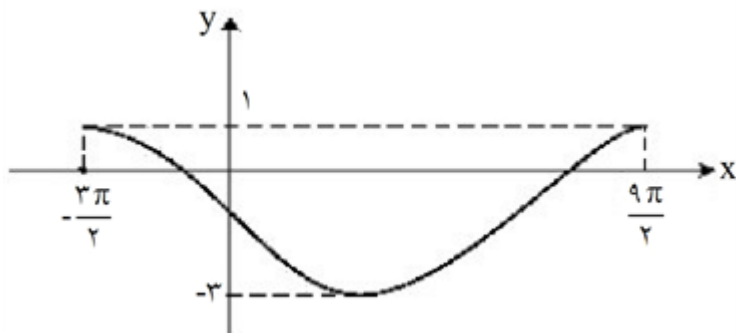
$$\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \quad \text{۳}$$

$$\frac{2k\pi}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{k\pi}{3} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۹۹

۱۲۲) شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$  را در یک بازه‌ی تناوب، نشان می‌دهد. نسبت  $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



$$-6 \quad \text{۴}$$

$$-4 \quad \text{۳}$$

$$-3 \quad \text{۲}$$

$$-2 \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۹۹

۱۲۳) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\cos 2x + \cos x = 0$  با شرط  $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad \text{۴}$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad \text{۳}$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad \text{۲}$$

$$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲۴) اگر  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$0.48 \quad \text{۴}$$

$$0.27 \quad \text{۳}$$

$$-0.52 \quad \text{۲}$$

$$-1.23 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲۵) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

$$5\pi \quad \text{۴}$$

$$\frac{9\pi}{2} \quad \text{۳}$$

$$4\pi \quad \text{۲}$$

$$\frac{14\pi}{3} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲۶) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\cos 2x + \cos x = 0$  با شرط  $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad \text{۴}$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad \text{۳}$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad \text{۲}$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲۷) اگر  $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1$  باشد، مقدار  $\tan 2x$ ، کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

$\frac{3}{4}$  (۲)

$-\frac{3}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۲۸) جواب کلی معادلهی مثلثاتی  $\frac{\sin 3x}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = 1$ ، به کدام صورت است؟

$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۴)

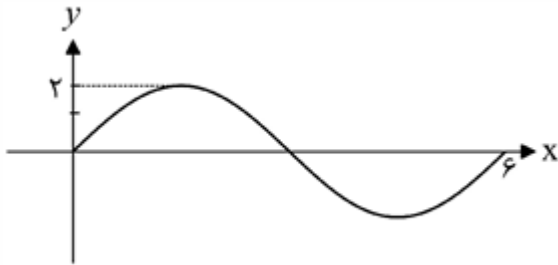
$2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$  (۳)

$2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۲)

$k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۲۹) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$  است.  $a + b$  کدام است؟



$\frac{8}{3}$  (۴)

$\frac{7}{3}$  (۳)

$\frac{5}{3}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۳۰) جواب کلی معادلهی مثلثاتی  $2 \tan x \cos^2 x = 1$  به کدام صورت است؟

$2k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۴)

$2k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۳)

$k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)

$k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۳۱) جواب کلی معادلهی مثلثاتی  $\cos^2 x + 3 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2 = 0$  به کدام صورت است؟

$(2k+1)\pi$  (۴)

$\frac{k\pi}{2}$  (۳)

$2k\pi$  (۲)

$k\pi$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۳۲) اگر  $f(x) = x - \sqrt{x}$  و  $g(x) = \sin^4 x$  باشند، ضابطه‌ی تابع fog کدام است؟

$\frac{1}{2} \cos^2 2x$  (۴)

$\frac{1}{4} \cos^2 2x$  (۳)

$-\frac{1}{2} \sin^2 2x$  (۲)

$-\frac{1}{4} \sin^2 2x$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۳۳ نمودار تابع  $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ ، روی بازه  $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$  در چند نقطه محور xها را قطع می‌کند؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

سوال ۴۳

فصل سوم : حد بی نهایت

۱۳۴ اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{k[x] - 2}{x^2 - 4} = +\infty$  باشد، نقاط  $(k\pi, \sin k\pi)$  در کدام ناحیهٔ محورهای مختصات قرار دارند؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۳۵ بازه  $(7x - 9, 3x + 1)$  یک همسایگی ۵ است. اگر بازه  $(a, b)$  مجموعهٔ مقادیر x باشد، ab کدام است؟

 $\frac{8}{3}$  (۴) $\frac{4}{3}$  (۳) $\frac{4}{5}$  (۲) $\frac{2}{5}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۳۶ اگر  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - k[x]}{x^2 - 1} = -\infty$  باشد، نقاط  $(k\pi, \cos k\pi)$  در کدام ناحیهٔ محورهای مختصات قرار دارند؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۴ تیرماه

۱۳۷ اگر  $(4b - a, 5) \cup (2, a + b)$  یک همسایگی محذوف ۴ باشد، مقدار  $b - a$  کدام است؟

 $\frac{5}{4}$  (۴) $\frac{4}{5}$  (۳) $-\frac{5}{4}$  (۲) $-\frac{4}{5}$  (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۴ تیرماه

۱۳۸ اگر  $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{4 + k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x} = +\infty$  باشد، مقدار  $[-k]$  کدام است؟

-۲ (۴)

-۳ (۳)

-۴ (۲)

-۱ (۱)

سراسری - تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۳۹ چند جمله‌ای  $f(x) = x^5 - 3x^2 + ax + 5$  بر  $x + 2$  بخش پذیر است. مقدار a کدام است؟

 $2/5$  (۴) $-2/5$  (۳) $1/5$  (۲) $-1/5$  (۱)

سراسری - تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۴۰ اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{f(x)}{\cos x} = +\infty$  باشد، کدام مورد می‌تواند ضابطه تابع f باشد؟

 $3\left[\frac{x}{\pi}\right] + 2$  (۴) $\left[\frac{2x}{\pi}\right] - 2$  (۳) $\left[\frac{2x}{\pi}\right] - 1$  (۲) $2\left[\frac{x}{\pi}\right] + 1$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۴۱ اگر  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty$  باشد، کدام مورد می‌تواند ضابطه  $f$  باشد؟

$$\left[ \frac{2x}{\pi} \right] - 3 \quad \text{۴}$$

$$2 \left[ \frac{x}{\pi} \right] + 3 \quad \text{۳}$$

$$3 \left[ \frac{x}{\pi} \right] + 1 \quad \text{۲}$$

$$\left[ \frac{2x}{\pi} \right] - 1 \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۴۲ اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3[-x]}{1 - 2x} = -\infty$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \left[ \frac{x}{a} - x \right]$  کدام است؟

$$-1 \quad \text{۴}$$

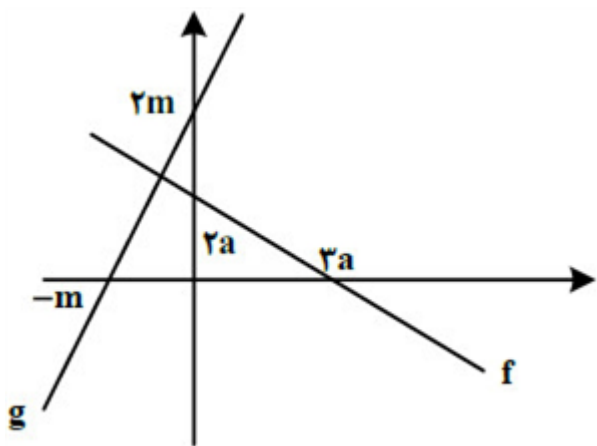
$$1 \quad \text{۳}$$

$$-2 \quad \text{۲}$$

$$\text{صفر} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۴۳ شکل مقابل، نمودار توابع  $f$  و  $g$  را نشان می‌دهد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{|f(x)|}$  کدام است؟



$$3 \quad \text{۴}$$

$$-3 \quad \text{۳}$$

$$-\frac{1}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۴۴ مقدار غیرصفر حد  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b\sqrt{2 - \sqrt{x}} - b}{ax + b}$  کدام است؟

$$\frac{1}{6} \quad \text{۴}$$

$$-\frac{1}{6} \quad \text{۳}$$

$$-\frac{1}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۴۵ مقدار غیرصفر حد  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b\sqrt{2 + \sqrt{x}} - 2b}{ax - b}$  کدام است؟

$$\frac{1}{24} \quad \text{۴}$$

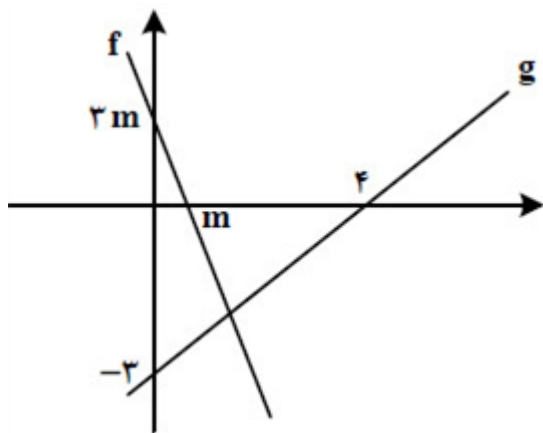
$$\frac{1}{48} \quad \text{۳}$$

$$\frac{1}{6} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{12} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۴۶ شکل مقابل، نمودار تابع  $f$  و  $g$  را نشان می‌دهد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)}$  کدام است؟



۴ (۴)

-۴ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۴۷ در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax + \sqrt{x^2 + 12}}{x + 2}$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$  باشد، حد  $f(x)$  وقتی  $x \rightarrow -2$ ، کدام است؟

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۴۸ خارج قسمت و باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x - 1$ ، به ترتیب  $q(x)$  و  $2$  است. اگر  $p^2(x) - 4$  بخش پذیر باشد،  $q(-2)$  کدام است؟

صفر (۴)

۲ (۳)

 $\frac{2}{3}$  (۲) $\frac{1}{4}$  (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۴۹ اگر  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{ax + b}{a \cos x - \sin x} = -\infty$  باشد، کمترین مقدار صحیح  $b$  کدام است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۱۵۰ اگر  $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{2(x - 1)}$  کدام است؟

۱ (۴)

 $\frac{1}{2}$  (۳) $-\frac{1}{2}$  (۲)

-۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵۱ اگر  $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x + 2} = \frac{1}{2}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \left[ \frac{1}{x} \right] f(x)$  چقدر است؟

-۱ (۴)

 $\frac{1}{2}$  (۳)

۱ (۲)

 $-\frac{1}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵۲ اگر  $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x - 1|}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  کدام است؟

۴ -۲

۳ ۲

۲ ۱

۱ -۱

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۵۳ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - [x^2]}$  کدام است؟

۴  $+\infty$ 

۳ ۱

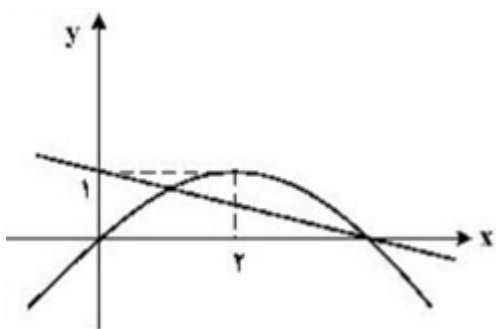
۲  $\frac{1}{3}$ 

۱ صفر

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۵۴ نمودار تابع سهمی  $f$  و خط راست  $g$  در شکل زیر داده شده است.

مقدار  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{f(x) + g(x)}{4 - x}$ ، کدام است؟

۴  $\frac{3}{2}$ ۳  $\frac{5}{4}$ ۲  $-\frac{5}{4}$ ۱  $-\frac{3}{2}$ 

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵۵ مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - x^2}{x}$ ، کدام است؟

۴ -۱

۳ صفر

۲ ۱

۱  $\frac{3}{2}$ 

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵۶ مقدار  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left( \sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right)$ ، کدام است؟

۴  $\sqrt{2}$ ۳  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 

۲ ۱

۱ صفر

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۱۵۷ تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$  باشد، آن گاه  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ ، کدام است؟

۴  $-\frac{6}{11}$ ۳  $-\frac{5}{12}$ ۲  $-\frac{6}{17}$ ۱  $-\frac{4}{17}$ 

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵۸ فرض کنید باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x - 4$  و  $x + 2$ ، به ترتیب ۳ و ۱ باشند. باقی مانده‌ی تقسیم  $p(x^2) + 4p(-x)$  بر  $x - 2$ ، کدام است؟

-۱ (۴)

۰ (۳)

۱ (۲)

۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۵۹ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$  باشد، آن گاه  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ، کدام است؟

 $\frac{5}{36}$  (۴) $\frac{1}{12}$  (۳) $\frac{1}{18}$  (۲) $\frac{1}{24}$  (۱)

سراسری - تجربی - ۹۹

۱۶۰ حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$ ، کدام است؟

۱ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

 $-\infty$  (۱)

سراسری - تجربی - ۹۹

۱۶۱ فرض کنید چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x^2 - 1$ ، بخش پذیر باشد. اگر  $Q(x) = p(x - 1) + p(1 - x)$ ، آن گاه باقیمانده‌ی تقسیم  $Q(x)$  بر  $x - 2$ ، کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

سراسری - تجربی - ۹۹

۱۶۲ اگر  $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۶۳ در مورد تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x}$ ، کدام بیان، درست است؟

 $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} f(x) = +\infty$  (۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} f(x) = -\infty$  (۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} f(x) = +\infty$  (۴) $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} f(x) = -\infty$  (۳)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۶۴ حد عبارت  $\frac{2 - \sqrt{2x + 2}}{5x^2 - 18x + 16}$ ، وقتی  $x \rightarrow 2$ ، کدام است؟

 $-\frac{1}{8}$  (۴) $-\frac{1}{6}$  (۳) $-\frac{1}{4}$  (۲) $-\frac{1}{3}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۶۵ حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{x}{x + 1}$  کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

۱ (۳)

$-\frac{3}{2}$  (۲)

-۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۶۶ اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x - 2}}{ax + b} = \frac{1}{2}$  باشد، آن‌گاه b کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۶۷ به‌ازای کدام مقادیر a، معادله  $x^3 + (a - 1)x^2 + (4 - a)x = 4$  دارای سه ریشه‌ی حقیقی متمایز مثبت است؟

$(-\infty, -4)$  (۲)

$(-\infty, -4) - \{-5\}$  (۱)

$(4, \infty)$  (۴)

$(-\infty, 4)$  (۳)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۶۸ در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{ax^n - 6}$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$  باشد، آن‌گاه  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  کدام است؟

$\frac{1}{3}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

$-\frac{1}{8}$  (۲)

$-\frac{1}{6}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۶۹ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x + 6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$  کدام است؟

$\frac{1}{6}$  (۴)

$\frac{1}{12}$  (۳)

$-\frac{1}{12}$  (۲)

$-\frac{1}{6}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۷۰ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5 - x}}$  کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۷۱ حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + \sqrt{x}}$  کدام است؟

$\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$-\frac{1}{4}$  (۲)

$-\frac{1}{3}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۷۲ حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x}$  کدام است؟

$\frac{5}{4}$  (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$-\frac{1}{4}$  (۲)

$-\frac{7}{4}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۷۳ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x}$  کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

۳ (۲)

$\infty$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۷۴ حد عبارت  $\frac{x+2}{x^2-2x} + \frac{2[x]}{2-x}$  وقتی  $x \rightarrow 2^-$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$+\infty$  (۴)

۱ (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

$-\infty$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۷۵ در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax^n - 3x + 1}{3x^2 + x}$  اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{3}$  باشد،  $f(-1)$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

-۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۷۶ در تابع  $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 + 6x}}{ax - 2}$  ، اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  ، کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

سوال ۳۰

### فصل چهارم : مشتق

۱۷۷ خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{-2x^2 + x + 1}$  در نقطه A مماس است. عرض نقطه A کدام است؟

$\sqrt{2}$  (۴)

$\frac{1}{\sqrt{2}}$  (۳)

$\sqrt{3}$  (۲)

$\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۷۸ خط  $y = -ax - 5$  در نقطه‌ای به طول ۳ بر نمودار تابع  $f$  مماس است. اگر  $f'(3) - f(3) = 2$  باشد،  $f(3)$  چند برابر  $f'(3)$  است؟

$\frac{1}{3}$  (۴)

$-\frac{1}{6}$  (۳)

$-\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{6}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۷۹ خط  $d$  از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع  $f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2 + 3)$  مماس است. شیب خط  $d$  چقدر است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

$8\sqrt{2}$  (۲)

$4\sqrt{2}$  (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۴ تیرماه

۱۸۰ نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax - b$  در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور  $x$  ها مماس است. مقدار  $b - a$  کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

سراسری - تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۸۱ خط  $y + ax = 2$  در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع  $f$  مماس است. اگر  $f'(4) + f(4) = -1$  باشد، مقدار  $f'(4)$  کدام است؟

-۱ (۴)

$-0.6$  (۳)

$0.6$  (۲)

۱ (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۴ تیرماه

۱۸۲ آهنگ متوسط تغییر تابع  $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$  در بازه  $[1, 3]$  با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟ ( $a \neq 0$ )

$\sqrt{6}$  (۴)

$\sqrt{5}$  (۳)

$\sqrt{3}$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

سراسری - تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۸۳ خط مماس بر منحنی  $f(x) = \frac{a}{2x-1}$  از نقاط  $(2/5, 6)$  و  $(-0.5, -12)$  می‌گذرد. مقدار  $f(5)$  کدام است؟

$\frac{1}{6}$  (۴)

$-\frac{1}{2}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

$-\frac{1}{3}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۸۴ خط مماس بر منحنی  $f(x) = \sqrt{ax-1}$  در نقطه  $A$  از نقاط  $(-1, 1)$  و  $(2, 2)$  می‌گذرد. مقدار  $f(5)$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{32}}{3}$  (۴)

$\frac{\sqrt{23}}{2}$  (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۳

۱۸۵ آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = (x^2 + 1)^2(ax + 1)$  در بازه  $[-1, 0]$  برابر ۱۱- است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در نقطه  $x = -2a$  کدام است؟

-۸ (۴)

۸ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۸۶ خط  $5y - x = 5$  در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی  $y = \frac{ax - 1}{3x + 1}$  مماس است. مقدار  $a$  کدام است؟

$$\frac{9}{7} \quad \text{۴}$$

$$\frac{4}{7} \quad \text{۳}$$

$$4 \quad \text{۲}$$

$$3 \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۸۷ اگر  $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x+|x|}}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^5 + |x^5|}$  باشد، مقدار  $g'(\sqrt[5]{3})f'(g(\sqrt[5]{3}))$  کدام است؟

$$1 \quad \text{۴}$$

$$-1 \quad \text{۳}$$

$$-\frac{1}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۸۸ اگر  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^2 - |x^2|}$  باشد، مقدار  $g'(-\sqrt[2]{2})f'(g(-\sqrt[2]{2}))$  کدام است؟

$$-1 \quad \text{۴}$$

$$1 \quad \text{۳}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{1}{2} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۸۹ آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$  در نقطه  $x = 4$  کدام است؟

$$\frac{5}{27} \quad \text{۴}$$

$$\frac{4}{27} \quad \text{۳}$$

$$\frac{5}{9} \quad \text{۲}$$

$$\frac{2}{9} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۹۰ خط مماس در دو نقطه از نمودار تابع  $y = \frac{1-5x}{1+2x}$  بر خط  $y = 7x - 2$  عمود است. فاصله بین این دو نقطه، کدام است؟

$$7\sqrt{2} \quad \text{۴}$$

$$5\sqrt{2} \quad \text{۳}$$

$$7\sqrt{13} \quad \text{۲}$$

$$2\sqrt{13} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۹۱ تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x+1} & x \geq 2 \\ ax^2 + bx & x < 2 \end{cases}$  روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است. مقدار  $b$  کدام است؟

$$-\frac{5}{12} \quad \text{۴}$$

$$-\frac{5}{6} \quad \text{۳}$$

$$\frac{7}{6} \quad \text{۲}$$

$$\frac{7}{3} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۹۲ خط  $d$  در نقطه  $(-1, 5)$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است. اگر شیب خط  $d$  برابر  $-\frac{1}{4}$  و  $g(x) = \sqrt{x}f(x)$  باشد، مقدار  $g'(-1)$  کدام است؟

$$\frac{13}{6} \quad \text{۴}$$

$$\frac{7}{6} \quad \text{۳}$$

$$-\frac{10}{3} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{4}{3} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۱۹۳ اگر  $y = 2x + b$  بر نمودار  $y = \frac{x+a}{ax+1}$  در نقطه‌ای به طول واحد مماس باشد، مقدار  $a - b$  کدام است؟

۱ (۴)

 $\frac{2}{3}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۹۴ معادله خط مماس بر نمودار  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 3}$  در نقطه‌ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت  $4y - 3x = n$  است. مقدار  $m + n$  چقدر است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۱۹۵ اگر  $f(x) = x \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^2$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  کدام است؟

 $\frac{3}{14}$  (۴) $\frac{2}{7}$  (۳) $\frac{1}{9}$  (۲) $\frac{1}{27}$  (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۱۹۶ فرض کنید  $g(x) = ax^2 + 5x + b$ . اگر  $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \leq 2 \\ g'(x) & x > 2 \end{cases}$  مشتق‌پذیر باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

 $\frac{15}{2}$  (۴) $\frac{5}{2}$  (۳) $-\frac{5}{2}$  (۲) $-\frac{15}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۹۷ فرض کنید  $f(x) = (x[x])^3$  و  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ . مقدار مشتق چپ تابع  $f \circ g$  در  $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$  چند برابر

$(-48\sqrt{5})$  است؟ ( [] نماد جزء صحیح است.)

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۹۸ تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$  را در نظر بگیرید. شیب خط مماس بر منحنی  $f^{-1}(x)$  در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، کدام است؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

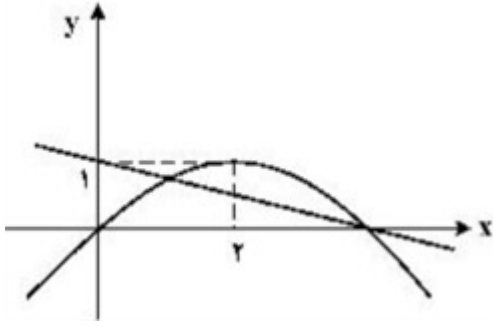
-۸ (۲)

-۱۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۹۹ نمودار تابع سهمی  $f$  و خط راست  $g$  در شکل زیر داده شده است.

مقدار  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{f(x) + g(x)}{4 - x}$  کدام است؟



$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{5}{4}$  (۳)

$-\frac{5}{4}$  (۲)

$-\frac{3}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۰۰ فرض کنید  $g(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $(a \neq 0)$  و  $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq k \\ g'(x) & x < k \end{cases}$  باشد. اگر  $f$  یک تابع مشتق پذیر باشد، حداکثر مقدار  $k$  به شرط  $b + c = a$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

$\frac{3}{4}$  (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۲۰۱ فرض کنید  $f(x) = \left(x \left[x^2 + \frac{1}{2}\right]\right)^2 + 1$  و  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ . مقدار مشتق تابع  $f \circ g$  در  $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$  چند برابر

$(-128\sqrt{2})$  است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۴ (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۲۰۲ مقدار مشتق تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{\left(\frac{2x - x^2}{3x + 5}\right)^2}$  در نقطه  $x = -2$  کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۰۳ خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$  و  $g(x) = ax^2 + bx$  در نقطه  $x = 2$  مشترک‌اند.

مقدار  $b$  کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۰۴ مشتق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \left( \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^2$  در نقطه‌ی  $x = 2$ ، کدام است؟

- ۱  $-\frac{3}{4}$       ۲  $-\frac{5}{4}$       ۳  $-\frac{5}{2}$       ۴  $-\frac{15}{4}$

سراسری-تجربی-۹۹

۲۰۵ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$  در  $x = -2$ ، مشتق‌پذیر است. مقدار  $c$  کدام است؟

- ۱  $-\frac{2}{3}$       ۲  $-\frac{1}{3}$       ۳  $\frac{1}{3}$       ۴  $\frac{2}{3}$

سراسری-تجربی-۹۹

۲۰۶ در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$  و دامنه‌ی  $[-1, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل کند، این خط مماس، محور  $y$  ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- ۱  $-2$       ۲  $-1/5$       ۳  $-1$       ۴  $-0/5$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

سوال ۳۴

### فصل پنجم: کاربرد مشتق

۲۰۷ روی خطی به موازات محور  $y$ ها، نقاطه  $M$  و  $N$ ، به ترتیب، روی منحنی‌های  $y = x^2 - 2x^2 + 1$  و  $y = x^3 + 2x - 3$  بین نقاط تلاقی دو منحنی قرار دارند. بیشترین مقدار طول پاره‌خط  $MN$  کدام است؟

- ۱  $2/5$       ۲  $3/5$       ۳  $4/5$       ۴  $5/5$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۰۸ نقاط  $A$  و  $B$  به ترتیب، روی منحنی‌های  $y = x^3 - 2x - 3$  و  $y = x^3 + x^2 + 1$  قرار دارند. اگر این نقاط روی خطی به موازات محور  $y$ ها باشند، کمترین مقدار طول پاره‌خط  $AB$  کدام است؟

- ۱  $4$       ۲  $3$       ۳  $2$       ۴  $1$

سراسری-تجربی-۱۴۰۴ تیرماه

۲۰۹ نقطه  $A$ ، نقطه برخورد تابع  $y = \sqrt{x+2}$  با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه  $A$  از منحنی  $y = x + |x|$  کدام است؟

- ۱  $0/1\sqrt{10}$       ۲  $0/1\sqrt{5}$       ۳  $0/2\sqrt{10}$       ۴  $0/2\sqrt{5}$

سراسری-تجربی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۲۱۰ مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور  $x$ ها و دو رأس دیگر آن یکی بر  $y = \sqrt{x+1}$  و دیگری بر  $y = \sqrt{2-x}$  قرار دارد، کدام است؟

- ۱  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ۲  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ۳  $\sqrt{3}$       ۴  $\sqrt{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۱۱) اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور  $x$  ها و دو رأس دیگر آن، یکی بر  $y = \sqrt{x}$  و دیگری بر  $y = \sqrt{a-x}$  واقع است برابر  $\sqrt{2}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۲ (۴)

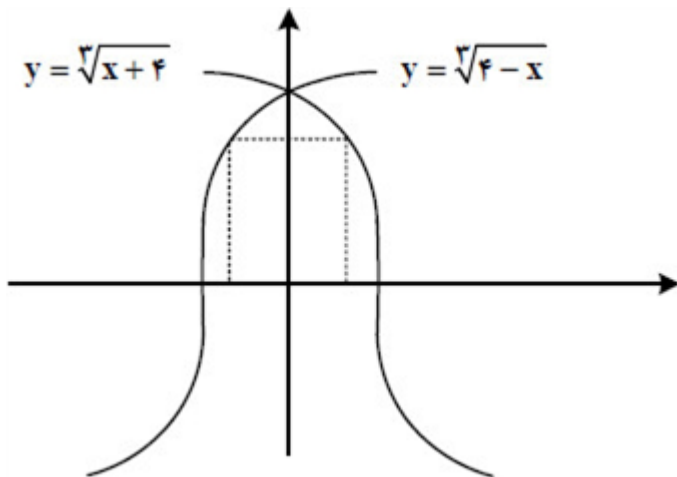
۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۲۱۲) مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور  $x$  ها و دو رأس دیگر آن بر نمودارهای داده شده در شکل مقابل قرار دارد، کدام است؟



۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۱۳) مقدار مینیمم نسبی تابع  $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

-۷ (۴)

-۹ (۳)

-۱۱ (۲)

-۱۴ (۱)

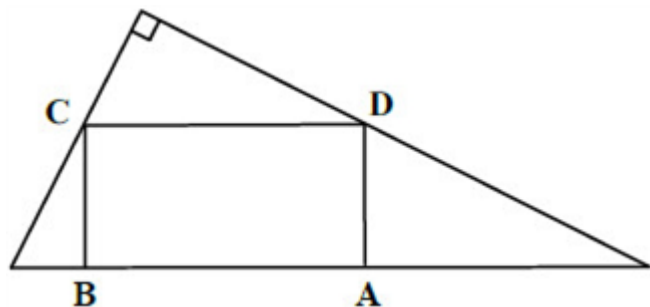
سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۱۴) تابع  $y = (x-1)|x|$  در بازه  $(a, b)$  اکیداً نزولی است. مقدار  $a + b$  کدام است؟

 $\frac{3}{4}$  (۴) $\frac{3}{2}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲) $\frac{1}{4}$  (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۱۵) در شکل مقابل، یکی از اضلاع قائمه مثلث بزرگ نصف دیگری است. اگر مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم باشد، نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

 $\frac{2}{5}$  (۴)

۲ (۳)

 $\frac{1}{5}$  (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۱۶ اگر  $A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\log_8 x + 4 \log_{x^2} 2}} : x > 1 \right\}$  باشد، بزرگ‌ترین عضو مجموعه A کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad \text{۴}$$

$$\sqrt{6} \quad \text{۳}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{۲}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۱۷ اگر  $A = \left\{ \log_9 x + 3 \log_{x^2} 3 : x > 1 \right\}$  باشد، کوچک‌ترین عضو مجموعه A کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad \text{۴}$$

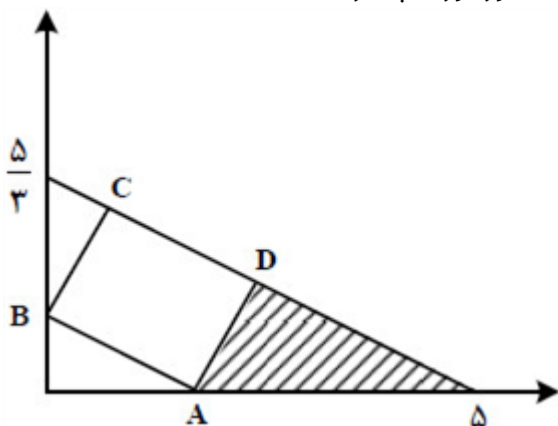
$$\sqrt{6} \quad \text{۳}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{۲}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad \text{۱}$$

سراسری - تجربی - ۱۴۰۲ تیرماه

۲۱۸ در شکل مقابل، مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم است. مساحت مثلث هاشورخورده چقدر است؟



$$\frac{25}{24} \quad \text{۴}$$

$$\frac{25}{12} \quad \text{۳}$$

$$\frac{15}{16} \quad \text{۲}$$

$$\frac{15}{8} \quad \text{۱}$$

سراسری - تجربی - ۱۴۰۲ تیرماه

۲۱۹ یک سازنده جعبه‌های مقوایی می‌خواهد از مقوای مربع شکل به ضلع ۱۲ cm، با بریدن مربع‌های مساوی از چهار گوشه و بالا بردن اضلاع جعبه‌های باز بسازد. طول ضلع مربعی را که باید بُرید چند سانتی‌متر باشد تا جعبه بیش‌ترین حجم را داشته باشد؟

$$6 \quad \text{۴}$$

$$4 \quad \text{۳}$$

$$3 \quad \text{۲}$$

$$2 \quad \text{۱}$$

سراسری - تجربی - رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۲۲۰ حاصل‌ضرب بیشترین و کمترین مقدار تابع  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a - 2x}$  برابر  $\sqrt{12}$  است. اگر  $a > 0$  باشد، مقدار  $[a]$  کدام است؟

$$12 \quad \text{۴}$$

$$6 \quad \text{۳}$$

$$4 \quad \text{۲}$$

$$2 \quad \text{۱}$$

سراسری - تجربی - دی ۱۴۰۱

۲۲۱ در ساخت قوطی‌های حلبی درواز به شکل مکعب مستطیل با قاعده مربع و حجم ۴ واحد مکعب، حداقل حلب استفاده شده در هر قوطی، چند واحد مربع است؟

$$8 \quad \text{۴}$$

$$10 \quad \text{۳}$$

$$12 \quad \text{۲}$$

$$14 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۲۲ نمودار تابع  $y = x^2 + ax^2 - 2bx - 4$  در نقاطی به طول صفر و  $-2$  دارای اکسترمم نسبی است. فاصله بین نقاط اکسترمم نسبی این تابع، چقدر است؟

۴  $2\sqrt{101}$

۳  $2\sqrt{15}$

۲  $2\sqrt{11}$

۱  $2\sqrt{5}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۲۳ از بین مخروط های حاصل که از دوران کامل پاره خط AB با اندازه  $3\sqrt{3}$  حول خط L به دست می آیند، ارتفاع مخروطی با بیشترین حجم، کدام است؟ (فقط نقطه A روی خط L واقع است.)

۴  $\sqrt{3}$

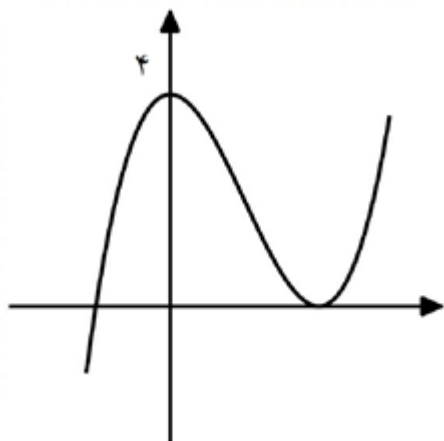
۳  $2\sqrt{3}$

۲ ۳

۱ ۶

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۲۲۴ نمودار تابع  $f(x) = x^2 + ax^2 + bx + c$  به صورت زیر است. طول نقطه مینیمم نسبی تابع، کدام است؟



۴ ۳

۳  $\frac{3}{2}$

۲ ۲

۱  $\frac{1}{2}$

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۲۲۵ کوتاه ترین فاصله ی سهمی  $y^2 = 4x$  از نقطه ی  $M(3, 0)$ ، کدام است؟

۴ ۳

۳  $2\sqrt{2}$

۲  $\frac{3}{2}$

۱  $\sqrt{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۲۶ قرینه ی نقطه ی A واقع بر منحنی  $f(x) = \sqrt{-x}$  را در دامنه ی  $[0, 1]$  نسبت به نیمساز ناحیه ی دوم و چهارم صفحه ی مختصات تعیین و آن را A' می نامیم. ماکزیمم طول پاره خط AA'، کدام است؟

۴  $\frac{4}{3\sqrt{2}}$

۳  $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

۲  $\frac{4}{3\sqrt{6}}$

۱  $\frac{2}{3\sqrt{6}}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۲۷ مینیمم مطلق تابع  $f(x) = x|3 - x^2|$  در بازه ی  $[-1/5, \sqrt{3}]$ ، کدام است؟

۴  $-\frac{9}{8}$

۳  $-\sqrt{3}$

۲ -۲

۱  $-\frac{9}{4}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۲۸) حداکثر مساحت جانبی استوانه‌ای که درون یک کره به شعاع  $4\sqrt{2}$  محاط می‌شود، کدام است؟

$$\frac{512\pi}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{256\pi}{3} \quad \text{۳}$$

$$64\pi \quad \text{۲}$$

$$32\pi \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۲۲۹) قرینه‌ی نقطه‌ی A واقع بر سهمی  $f(x) = x^2$  را نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم صفحه‌ی مختصات تعیین کرده و آن را A' می‌نامیم. اگر طول نقطه‌ی A بین دو طول متوالی از محل تقاطع تابع f با خط نیمساز موردنظر باشد، ماکزیمم طول پاره‌خط AA'، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{8} \quad \text{۴}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad \text{۳}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{۲}$$

$$\sqrt{2} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۲۳۰) تعداد نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} |x^2 - 4|$ ، کدام است؟

$$5 \quad \text{۴}$$

$$4 \quad \text{۳}$$

$$3 \quad \text{۲}$$

$$2 \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۲۳۱) کوتاه‌ترین فاصله‌ی نقطه  $A(5, 0)$  از نقاط منحنی به معادله‌ی  $y = \sqrt{2x + 7}$ ، کدام است؟

$$3\sqrt{2} \quad \text{۴}$$

$$5 \quad \text{۳}$$

$$4/5 \quad \text{۲}$$

$$4 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۳۲) مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ ، کدام است؟

$$1 + \sqrt{3} \quad \text{۴}$$

$$-1 + \sqrt{3} \quad \text{۳}$$

$$1 + \sqrt{5} \quad \text{۲}$$

$$-1 + \sqrt{5} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۳۳) از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه‌ی وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیش‌ترین باشد؟

$$\frac{\sqrt{2}}{1} \quad \text{۴}$$

$$\frac{3}{2} \quad \text{۳}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{1} \quad \text{۲}$$

$$\frac{2}{1} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۹۹

۲۳۴) فاصله‌ی نقطه‌ی ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$  از نیمساز ناحیه‌ی اول کدام است؟

$$2\sqrt{2} \quad \text{۴}$$

$$2 \quad \text{۳}$$

$$\sqrt{2} \quad \text{۲}$$

$$1 \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۹۹

۲۳۵) بیش‌ترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر قطر نیم‌دایره به شعاع ۶ واحد و دو رأس دیگر آن روی این نیم‌دایره باشد، کدام است؟

$$36 \quad \text{۴}$$

$$27 \quad \text{۳}$$

$$24 \quad \text{۲}$$

$$18 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۳۶ در تابع با ضابطه  $f(x) = x|x| - 2x$ ، فاصله‌ی دو نقطه‌ی ماکسیمم نسبی و می‌نیمم نسبی آن، کدام است؟

۴ (۴)

 $3\sqrt{2}$  (۳)

۳ (۲)

 $2\sqrt{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۳۷ طول نقطه‌ی ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2$  کدام است؟

۱ (۴)

۰ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۳۸ اگر تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + a}$  دارای اکسترمم نسبی باشد، مقادیر  $a$  کدام است؟

 $0 < a < 2$  (۴) $-2 < a < 0$  (۳) $a < 0$  یا  $a > 2$  (۲) $a < -2$  یا  $a > 0$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۳۹ کمترین مقدار تابع  $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2$ ، کدام است؟

-۱۸ (۴)

-۲۴ (۳)

-۳۲ (۲)

-۳۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۴۰ دو نقطه به طول‌های ۳ و ۵- نقاط بحرانی تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$  هستند. مقدار مینیمم نسبی این تابع، کدام است؟

-۷۵ (۴)

-۵۷ (۳)

-۸۱ (۲)

-۸۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

سوال ۱۶

## فصل ششم: هندسه

۲۴۱ نقطه  $(0, a)$  و مبدأ مختصات، کانون‌های یک بیضی بوده و  $(-3, 0)$  یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی برابر  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  باشد، طول قطر کوچک بیضی کدام است؟

 $3\sqrt{2}$  (۴) $3\sqrt{6}$  (۳) $6\sqrt{2}$  (۲) $6\sqrt{6}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۴۲ خط  $L$  در نقطه  $(-3, -4)$  بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. اگر خط عمود بر  $L$  در ناحیه دوم بر این دایره مماس باشد، حاصل ضرب طول و عرض مختصات نقطه برخورد دو خط کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

سراسری - تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۲۴۳ خط  $3y + 2x = 9$  در نقطه  $(0, 3)$  بر دایره  $x^2 + y^2 + 3x + ay = c$  مماس است. مقدار  $a$  کدام است؟

-۱/۵ (۴)

۱/۵ (۳)

-۳/۵ (۲)

۳/۵ (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۴۴ نقطه‌های  $M$  و  $N$  به ترتیب روی دو دایره متخارج  $x^2 + y^2 - 2x + 2y = a$  و  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 6a = 0$  قرار دارند. اگر بیشترین فاصله  $M$  و  $N$  برابر ۸ باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۱ (۴)

۱/۵ (۳)

۲ (۲)

۲/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۴۵ طول کوتاه‌ترین وتری که از  $(-1, 2/5)$  در دایره  $2x^2 + 2y^2 - 6x - 10y + 1 = 0$  رسم می‌شود، کدام است؟

 $\frac{\sqrt{7}}{2}$  (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۳) $\sqrt{7}$  (۲) $\sqrt{5}$  (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۲ تیرماه

۲۴۶ قطرهای یک بیضی روی خطوط  $2y - 3x = 3$  و  $3y + 2x = 11$  قرار دارند. فاصله مرکز بیضی تا مبدأ مختصات، چقدر است؟

 $\sqrt{5}$  (۴)

۵ (۳)

 $\sqrt{10}$  (۲)

۱۰ (۱)

سراسری - تجربی - رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۲۴۷ طول وتری از دایره  $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 1$  که روی خط  $2y + x = a$  قرار دارد، برابر ۳ است. اختلاف مقادیر  $a$  چقدر است؟

 $5\sqrt{3}$  (۴) $3\sqrt{6}$  (۳) $\sqrt{28}$  (۲) $\sqrt{35}$  (۱)

سراسری - تجربی - دی ۱۴۰۱

۲۴۸ دو دایره  $x^2 + y^2 + 2y - 4x = 0$  و  $x^2 + y^2 - 2y = 2$  نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟

متداخل (۴)

متخارج (۳)

متقاطع (۲)

مماس بیرون (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۴۹ نقطه  $(-12, 0)$  یکی از کانون‌های یک بیضی است که طول قطر کوچک آن برابر ۱۸ است. اگر مبدأ مختصات مرکز بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی، چقدر است؟

۱/۸ (۴)

۱/۴ (۳)

۰/۸ (۲)

۰/۶ (۱)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۲۵۰ دایره  $x^2 + y^2 + 2y = 3$  مفروض است. معادله دایره‌ای که با دایره قبلی مماس داخل بوده و از نقطه  $(0, -3)$  گذشته و قطر آن با شعاع دایره داده شده برابر باشد، کدام است؟

 $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$  (۲) $x^2 + y^2 - 4x = 3$  (۱) $x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$  (۴) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$  (۳)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۵۱ به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر  $a$ ، منحنی به معادله  $2x^2 + (a^2 - 7)y^2 + 4y + a = 0$  یک دایره است؟

 $\emptyset$  (۴) $\{-3, 3\}$  (۳) $\{3\}$  (۲) $\{-3\}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۵۲ دایره‌ای از دو نقطه  $(0, 0)$  و  $(3, 1)$  گذشته و مرکز آن برخط به معادله  $y = 2x$  قرار دارد. شعاع این دایره کدام است؟

۳ (۴)

 $\sqrt{5}$  (۳)

۲ (۲)

 $\sqrt{3}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۵۳ دایره‌ای، محور  $x$  ها را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده و مرکز آن، بر روی نیم‌ساز ربع اول است. شعاع این دایره کدام است؟

۳ (۴)

$\sqrt{5}$  (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{3}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۵۴ دایره گذرا بر نقطه‌ی  $(-2, 1)$ ، بر هر دو محور مختصات مماس است. شعاع آن کدام است؟

۲, ۵ (۴)

۲, ۴ (۳)

۱, ۵ (۲)

۱, ۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۵۵ نقطه‌ی  $A(-1, 4)$  مرکز یک دایره است که بر روی خط  $2x - 3y + 1 = 0$  و تری به طول  $2\sqrt{7}$  جدا می‌کند. این دایره خط  $y = 2$  را با کدام طول، قطع می‌کند؟

$-1 \pm \sqrt{3}$  (۴)

$-1 \pm \sqrt{2}$  (۳)

۲, -۴ (۲)

۳, -۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۵۶ دایره‌های  $x^2 + y^2 + 2y = 3$  و  $x^2 + y^2 + 2x = 3$  متقاطع‌اند. معادله‌ی وتر مشترک این دو دایره، کدام است؟

$x = 1 - y$  (۴)

$x = -y$  (۳)

$x = 1 + y$  (۲)

$x = y$  (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

## سوال ۳۷

## فصل هفتم: احتمال

۲۵۷ در کیسه‌ای تعدادی مهره سفید و سیاه وجود دارد که تعداد مهره‌ها از یک رنگ ۲ برابر دیگری است. دو مهره یکی پس از دیگری از کیسه به تصادف خارج می‌شود، احتمال اینکه مهره‌ها هم‌رنگ نباشند برابر  $\frac{1}{4}$  است. در ابتدا مجموع مهره‌های داخل کیسه کدام است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۵۸ در یک ظرف ۵ مهره سیاه و تعدادی مهره سبز وجود دارد. دو مهره به تصادف از ظرف خارج می‌شود، احتمال اینکه حداقل یک مهره سیاه باشد، برابر  $\frac{5}{6}$  است. تعداد مهره سبز چقدر از تعداد مهره سیاه کمتر است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۴ تیرماه

۲۵۹ در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می‌آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟

$\frac{1}{16}$  (۴)

$\frac{1}{48}$  (۳)

$\frac{1}{24}$  (۲)

$\frac{1}{8}$  (۱)

سراسری - تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۲۶۰ جعبه‌ی A شامل ۶ مهره‌ی آبی، ۴ مهره‌ی سبز و ۵ مهره‌ی قرمز است و جعبه‌ی B شامل ۵ مهره‌ی آبی، ۳ مهره‌ی سبز و ۶ مهره‌ی قرمز است. از جعبه‌ی A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبه‌ی B قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از جعبه‌ی B انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مهره خارج شده از جعبه B آبی است؟

۰/۲۴ (۴)

۰/۲۸ (۳)

۰/۳۲ (۲)

۰/۳۶ (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۳ اردیبهشت

۲۶۱ احتمال اینکه پارسا یکی از سه رشته  $A$ ،  $B$  و  $C$  را در دانشگاه انتخاب کند، به ترتیب،  $\frac{0}{45}$ ،  $\frac{0}{2}$  و  $\frac{0}{35}$  است. اگر او یکی از سه رشته  $A$ ،  $B$  و  $C$  را انتخاب کند، به ترتیب، با احتمال  $\frac{0}{2}$ ،  $\frac{0}{25}$  و  $\frac{0}{3}$  در آن رشته پذیرفته می‌شود. پارسا با کدام احتمال در رشته مورد علاقه‌اش پذیرفته می‌شود؟

- ۱)  $\frac{0}{245}$       ۲)  $\frac{0}{24}$       ۳)  $\frac{0}{195}$       ۴)  $\frac{0}{19}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۶۲ احتمال اینکه امیر برای قبولی در رشته پزشکی، یکی از سه دانشگاه  $A$ ،  $B$  و  $C$  را انتخاب کند، به ترتیب،  $\frac{0}{4}$ ،  $\frac{0}{35}$  و  $\frac{0}{25}$  است. اگر او یکی از دانشگاه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  را انتخاب کند، به ترتیب، با احتمال  $\frac{0}{25}$ ،  $\frac{0}{3}$  و  $\frac{0}{35}$  در آن دانشگاه پذیرفته می‌شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشته پزشکی قبول شود؟

- ۱)  $\frac{20}{55}$       ۲)  $\frac{29}{55}$       ۳)  $\frac{20}{25}$       ۴)  $\frac{29}{25}$

سراسری - تجربی - ۱۴۰۲ - تیرماه

۲۶۳ سه ظرف یکسان داریم که هر کدام به ترتیب حاوی ۱۶، ۱۵ و ۱۴ مهره هستند. تعداد مهره‌های قرمز سه ظرف، به ترتیب ۴، ۶ و ۵ مهره است. احتمال انتخاب هر ظرف متناسب با تعداد مهره‌های آن ظرف است. یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و مهره‌ای بیرون می‌کشیم، با کدام احتمال، مهره انتخابی قرمز است؟

- ۱)  $\frac{1}{3}$       ۲)  $\frac{131}{560}$       ۳)  $\frac{1}{5}$       ۴)  $\frac{17}{120}$

سراسری - تجربی - دی ۱۴۰۱

۲۶۴ احتمال اینکه یک کشتی‌گیر رقیب اصلی خود را ببرد  $\frac{1}{5}$  و احتمال کسب مدال طلا برای او  $\frac{1}{3}$  بوده و در صورتی که اصلی‌ترین رقیب خود را ببرد به  $\frac{1}{2}$  افزایش خواهد یافت. با کدام احتمال، این کشتی‌گیر قهرمان می‌شود یا رقیب اصلی خود را می‌برد؟

- ۱)  $\frac{4}{15}$       ۲)  $\frac{11}{30}$       ۳)  $\frac{13}{30}$       ۴)  $\frac{7}{15}$

سراسری - تجربی - دی ۱۴۰۱

۲۶۵ سه عدد را به طور متوالی و بدون جایگذاری از میان اعداد ۱ تا  $n$  انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد سوم ۱۰ باشد، برابر  $\frac{1}{15}$  است. در انتخاب تصادفی سه عدد و بدون جایگذاری از میان همین اعداد، با کدام احتمال فقط عدد سوم مضرب ۳ است؟

- ۱)  $\frac{1}{3}$       ۲)  $\frac{1}{5}$       ۳)  $\frac{15}{91}$       ۴)  $\frac{5}{51}$

سراسری - تجربی - دی ۱۴۰۱

۲۶۶ دو سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو سکه «رو» یا هر دو «پشت» ظاهر شوند، یک سکه دیگر می‌اندازیم، در غیر این صورت دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. در مجموع با کدام احتمال، دقیقاً دو سکه به «پشت» ظاهر می‌شود؟

- ۱)  $\frac{1}{4}$       ۲)  $\frac{1}{2}$       ۳)  $\frac{3}{4}$       ۴)  $\frac{3}{8}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۶۷ احتمال شیوع یک بیماری در جامعه‌ای برابر  $\frac{0}{8}$  و احتمال بهبود یافتن فرد مبتلا به این بیماری برابر  $\frac{0}{5}$  است. احتمال این‌که فردی از این جامعه به این بیماری مبتلا شود و بهبود یابد، چند درصد است؟

- ۱)  $\frac{0}{2}$       ۲)  $\frac{0}{4}$       ۳) ۲      ۴) ۴

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۲۶۸ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی می‌سازیم، که در هر عضو آن، رقم تکراری به کار نرفته باشد. یک عضو از مجموعه‌ی فوق انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که عضو انتخاب شده بر ۳ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

$$\frac{177}{325} \quad \text{۴}$$

$$\frac{168}{325} \quad \text{۳}$$

$$\frac{67}{205} \quad \text{۲}$$

$$\frac{66}{205} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۶۹ احتمال متولد شدن یک خرگوش نر در یک نسل در اولین دوره‌ی بارداری مادر، ۷۰ درصد و احتمال متولد شدن دو خرگوش نر در دو بار متوالی زایمان ۶۰ درصد است. اگر دومین فرزند خرگوش، نر باشد، احتمال آن‌که در زایمان قبلی خرگوش نر به دنیا آمده باشد، کدام است؟ (فرض بر این است که در هر دوره فقط یک تولد صورت می‌گیرد.)

$$\frac{6}{7} \quad \text{۴}$$

$$\frac{7}{10} \quad \text{۳}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{20}{27} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۷۰ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی می‌سازیم، که در آن رقم تکراری به کار نرفته باشد. یک عضو از مجموعه‌ی فوق انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که عضو انتخاب شده بر ۴ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{5} \quad \text{۴}$$

$$\frac{3}{7} \quad \text{۳}$$

$$\frac{4}{7} \quad \text{۲}$$

$$\frac{13}{21} \quad \text{۱}$$

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۲۷۱ احتمال این‌که یک دانش‌آموز در یک امتحان نمره قبولی بگیرد  $\frac{9}{10}$  و در دو امتحان متوالی نمره قبولی بگیرد  $\frac{85}{100}$  است. اگر دانش‌آموز در امتحان دوم موفق باشد، احتمال این‌که امتحان قبلی نیز موفق شده باشد، کدام است؟

$$\frac{45}{47} \quad \text{۴}$$

$$\frac{17}{18} \quad \text{۳}$$

$$\frac{85}{94} \quad \text{۲}$$

$$\frac{8}{9} \quad \text{۱}$$

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۲۷۲ دو تاس سالم را پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم مجموع دو عدد رو شده، کم‌تر از ۱۰ است. با کدام احتمال مجموع این دو عدد، برابر ۷ است؟

$$0/3 \quad \text{۴}$$

$$0/25 \quad \text{۳}$$

$$0/24 \quad \text{۲}$$

$$0/2 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۷۳ ۱۰ نفر در یک صف ایستاده‌اند. با کدام احتمال دو فرد موردنظر از آن‌ها، در کنار هم نیستند؟

$$\frac{9}{10} \quad \text{۴}$$

$$\frac{4}{5} \quad \text{۳}$$

$$\frac{3}{4} \quad \text{۲}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲۷۴ سه تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این‌که مجموع ۳ عدد ظاهر شده برابر ۶ باشد، کدام است؟

$$\frac{2}{59} \quad \text{۴}$$

$$\frac{5}{108} \quad \text{۳}$$

$$\frac{7}{108} \quad \text{۲}$$

$$\frac{5}{72} \quad \text{۱}$$

سراسری - تجربی - ۹۹

۲۷۵ پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

$$\frac{1}{56} \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{28} \quad \text{۳}$$

$$\frac{1}{21} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{14} \quad \text{۱}$$

سراسری - تجربی - ۹۹

۲۷۶ بهروز جهت مشارکت در یک مسابقه، از بین پرسش‌های ۵ بسته ریاضی، ۷ بسته تجربی و ۶ بسته علوم انسانی، به تصادف یک بسته اختیار کرده است. احتمال برنده شدن در هر بسته این دروس به ترتیب  $۰/۷$  و  $۰/۸$  و  $۰/۹$  است. با کدام احتمال، بهروز برنده می‌شود؟

$$\frac{۳۱}{۳۶} \quad \text{۴}$$

$$\frac{۳۰}{۳۶} \quad \text{۳}$$

$$\frac{۲۹}{۳۶} \quad \text{۲}$$

$$\frac{۲۵}{۳۶} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۷۷ احتمال موفقیت فردی در یک آزمون مستقل، ۲ برابر احتمال موفقیت دوست وی است. احتمال موفقیت لااقل یکی از آن دو،  $\frac{۷}{۹}$  است. احتمال موفقیت این فرد کدام است؟

$$\frac{۲}{۳} \quad \text{۴}$$

$$\frac{۴}{۹} \quad \text{۳}$$

$$\frac{۱}{۳} \quad \text{۲}$$

$$\frac{۱}{۶} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۷۸ دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال آن که مجموع اعداد رو شده مضرب ۳ باشد، کدام است؟

$$\frac{۷}{۱۸} \quad \text{۴}$$

$$\frac{۵}{۱۸} \quad \text{۳}$$

$$\frac{۱}{۳} \quad \text{۲}$$

$$\frac{۱}{۴} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۷۹ احتمال قبولی فرد A در یک آزمون  $۰/۸۴$  و احتمال قبولی فرد B در همان آزمون  $۰/۷۵$  است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، در این آزمون قبول می‌شوند؟

$$۰/۹۸ \quad \text{۴}$$

$$۰/۹۶ \quad \text{۳}$$

$$۰/۹۴ \quad \text{۲}$$

$$۰/۹۲ \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸۰ در کیسه‌ای ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط دو مهره خارج شده، هم‌رنگ هستند؟

$$\frac{۳۱}{۶۰} \quad \text{۴}$$

$$\frac{۷۹}{۱۲۰} \quad \text{۳}$$

$$\frac{۳۷}{۶۰} \quad \text{۲}$$

$$\frac{۴۱}{۱۲۰} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸۱ در جعبه‌ای ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز است. به تصادف ۳ مهره از آن بیرون می‌آوریم، با کدام احتمال فقط یکی از مهره‌ها سفید است؟

$$\frac{۹}{۱۴} \quad \text{۴}$$

$$\frac{۱۰}{۲۱} \quad \text{۳}$$

$$\frac{۱۷}{۴۲} \quad \text{۲}$$

$$\frac{۸}{۲۱} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸۲ دو تاس را با هم می‌اندازیم، با کدام احتمال دو عدد رو شده، متوالی هستند؟

$$\frac{۴}{۹} \quad \text{۴}$$

$$\frac{۷}{۱۸} \quad \text{۳}$$

$$\frac{۵}{۱۸} \quad \text{۲}$$

$$\frac{۲}{۹} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸۳ در جعبه‌ای ۷ مهره سفید و ۵ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز موجود است. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره قرمز و حداقل ۲ مهره سفید، خارج شده است؟

$$\frac{۵۰}{۱۴۳} \quad \text{۴}$$

$$\frac{۴۰}{۱۴۳} \quad \text{۳}$$

$$\frac{۲۵}{۷۷} \quad \text{۲}$$

$$\frac{۳۰}{۹۱} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸۴) ۵۵ درصد دانشجویان سال اول، دختر و بقیه پسر هستند. ۶۰ درصد دختران و ۶۴ درصد پسران، تمام واحدهای درسی خود را گذرانده‌اند. چند درصد کل دانشجویان، تمام واحدهای درسی را گذرانده‌اند؟

۴)  $\frac{۶۲}{۸}$

۳)  $\frac{۶۲}{۴}$

۲)  $\frac{۶۱}{۸}$

۱)  $\frac{۶۱}{۴}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸۵) در یک خانواده‌ی دو فرزند، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال این خانواده فرزند دختر دارد؟

۴)  $\frac{۳}{۴}$

۳)  $\frac{۲}{۳}$

۲)  $\frac{۱}{۲}$

۱)  $\frac{۱}{۳}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸۶) احتمال این‌که از سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، هر سه موش سفید باشند، کدام است؟

۴)  $\frac{۵}{۳۳}$

۳)  $\frac{۵}{۳۲}$

۲)  $\frac{۴}{۳۳}$

۱)  $\frac{۱}{۸}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸۷) در ظرفی ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج شده هم‌رنگ‌اند؟

۴)  $\frac{۵}{۱۴}$

۳)  $\frac{۲}{۹}$

۲)  $\frac{۳}{۱۴}$

۱)  $\frac{۱}{۶}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸۸) در جعبه‌ی اول ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه، در جعبه‌ی دوم ۳ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه موجود است. به تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و دو مهره را با هم از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال هر دو مهره سفید است؟

۴)  $\frac{۱۳}{۵۶}$

۳)  $\frac{۱۷}{۸۴}$

۲)  $\frac{۱۱}{۵۶}$

۱)  $\frac{۳۱}{۱۶۸}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸۹) چهار دانش‌آموز یک کلاس که بر نیمکت نشسته باشند، با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر آنان یکسان است؟

۴)  $\frac{۵۵}{۹۶}$

۳)  $\frac{۲۳}{۴۸}$

۲)  $\frac{۴۱}{۹۶}$

۱)  $\frac{۱۹}{۴۸}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۹۰) در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۶ موش سیاه موجود است، به تصادف ۳ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از موش‌ها سفید است؟

۴)  $\frac{۲۹}{۳۳}$

۳)  $\frac{۲۸}{۳۳}$

۲)  $\frac{۹}{۱۱}$

۱)  $\frac{۸}{۱۱}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۹۱) در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، احتمال این‌که حداقل یک سکه رو و عدد تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟

۴)  $\frac{۱}{۳}$

۳)  $\frac{۱}{۴}$

۲)  $\frac{۱}{۶}$

۱)  $\frac{۱}{۱۲}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در یک روستا ۵۴ درصد جمعیت را مردان و ۴۶ درصد را زنان تشکیل می‌دهند. اگر ۶۰ درصد مردان و ۷۵ درصد زنان دفترچه سلامت داشته باشند، با کدام احتمال یک فرد انتخابی به تصادف از بین آنان، دفترچه سلامت دارد؟

۲۹۲

$$\frac{0}{696} \quad \text{۴}$$

$$\frac{0}{685} \quad \text{۳}$$

$$\frac{0}{669} \quad \text{۲}$$

$$\frac{0}{658} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

چهار رقم ۰، ۱، ۲، ۳ را به تصادف در کنار هم قرار می‌دهیم، با کدام احتمال یک عدد چهار رقمی مضرب ۶، حاصل می‌شود؟

۲۹۳

$$\frac{5}{9} \quad \text{۴}$$

$$\frac{4}{9} \quad \text{۳}$$

$$\frac{5}{12} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱

$$(-1, 3m - 2), (0, 10 - m), (1, 4m + 13), (2, 25)$$

$$3m - 2 \leq 10 - m \Rightarrow 4m \leq 12 \Rightarrow m \leq 3$$

$$10 - m \leq 4m + 13 \Rightarrow 5m \geq -3 \Rightarrow m \geq -0.6$$

$$4m + 13 \leq 25 \Rightarrow 4m \leq 12 \Rightarrow m \leq 3$$

$$-0.6 \leq m \leq 3$$

$$\text{طبیعی } m = 1 \quad m = 2 \quad m = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲

$$\xrightarrow{x=0.6} y = \sqrt{a + bx^2} \xrightarrow{(0.6, 0.8)} 0.8 = \sqrt{a + 0.36b} \Rightarrow a + 0.36b = 0.64$$

$$\xrightarrow{(0.8, 0.6)} 0.6 = \sqrt{a + 0.64b} \Rightarrow \frac{a + 0.64b = 0.36}{-0.28b = 0.28}$$

$$b = -1 \quad a = 0.64 + 0.36 = 1 \quad ab = -1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳

$$y = 0 \Rightarrow \text{روی محور } x \text{ ها منقطع یعنی } g(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{3 + ax} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{a}$$

$$g(f(x)) = 0 \Rightarrow \sqrt{3 + a(2 - x)} = 0 \Rightarrow 3 + 2a - ax = 0 \Rightarrow x = \frac{3 + 2a}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{a} = \frac{3 + 2a}{a} \Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow a = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴

$$10 > 3 > 2 > -5 \Rightarrow -10 \leq m - 2 \leq 2m + 3 \leq 4 - m \Rightarrow \begin{cases} -8 \leq m \\ -5 \leq m \\ m \leq \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -5 \leq m \leq \frac{1}{3} \xrightarrow{\mathbb{Z}} m = -5, -4, -3, -2, -1, 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۵

$$y\left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5} \Rightarrow -\sqrt{a + \frac{9}{25}b} = -\frac{4}{5} \Rightarrow \sqrt{25a + 9b} = 4$$

$$y\left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{2}{5} \Rightarrow -\sqrt{a + \frac{16}{25}b} = -\frac{2}{5} \Rightarrow \sqrt{25a + 16b} = 2$$

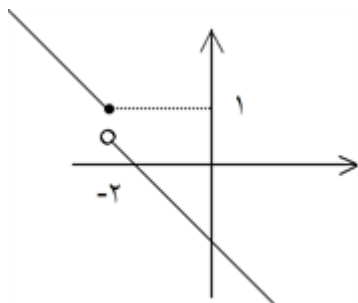
$$\Rightarrow \begin{cases} 25a + 9b = 16 \\ 25a + 16b = 4 \end{cases} \Rightarrow 7b = -12 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۶

$$g(f(\cdot)) = f(\cdot) \Rightarrow 3 - f(\cdot) = f(\cdot) \Rightarrow f(\cdot) = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{9}{4} = 2.25$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷



$$m \geq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} (\Delta m - mx) = \Delta m + 2m \leq 1 \Rightarrow m \leq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 0 \leq m \leq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{1}{3}$$

$$a - 4 = -1 \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸

$$(3, -1) \in f^{-1} \Rightarrow (-1, 3) \in f \Rightarrow 3 = 1 + \sqrt{b+3} \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a - b = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹

$$g(f(x)) = 0 \Rightarrow f(x) = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$f(x) = 2\sqrt{x} \Rightarrow x\sqrt{x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 2$$

$$\text{اختلاف} = 2 - 1 = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰

$$3 - \sqrt{2(x+1)} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} \sqrt{2x+2} - 3 \xrightarrow{+5} \sqrt{2x+2} + 2$$

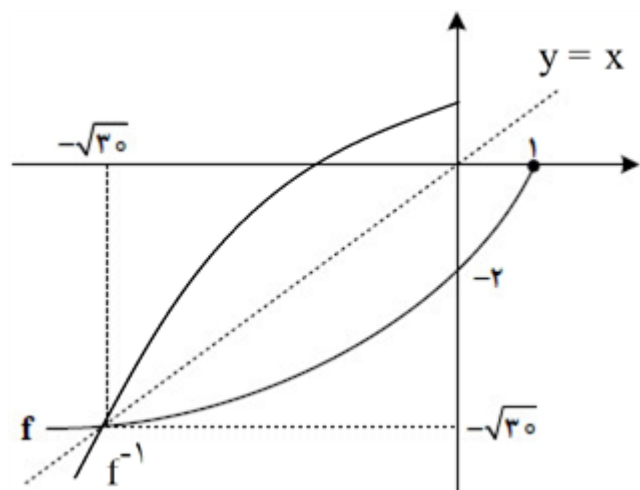
$$\sqrt{2x+2} + 2 = \frac{7}{2} \Rightarrow 2x+2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{8}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از آنجا که برد دو تابع برابر است پس ضریب پشت  $f(x)$  در هر دو تابع برابر است ۱۱

$$k = 1 \quad \text{یعنی:}$$

$$1 = a^2 - 2a + 3 \Rightarrow a^2 - 2a + 2 = 0 \Rightarrow p = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۲



$$\sqrt{\frac{-}{-x + f^{-1}(x)}} \geq 0 \Rightarrow -x + f^{-1}(x) < 0$$

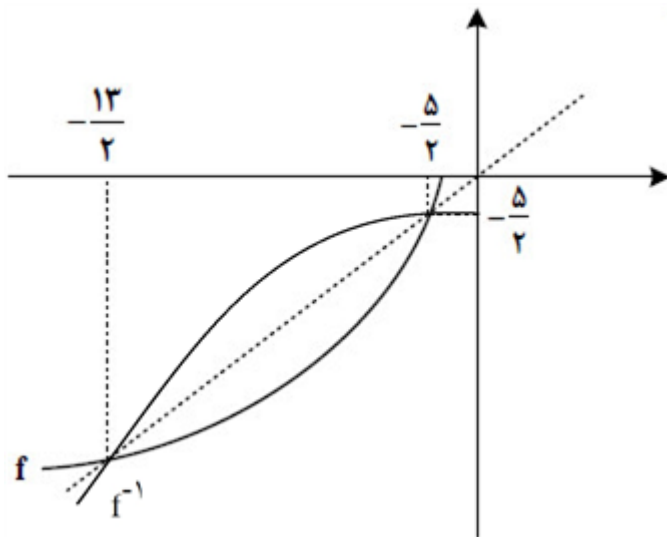
$$\Rightarrow f^{-1}(x) < x \Rightarrow x < -\sqrt{3} \Rightarrow \text{بیش از } 7$$

$$K = 1 \Rightarrow 2a^2 - a - 5 = 1 \Rightarrow 2a^2 - a - 6 = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$a \text{ حاصلضرب مقادیر } = -\frac{6}{2} = -3$$

۱۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{f^{-1}(x)}{x-f^{-1}(x)} \geq \frac{f^{-1}(x)}{x-f^{-1}(x)} \rightarrow x - f^{-1}(x) < .$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) > x \Rightarrow x \in \left(-\frac{13}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow -6, -5, -4, -3$$

$$f(x) = (x-1)|x| = \begin{cases} x(x-1) & x \geq 0 \\ x(1-x) & x < 0 \end{cases}$$

۱۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x-1 & x > 0 \\ 1-2x & x < 0 \end{cases}$$

$$a+b = \frac{1}{2} \leftarrow a = \cdot, b = \frac{1}{2}$$

تابع  $f$  در بازه  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$  اکیداً نزولی است. بنابراین:

۱۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2} \xrightarrow{x=3} f(3) = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 3 \Rightarrow \frac{a}{4} + \frac{a}{2} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{3a}{4} = 3 \Rightarrow a = 4$$

تذکر: در اصل سؤال، شرط  $x \geq 0$  نبود که در این صورت تابع وارون پذیر نمی‌باشد و منظور طراح، بخشی از تابع است که وارون پذیر است. در کل داریم:

$$f(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}, x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = 4x + 4\sqrt{x}, x \geq 0$$

$$f(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}, -1 \leq x \leq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = 4x - 4\sqrt{x}, 0 \leq x \leq \frac{1}{4}$$

۱۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} f \circ g^{-1}(a) = -3 \Rightarrow f(g^{-1}(a)) = -3 \\ f\left(\frac{1}{4}\right) = -3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow g^{-1}(a) = \frac{1}{4} \Rightarrow g\left(\frac{1}{4}\right) = a = -\frac{1}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون حد صورت صفر است پس حد مخرج نیز باید صفر باشد.

۱۸

$$a + b = 0 \Rightarrow a = -b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b(\sqrt{2 - \sqrt{x}} - 1)}{-bx + b} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - \sqrt{x}} - 1}{1 - x} \xrightarrow{\sqrt{x}=t}$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-t}-1}{1-t^2} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\cancel{1-t}}{(1-t)(1+t)(\sqrt{2-t}+1)} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۹

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \\ -2x^2 + ax - 21 \end{cases} \quad \begin{aligned} x \geq \frac{5}{2} &\Rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \geq -\frac{1}{4} \Rightarrow y \geq -\frac{1}{4} \\ x < \frac{5}{2} &\Rightarrow y < g\left(\frac{5}{2}\right) \Rightarrow y < \frac{5}{2}a - \frac{67}{2} \end{aligned}$$

ابتدا خود سهمی در فاصله  $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$  باید وارون پذیر باشد پس:

$$\frac{5}{2} \leq x_S \Rightarrow \frac{5}{2} \leq \frac{-a}{-4} \Rightarrow a \geq 10$$

از طرفی برد هر دو ضابطه نباید اشتراکی داشته باشند. بنابراین:

$$\frac{5}{2}a - \frac{67}{2} \leq -\frac{1}{4} \Rightarrow 10a - 134 \leq -1$$

$$10a \leq 133 \Rightarrow a \leq 13 \frac{1}{3}$$

$$10 \leq a \leq 13 \frac{1}{3}$$

شرط وارون پذیر تابع f:

پس بزرگترین مقدار صحیح  $a = 13$

$$f^{-1}(-3) : -2x^2 + 13x - 21 = -3 \Rightarrow 2x^2 - 13x + 18 = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \checkmark \\ \text{یا} \\ x = \frac{9}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases} \quad \text{چون } x < \frac{5}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. f تابعی اکیداً نزولی است.

۲۰

$$f(f(x)) < f\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}\right) \Rightarrow f(x) > \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)^2 \Rightarrow \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{5}} x\right)^2 > \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{5}} x > \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}} x > 0 \Rightarrow 0 < x < 1$$

$$\text{fog}\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(g\left(-\frac{1}{3}\right)\right) = f(2) = 4$$

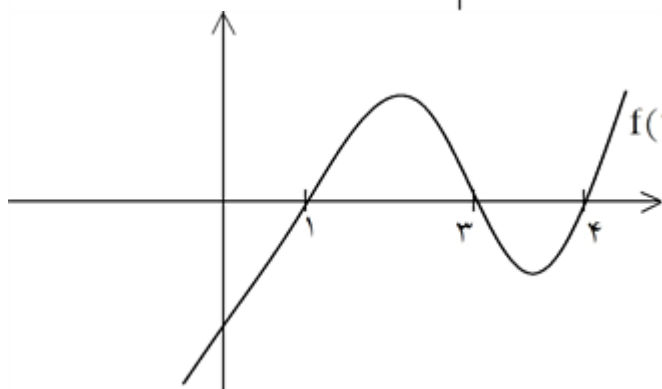
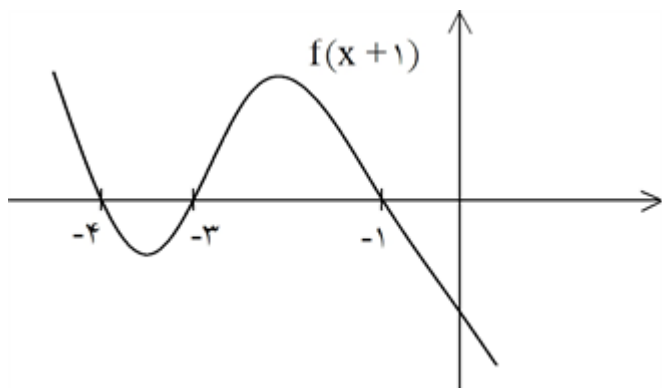
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲۱

$$g\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(\left[-\frac{1}{3} - f\left(-\frac{1}{3}\right)\right]\right) = f\left(\left[-\frac{1}{3} + \frac{4}{3}\right]\right) = f(1) = 2$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $f(x-2)$  را ۳ واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا  $f(x+1)$  به دست آید پس نسبت به محور  $y$ ها قرینه می‌کنیم تا  $f(1-x)$  شود.



$$\left. \begin{aligned} \frac{f(1+x)}{f(1+x)} &\geq 0 \\ x &\in \mathbb{Z} \end{aligned} \right\} \\ x \in \{0, 1, 3, 4\}$$

$$\wedge a - b = 0 \Rightarrow b = \wedge a \Rightarrow a = \frac{b}{\wedge}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \wedge} \frac{\sqrt{2 + \sqrt{x}} - 2}{\frac{x}{\wedge} - 1} \times \frac{\sqrt{2 + \sqrt{x}} + 2}{2 + 2} = \lim_{x \rightarrow \wedge} \frac{\sqrt{x} - 2}{\frac{x}{2} - 4} \times \frac{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 2^2}{4 + 4 + 4} = \lim_{x \rightarrow \wedge} \frac{x - \wedge}{6x - 48} = \frac{1}{6}$$

تذکر: سؤال با قاعده هوییتال نیز قابل حل است.

$$\text{ضابطه اول: } R_1 = \left[ \frac{13}{2}, +\infty \right)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{ضابطه دوم: } -x^2 + 2mx + 2 = -(x-m)^2 + m^2 + 2$$

باید رأس سهمی  $(x=m)$  داخل بازه  $x > -\frac{3}{2}$  نباشد، پس:

$$m \leq -\frac{3}{2} \xrightarrow{m^2+2 \leq \frac{17}{2}} m = -2 \Rightarrow y_2 = -(x+2)^2 + 6$$

$$f^{-1}(-19) \Rightarrow -(x+2)^2 + 6 = -19 \Rightarrow (x+2)^2 = 25 \xrightarrow{x > -\frac{3}{2}} x = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع  $f$  اکیداً صعودی است.

$$f(f(x)) < f(x^\delta) \Rightarrow f(x) < x^\delta \Rightarrow (x + \text{Log } x)^\delta < x^\delta \Rightarrow x + \text{Log } x < x$$

$$\Rightarrow \text{Log } x < 0 \Rightarrow x \in (0, 1)$$

۲۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = 2\left[-\frac{5}{3}\right] - \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{10}{3} + \frac{5}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$f\left(-\frac{7}{3}\right) = 2\left[-\frac{7}{3}\right] - \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{14}{3} + \frac{7}{3} = -\frac{7}{3}$$

$$\left(-\frac{5}{3}\right) = g\left(f\left(-\frac{5}{3}\right)\right) = g\left(-\frac{7}{3}\right) = f\left(\left[-\frac{7}{3} + f\left(-\frac{7}{3}\right)\right]\right) = f\left(\left[-\frac{7}{3} - \frac{7}{3} + \frac{7}{3}\right]\right) = f(-6) = -6$$

۲۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{f(x)}{f(x+2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{f(x+2)} \leq 0$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, 0, 1$$

$$f(x+2) = 0 \Rightarrow x+2 = -2, 0, 1 \Rightarrow x = -4, -2, -1$$

X	-4	-2	-1	0	1
	+	-	-	+	-

$\in \mathbb{Z} \rightarrow 0, 1, -3$

۲۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = x \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{(2^x)^2 - 1}{(2^x)^2 + 1} \Rightarrow 2(2^x)^2 - 2 = (2^x)^2 + 1$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 = 3 \Rightarrow 2^x = \sqrt{3} \xrightarrow{\text{Log}_2} \text{Log}_2 2^x = \text{Log}_2 \sqrt{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2 \sqrt{3}$$

۲۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودارها ضابطه f و g را می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2; & x \leq 0 \\ -x + 2; & x \geq 0 \end{cases}, g(x) = -2x - 2$$

$$\Rightarrow f(f(-2)) = f(6) = -4$$

$$x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 2 \Rightarrow g(f^{-1}(-2)) = g(4) = -10$$

$$g(f^{-1}(-2)) + f(f(-2)) = -10 - 4 = -14$$

۳۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x}{1+|x|} = -\frac{3}{4} \xrightarrow{x < 0} \frac{x}{1-x} = -\frac{3}{4} \Rightarrow 4x = -3 + 3x \Rightarrow x = -3 \Rightarrow g\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{x}{1+|x|} = \frac{5}{9} \xrightarrow{x > 0} \frac{x}{x+1} = \frac{5}{9} \Rightarrow 9x = 5x + 5 \Rightarrow 4x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{4} \Rightarrow g\left(\frac{5}{9}\right) = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۱

$$\begin{cases} x \leq \frac{-5}{2} \Rightarrow y = -(2x + 5) - (-5x + 2) \Rightarrow y = 3x - 7 \\ x \geq \frac{2}{5} \Rightarrow y = (2x + 5) - (5x - 2) \Rightarrow y = -3x + 7 \end{cases}$$

$$y = -3x + 7 \Rightarrow 3x = -y + 7 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}y + \frac{7}{3} \xrightarrow{y \geq \frac{2}{5}} f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, x \leq \frac{29}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۲

$$y = (\sqrt{x} - 1)^2 \xrightarrow{x \geq 1} \sqrt{y} = \sqrt{x} - 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} + 1$$

$$g(x) = f^{-1}(x) = (\sqrt{x} + 1)^2$$

$$g(g(1)) = g(4) = 9$$

$$f \text{ همانی} \Rightarrow f(x) = x$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۳

$$g(x) = \frac{1}{x-a} \Rightarrow |g(x)| - 2 = \left| \frac{1}{x-a} \right| - 2 = \frac{1}{|x|} \xrightarrow{x = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\left| \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} - a} \right| = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} + 2 = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow \left| \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2 - a} \right| = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} - a = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a_1 = \sqrt{2} - 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} - a = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \Rightarrow a_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow a_2 - a_1 = 1 - (\sqrt{2} - 1) = 2 - \sqrt{2}$$

توجه: چون تابع  $f$  همانی است پس اختلاف جواب‌های  $f(x+a) = 3$  همان اختلاف دو مقداری است که برای  $a$  به دست آمده است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$\left. \begin{aligned} f \text{ تابع ثابت} \Rightarrow m = n = 0 \Rightarrow f(x) = -k \\ (m, n-1) = (0, k) \Rightarrow k = n-1 = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(x) = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$x^2 f(x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow \text{اعداد صحیح نامنفی} = \{0, 1, 2, 3\}$$

x	$-\infty$	۳	$+\infty$
f(x)	+		-

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۶

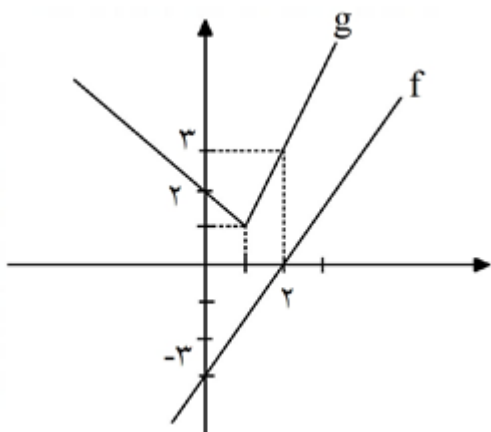
$$g \circ g(\cdot) = g(2) = 3$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 3$$

$$f^{-1}(-2) = ? \Rightarrow f(?) = -2$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x - 3 = -2 \Rightarrow \frac{2}{3}x = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow g\left(\frac{3}{2}\right) = ?$$

$$x < 1 \Rightarrow g(x) = -x + 2 \Rightarrow g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{حکم} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۷

$$y(-2) = 2^4 - 4 - 11 = 9 \Rightarrow (-2, 9) \in f \Rightarrow (9, -2) \in f^{-1}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اکیداً نزولی یعنی: ۳۸

$$-9 + k^2 < 0 \Rightarrow k^2 < 9 \Rightarrow -3 < k < 3 \Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow \text{مجموع} = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$f(x) = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{یکی به راست}} \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{قرینه به محور } x} \frac{-1}{x-1} \xrightarrow{\text{تا پایین ۲}} \frac{-1}{x-1} - 2$$

$$\frac{1}{x} = \frac{-1}{x-1} - 2 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = -2 \Rightarrow \frac{2x-1}{x^2-x} = -2 \Rightarrow \cancel{2x} - 1 = -2x^2 + \cancel{2x}$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, y = \pm \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}\right), (0, 0) \Rightarrow d = \sqrt{\frac{1}{2} + 2} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$g(2x) = 5x^2 + 11 \Rightarrow g(x) = \frac{5x^2}{4} + 11 \quad \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.} \quad \text{۴۰}$$

مینیم آن ۱۱ است و اگر ۷ واحد هم به سمت راست برود باز همان است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$f^{-1}(-1) = -2 \Rightarrow f(-2) = -1 \Rightarrow -8 + 2 + 1 \neq -1 \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{1}{8} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{8} \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$4(x+2) - (x+2)^2 = -x^2 + 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۲

$$4x - x^2 = -x^2 + 4 \Rightarrow x = 1$$

$$(1, 2) \text{ نقطه تلاقی} \quad OA = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۳

$$(f \circ g) \circ h(x) = \begin{cases} f \circ g(h) = f(\cdot) = \cdot & x > \cdot \\ f \circ g(\cdot) = \cdot & x = \cdot \\ f \circ g(-1) = f(\cdot) = \cdot & x < \cdot \end{cases} = \begin{cases} \cdot & x > \cdot \\ \cdot & x = \cdot \\ \cdot & x < \cdot \end{cases}$$

همواره پیوسته

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۴

$$y = 2^{x+|x|} \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی محور } x} y = 2^{(x+2)+|x+2|} \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی } y} y = 2^{x+2+|x+2|}$$

$$y = 2^{x+2+|x+2|} - 2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2^{x+2+|x+2|} = 2^1 \Rightarrow x+2+|x+2| = 1$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \Rightarrow 2(x+2) = 1 \Rightarrow x = -2/5 \\ x < -2 \Rightarrow (x+2) - (x+2) = 1 \Rightarrow 0 = 1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع اکیداً صعودی است، پس وارون خود را روی خط  $y = x$  قطع می‌کند. ۴۵

$$\sqrt{x+3} - 1 = x \Rightarrow \sqrt{x+3} = x+1$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{\text{به توان میرسانیم}} x^2 + 2x + 1 = x + 3 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } x = 1 \\ \text{غ ق } x = -2 \end{cases}$$

$$M(1, 1) \Rightarrow MO = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} \Rightarrow MO = \sqrt{2}$$

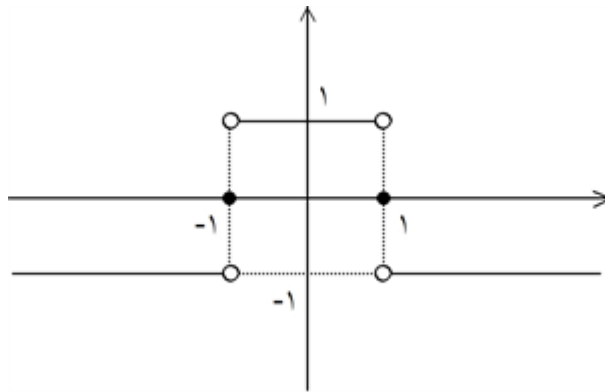
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید ضابطه تابع  $(\text{gof})(x)$  را حساب کنیم. بنابراین ضابطه  $g$  به شرط  $1 - x^2$  مثبت باشد برابر ۱ و اگر  $1 - x^2$  منفی باشد، حاصل  $g$  برابر  $-1$  و اگر  $1 - x^2 = 0$  باشد، حاصل  $g$  برابر  $0$  است.

$$\begin{cases} 1 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow g(f(x)) = 1 \\ 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow g(f(x)) = 0 \\ 1 - x^2 < 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \Rightarrow g(f(x)) = -1 \end{cases}$$

با توجه به حاصل  $g(f(x))$  و حدود  $x$  ضابطه و  $(\text{gof})(x)$  برابر است با:

$$(\text{gof})(x) = \begin{cases} 1 & ; -1 < x < 1 \\ 0 & ; x = \pm 1 \\ -1 & ; x < -1 \text{ یا } x > 1 \end{cases}$$

یا رسم نمودار تابع تعداد نقاط ناپیوسته را حساب می‌کنیم.



در شکل مشخص است که تابع در  $x = -1$  و  $x = 1$  ناپیوسته است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع  $f(x) = 2^{|\sin x|}$  را  $\frac{\pi}{2}$  در امتداد محور  $x$  ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم: ۴۷

$$y = 2^{|\sin(x - \frac{\pi}{2})|} \Rightarrow y = 2^{|\cos x|} \Rightarrow y = 2^{|\cos x|}$$

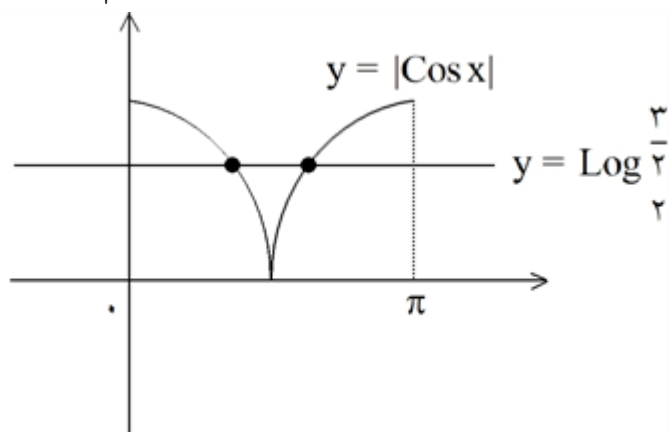
سپس  $\frac{3}{2}$  در جهت محور  $y$  های منفی منتقل می‌کنیم.

$$y = 2^{|\cos x|} - \frac{3}{2}$$

برای یافتن محل تلاقی با محور طول‌ها برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$2^{|\cos x|} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow 2^{|\cos x|} = \frac{3}{2} \Rightarrow |\cos x| = \log_2 \frac{3}{2}$$

چون  $\frac{3}{2} < 2$  است و  $\log_2 \frac{3}{2} = 1$  بنابراین  $0 < \log_2 \frac{3}{2} < 1$  است.



دو نمودار در بازه  $[0, \pi]$  دو نقطه تلاقی دارند بنابراین معادله دو جواب دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قرینه  $y = 2 + \sqrt{x-1}$  نسبت به خط  $y = x$  تابع وارون آن است. ۴۸

$$y = 2 + \sqrt{x-1} \Rightarrow y-2 = \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{به توان میرسانیم}} y^2 - 4y + 4 = x-1$$

$$\Rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-2)^2 + 1$$

$$\xrightarrow{\text{واحد در جهت } x \text{ مثبت}} y = (x-2-2)^2 + 1 \xrightarrow{\text{واحد در جهت } y \text{ منفی}} g(x) = (x-4)^2 + 1 - 3$$

$$\Rightarrow g(x) = (x-4)^2 - 2 \Rightarrow g(4) = (4-4)^2 - 2 = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۹

$$f^{-1}(2) = x \Rightarrow f(x) = 2 \Rightarrow 2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2 \xrightarrow{2^x=A} \frac{A - \frac{1}{A}}{2} = 2 \Rightarrow \frac{A^2 - 1}{A} = 4$$

$$\Rightarrow A^2 - 4A - 1 = 0$$

$$A = 2 + \sqrt{5} \text{ ق ق} \Rightarrow 2^x = 2 + \sqrt{5} \Rightarrow x = \log_2(2 + \sqrt{5}) \Rightarrow f^{-1}(2) = \log_2(2 + \sqrt{5})$$

$$A = 2 - \sqrt{5} \text{ غ ق ق}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۰

روش اول: نیمساز ناحیه دوم  $y = -x$  است بنابراین نقطه موردنظر در تابع وارون برابر است با: (چون در ربع دوم است باید  $a$  منفی باشد)

$$(a, -a) \in f^{-1} \Rightarrow (-a, a) \in f \Rightarrow f(-a) = a$$

$$\Rightarrow -a + \frac{1}{2a} = a \Rightarrow \frac{1}{2a} = 2a \Rightarrow 4a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} & \text{غ ق ق} \\ a = -\frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$x = -2$ بد	$f^{-1}(x) = -x$	$f(x) = x - \frac{1}{2x}$	
	$f^{-1}(-1) = 1$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 1$	روش دوم:
$x = -\frac{1}{2}$	$f^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$	$\text{خوب} = -\frac{1}{2}$	

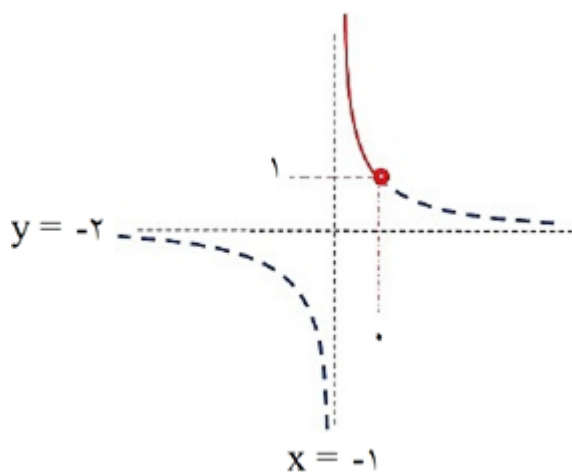
$$x + 2\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۱

$$x + 2\sqrt{x} = 15 \Rightarrow x = 9$$

$$g(3) + g(15) = 1 + 9 = 10$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۲



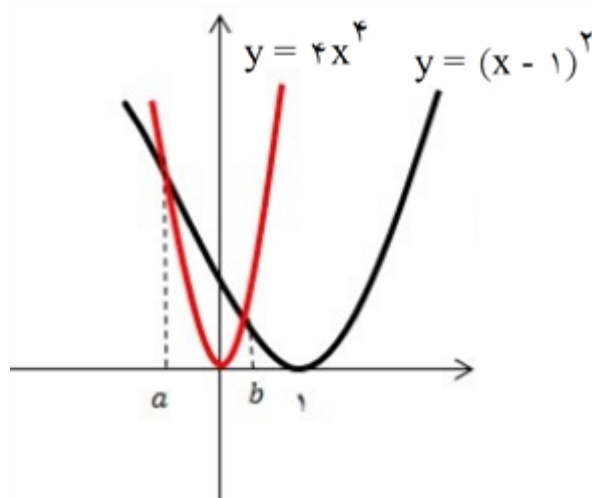
$$0 \leq x - [x] < 1 \xrightarrow{\times(-1)} -1 < [x] - x \leq 0$$

$$R \xrightarrow{f} (-1, 0], \quad x \neq -1 \xrightarrow{g} R - \{-2\}$$

$$\text{اشتراک} (-1, 0] \xrightarrow{g} [1, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$$

۵۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$(x-1)^2 > 4x^2 \Rightarrow |x-1| > 2x^2$$

$$x \geq 1 \Rightarrow 2x^2 < x-1 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 < 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 > 0 \Rightarrow \text{عبارت همواره مثبت است} \Rightarrow \emptyset \\ \text{و نمی تواند منفی باشد.} \\ \Delta = 1 - 8 = -7 < 0. \end{cases}$$

$$x \leq 1 \Rightarrow 2x^2 < -x+1 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 < 0 \Rightarrow -1 < x < \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow b - a = \frac{1}{2} - (-1) = \frac{3}{2}$$

۵۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x^2 - 2x \xrightarrow{\text{قرینه محور } x \text{ ها}} f(x) = -x^2 + 2x \xrightarrow{+16 \text{ محور } y \text{ ها}}$$

$$f(x) = -x^2 + 2x + 16 = x^2 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ ق ق غ} \\ x = 4 \text{ ق ق } (x > 1) \end{cases} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 4 \\ 8 \end{vmatrix}$$

$$OA = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

۵۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} = 2 \Rightarrow 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 4 \xrightarrow{\times t} t^2 + 1 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2 \left( 2 + \sqrt{3} \right) \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \xrightarrow{t=2^x} \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2 \left( 2 + \sqrt{3} \right) + \sqrt{3} \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} < 0 \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

۵۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. x و y آن با g(x) معکوس است.

$$f(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow g(6) \Rightarrow f(x) = 6 \Rightarrow x + \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow (4, 6) \in f \Rightarrow g(6) = 4$$

$$g(12) \Rightarrow f(x) = 12 \Rightarrow x + \sqrt{x} = 12 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow (9, 12) \in f \Rightarrow g(12) = 9$$

$$g(6) + g(12) = 13$$

۵۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نیمساز ناحیه چهارم  $y = -x$  است.

$$f^{-1}(x) = -x \Rightarrow f(-x) = x$$

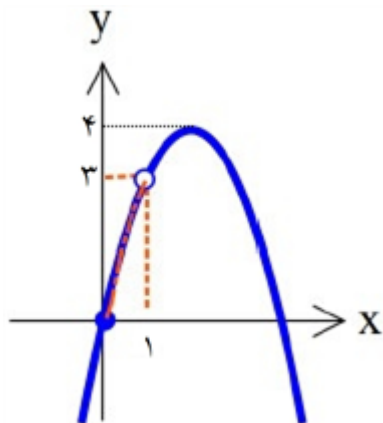
$$-x + \frac{2}{x} = x \Rightarrow \frac{2}{x} = 2x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

دامنه  $x < 0$  است پس  $x = -1$  قابل قبول است.

$$(-1, 1) \in f \Rightarrow (1, -1) \in f^{-1}$$

پس طول تقاطع  $x = 1$  است.

۵۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



باید صدق کند  $R_{f(x)} = D_{g(x)}$

$$R_{f(x)} = 0 \leq 2x - [2x] < 1 \Rightarrow \begin{matrix} g(0) = 0 \\ g(1) = -1 + 2 = 1 \end{matrix} \Rightarrow R_f = [0, 1)$$

g در این بازه صعودی است

۵۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(\lambda) = g^{-1}(f^{-1}(\lambda))$$

$$f(x) = \lambda \Rightarrow \frac{2}{5}x - 4 = \lambda \Rightarrow \frac{2}{5}x = \lambda + 4 \Rightarrow x = \frac{5}{2}(\lambda + 4) \Rightarrow f^{-1}(\lambda) = \frac{5}{2}(\lambda + 4) \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(\lambda)) = g^{-1}\left(\frac{5}{2}(\lambda + 4)\right)$$

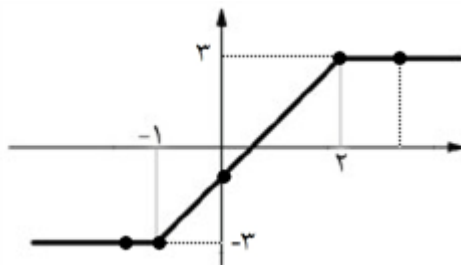
$$g(x) = 30 \Rightarrow x^2 + x = 30 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow g^{-1}(30) = 5$$

۶۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک نقطه‌یابی نمودار f را رسم می‌کنیم.

$$f(x) = |x + 1| - |x - 2|$$

نقاط شکست

x	-2	-1	2	3
y	-3	-3	3	3



پس f در بازه‌ی  $(-1, 2)$  اکیداً صعودی است.

۶۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

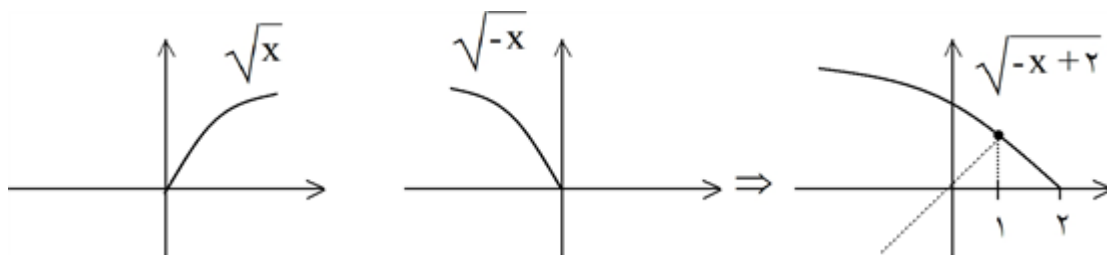
$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{انتقال}} f(2-x) = \sqrt{-x+2}$$

$$y = x \text{ محل برخورد با } \sqrt{-x+2} = x \Rightarrow x^2 = -x+2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$x=1 \Rightarrow \sqrt{-1+2} = 1 \checkmark \quad x=-2 \Rightarrow \sqrt{-(-2)+2} = -2 \times$$

روش دوم:



۶۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{x+4}{x-2} \Rightarrow xy - 2y = x+4 \Rightarrow xy - x = 2y+4 \Rightarrow x(y-1) = 2y+4$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y+4}{y-1} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{2x+4}{x-1}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+4}{x-1}, x \neq 1$$

برای یافتن محل برخورد دو نمودار باید برابر یکدیگر قرار دهیم:

$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{x+4}{x-2} = \frac{2x+4}{x-1} \Rightarrow 2x^2 - 4x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

این دو تابع در دو نقطه متقاطع هستند.

۶۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$g(f(x)) = g\left(\frac{2x+3}{2-x}\right) = -x-1 \text{ or } 1 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{g} -2$$

۶۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1} = \{(2, 5), (3, 7), (1, 4), (6, 3), (1, 9)\} \Rightarrow f^{-1}(3) = 7$$

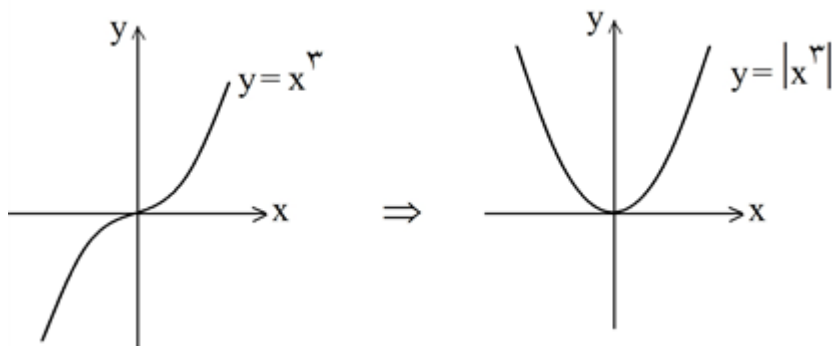
$$g^{-1}(x) = \frac{x^2 - 9}{5}$$

$$3 \xrightarrow{f^{-1}} 7 \xrightarrow{g^{-1}} 8$$

$$\Rightarrow f(g(8)) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$3 \xleftarrow{f} 7 \xleftarrow{g} 8$$

۶۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۶۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(g(x)) = 8x^2 + 6x + 5 = 2(2x + 1)^2 - (2x + 1) + 4 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - x + 4$$

۶۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = |2x - 6| - |x + 1| = \begin{cases} (2x - 6) - (x + 1) & x \geq 3 \\ -2x + 6 - (x + 1) & -1 \leq x < 3 \\ -2x + 6 - (-x - 1) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x - 7 & x \geq 3 \\ -3x + 5 & -1 \leq x < 3 \\ -x + 7 & x < -1 \end{cases}$$

با توجه به ضابطه‌ها مشخص است که ضابطه‌ی  $y = x - 7$  برای  $x \geq 3$  صعودی است.

$$x \geq 3 \xrightarrow{-7} x - 7 \geq -4 \Rightarrow y \geq -4$$

$$y = x - 7 \Rightarrow y + 7 = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = x + 7$$

نکته: در تابع معکوس جای دامنه و برد عوض می‌شود. بنابراین  $y \geq -4$  برای تابع معکوس محدوددهی دامنه می‌شود.

۶۸ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$-x^2 + x + 2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$-x^2 + x + 2$	-	•	+	•
$-x^2 + x + 2 > 0$			ج	

$$D_f = (-1, 2)$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

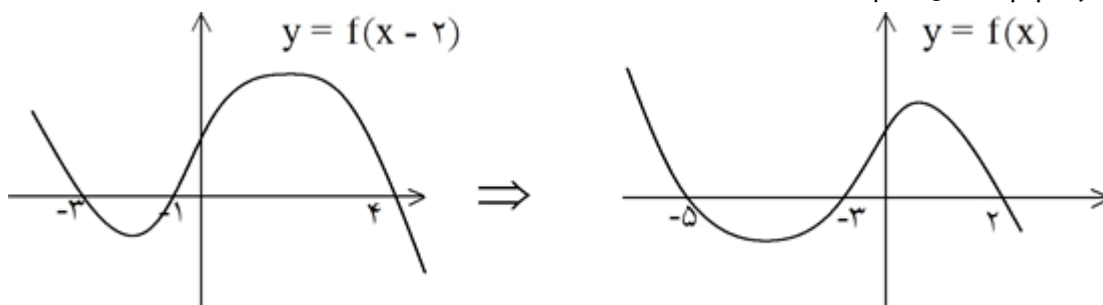
$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < \left(\frac{1}{4}\right)^x < 2\right\}$$

$$\xrightarrow{\left(\frac{1}{4}\right)^x \text{ مثبت است}} \left\{x \in \mathbb{R} \mid \left(\frac{1}{4}\right)^x < 2\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 2^{-2x} < 2^1\right\}$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid -2x < 1\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{1}{2}\right\} = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که نمودار  $y = f(x - 2)$  داریم برای رسم  $y = f(x)$  باید نمودار را دو واحد به

طرف چپ منتقل کنیم.



$$\sqrt{xf(x)} \Rightarrow xf(x) \geq 0 \cdot \begin{matrix} \text{باید } x \text{ و } f(x) \\ \text{هم علامت باشند} \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \text{ و } f(x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \\ x \leq 0 \text{ و } f(x) \leq 0 \Rightarrow x \in [-5, -3] \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = [-5, -3] \cup [0, 2]$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید معادله‌ی تلاقی نمودار تابع  $y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6$  با نیم‌ساز ناحیه‌ی اول ( $y = x$ ) ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.

$$2x^2 + (m+1)x + m + 6 = x \Rightarrow 2x^2 + mx + m + 6 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} m^2 - 4(2)(m+6) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 8m - 48 = 0 \Rightarrow (m - 12)(m + 4) = 0 \Rightarrow m = 12, m = -4$$

چون تأکید شده نمودار بر نیم‌ساز ناحیه‌ی اول مماس است. ریشه‌ی مضاعف معادله‌ی تلاقی (طول نقطه‌ی تماس) باید مثبت باشد.

$$m = 12 \Rightarrow 2x^2 + 12x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \text{ ریشه‌ی مضاعف منفی دارد.}$$

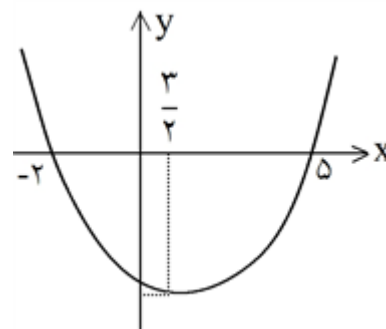
$$m = -4 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \text{ ریشه‌ی مضاعف مثبت دارد.}$$

پس  $m = -4$  صحیح است. نمودار بر نیم‌ساز ربع اول مماس است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع  $y = x^2 - 3x - 10$  یک سهمی قائم است که محور  $x$ ها را در دو نقطه قطع می‌کند.

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 5, x = -2$$

نقطه‌ای به طول ۲- قطع کرده است. اگر سهمی را ۲ واحد به طرف  $x$ های مثبت انتقال دهیم، سهمی از مبدأ خواهد گذشت و دیگر طول تلاقی‌اش با محور  $x$ ها منفی نیست. به نمودار روبه‌رو دقت کنید.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای تعیین دامنه‌ی تابع  $g \circ f$  ابتدا دامنه‌های  $f$  و  $g$  را مشخص می‌کنیم. داریم:

$$f(x) = \sqrt{x + |x|} \xrightarrow{D_f} x + |x| \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 : 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 0 \\ x < 0 : x - x \geq 0 \Rightarrow 0 \geq 0 \text{ همواره برقرار} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x < 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اجتماع}} x \in R \Rightarrow D_f = R$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x} \Rightarrow D_g = R - \{0, 4\}$$

حال با توجه به دامنه‌ی تعریف تابع مرکب، می‌نویسیم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{x \in R \mid \sqrt{x + |x|} \in (R - \{0, 4\})\right\}$$

باید مقادیری از  $x$  که به ازای آن‌ها  $f(x) = \sqrt{x + |x|}$  برابر ۰ یا ۴ می‌شوند را از  $R$  کنار بگذاریم. داریم:

$$\sqrt{x + |x|} = 0 \Rightarrow x + |x| = 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow x \leq 0$$

$$\sqrt{x + |x|} = 4 \Rightarrow x + |x| = 16 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 : 2x = 16 \Rightarrow x = 8 \\ x < 0 : x - x = 16 \Rightarrow 0 = 16 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین اگر از  $R$ ،  $x \leq 0$  و  $x = 8$  را کنار بگذاریم، دامنه‌ی  $g \circ f$  به دست می‌آید:

$$D_{g \circ f} = \{x \in R \mid x \neq 0, x \neq 8\} = R - \{0, 8\} = (-\infty, 0) \cup (0, 8) \cup (8, +\infty)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $f(x) = [x]$  است. برای تعیین مقادیر تابع  $f(x - f(x))$  یا همان  $f(x - [x])$  کافی است به این نکته توجه کنیم که تابع داخلی، یعنی  $x - [x]$  همواره در فاصله‌ی  $[0, 1)$  تغییر می‌کند، پس داریم:

$$f(x) = [x] \Rightarrow f(x - f(x)) = f(x - [x]) = [x - [x]] = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $f(x) = 2x^2 + 4$  و  $f(g(x)) = 4x^2 + 6x$  است. برای تعیین مقدار  $g(-2)$ ،

ابتدا خودمان با داشتن ضابطه‌ی  $f$  ضابطه‌ی  $f(g(x))$  را ساخته و برابر  $4x^2 + 6x$  قرار می‌دهیم و آن‌گاه با جایگذاری  $x = -2$ ، مقدار  $g(-2)$  را به دست می‌آوریم. داریم:

$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 + 4 \Rightarrow f(g(x)) = 2g^2(x) + 4 \\ f(g(x)) = 4x^2 + 6x \end{cases} \Rightarrow 2g^2(x) + 4 = 4x^2 + 6x \Rightarrow g^2(x) = 2x^2 + 3x - 2$$

$$\xrightarrow{x=-2} g^2(-2) = 2(-2)^2 + 3(-2) - 2 = 0 \Rightarrow g(-2) = 0$$

۷۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & x \neq 0 \\ \cdot & x = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x} & x < 0 \\ \sqrt{x} & x > 0 \\ \cdot & x = 0 \end{cases}$$

$$R_f = R \Rightarrow D_{f^{-1}} = R$$

$$\begin{cases} y = -\sqrt{-x} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} y^2 = -x \Rightarrow x = -y^2, y < 0 \\ y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} y^2 = x \Rightarrow x = y^2, y \geq 0 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases} = x|x|$$

۷۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = \sqrt{x}, x \geq 0 \Rightarrow x = y^2, y \geq 0 \\ y = -\sqrt{-x}, x < 0 \Rightarrow x = -y^2, y < 0 \end{cases} \quad x = y|y| \Rightarrow f^{-1}(x) = x|x|$$

۷۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) \leq 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq g(x) \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{2}(x-3) \leq 1$$

$$\Rightarrow -4 \leq x-3 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5$$

۷۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g(f(x)) = 2x \Rightarrow g(f(5)) = 10 \Rightarrow 2f(5) + 4 = 10 \Rightarrow f(5) = 2$$

۷۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x^2 - 2[x] \Rightarrow f(\sqrt{3}) = 3 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2 = 1$$

$$-\frac{1}{2}f(\sqrt{3}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3})\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - 2\left[-\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

۸۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow f(x^2) - 2f(x) + 1 = \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{2x}{x-1} + 1 = \frac{x^2 - 2x(x+1) + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

$$\frac{x^2 - 2x^2 - 2x + x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{-2x - 1}{x^2 - 1} = \frac{2x + 1}{1 - x^2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بدیهی است نقاط  $(1, 0)$  و  $(0, -6)$  و  $(-2, -6)$  در تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  صدق می‌کنند.

$$(0, -6) \Rightarrow c = -6$$

$$(1, 0) \Rightarrow a + b - 6 = 0$$

$$(-2, -6) \Rightarrow 4a - 2b - 6 = -6 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 6 \\ 2a - b = 0 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases} \end{cases}$$

پس تابع داده شده به صورت  $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$  خواهد بود که  $f(-1) = 2 - 4 - 6 = -8$  برابر است با:

$$\cos 3x = -\cos 2x \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm (\pi - 2x) \quad \text{گزینه ۲ پاسخ صحیح است.} \quad (82)$$

$$3x = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{5} \Rightarrow \begin{cases} k = 0 & x = \frac{\pi}{5} \\ k = 1 & x = \frac{3\pi}{5} \\ k = 2 & x = \pi \end{cases}$$

$$3x = 2k\pi - \pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi - \pi \begin{cases} k = 1 & x = \pi \\ k = 2 & x = 3\pi \end{cases}$$

$$A = 1 - \tan 3\alpha = 1 - \tan(67/5)^\circ \quad \text{گزینه ۱ پاسخ صحیح است.} \quad (83)$$

$$\tan^2 x = \frac{2 \sin^2 x}{2 \cos^2 x} = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$$

$$\Rightarrow \tan^2 67/5^\circ = \frac{1 - \cos 134^\circ}{1 + \cos 134^\circ} = \frac{1 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} = (\sqrt{2} + 1)^2$$

$$\tan 67/5^\circ = \sqrt{2} + 1 \Rightarrow 1 - \tan 67/5^\circ = -\sqrt{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (84)

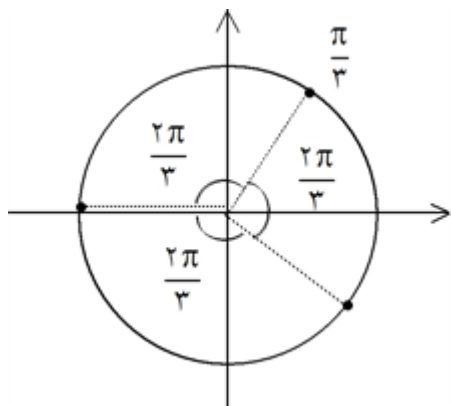
$$\cos 3x = \sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow 5x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \frac{\pi}{2}}{5} = \frac{\pi}{10} k \in \{0, 1, 2\} \\ 3x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 2x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{ندارد. } [0, \pi] \end{cases}$$

پس این معادله در فاصله  $[0, \pi]$  دارای سه جواب  $\left\{\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{10}\right\}$  است.

$$\alpha = \frac{\pi}{8} \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{2} - 1 \quad \text{گزینه ۲ پاسخ صحیح است.} \quad (85)$$

$$A = -1 + \tan \frac{7\pi}{8} = -1 - \tan \frac{\pi}{8} = -1 - (\sqrt{2} - 1) = -\sqrt{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۶

$$\cos 2x = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) \Rightarrow \cos 2x = -\cos x$$

$$2\cos 2x + \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -1$$

$$\Rightarrow x = (2k+1)\pi \quad (1)$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$(1) \cup (2) \quad x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

$$\cos 2x = -\cos x \Rightarrow \cos 2x = \cos(\pi - x) \quad \text{راه دوم:}$$

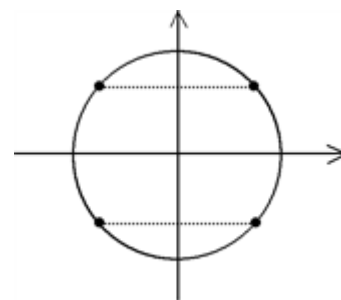
$$\left\{ \begin{array}{l} 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 3x - 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = 2k\pi - \pi \end{array} \right\} \cup \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۷

$$\frac{11\pi}{12} = \pi - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{\text{کسر مورد نظر}} A = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) - \cos\frac{\pi}{12}}{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + \cos\frac{\pi}{12}} \Rightarrow A < 0$$

$$A^2 = \frac{\sin^2\frac{\pi}{12} + \cos^2\frac{\pi}{12} - 2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}}{\sin^2\frac{\pi}{12} + \cos^2\frac{\pi}{12} + 2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}} = \frac{1 - \sin\frac{\pi}{6}}{1 + \sin\frac{\pi}{6}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow A = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$T = \frac{\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

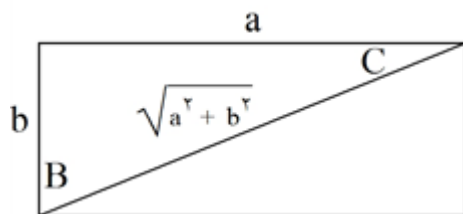
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دوره تناوب  $2f(2x)$  - نصف دوره تناوب  $f(x)$  است. ۸۸گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۹

$$2(1 - \sin^2 x) = \sin x + 1 \Rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۰

$$\tan B = \frac{a}{b}$$

$$\tan C = \frac{b}{a}$$



$$\sqrt{ab} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow a^2 + b^2 = 2ab \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2 = 4ab \Rightarrow a+b = \sqrt{4ab} \\ (a-b)^2 = 2ab \Rightarrow a-b = \sqrt{2ab} \\ \sqrt{4ab} \times \sqrt{2ab} = 2\sqrt{2ab} \end{cases}$$

$$\tan(B - C) = \frac{\tan B - \tan C}{1 + \tan B \tan C} = \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{1 + \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{ab}}{1 + 1} = \frac{(a-b)(a+b)}{2ab}$$

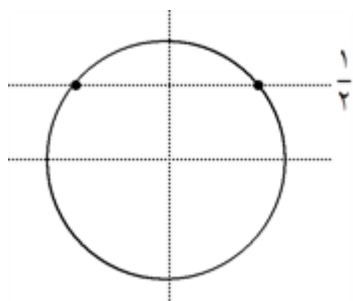
$$= \frac{\frac{\sqrt{4ab} \times \sqrt{2ab}}{ab}}{\frac{2\sqrt{2ab}}{ab}} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۱

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} - \sin \frac{2x}{a} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{2}{a}\right|} = |a|\pi = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \Rightarrow |a| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$y = \cos ax \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 2\sqrt{2}\pi$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۲

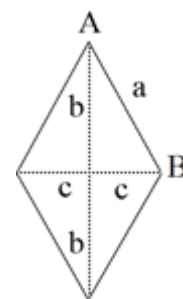


$$\cos 2x = 3 \sin x - 1 \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x = 3 \sin x - 1$$

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = \begin{cases} -2 & \text{غ ق} \\ \frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۳



$$a^2 = \sqrt{2b \times 2c} \Rightarrow a^2 = 2bc$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 - 2bc = 0 \Rightarrow \left(\frac{b}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{b}{c}\right) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{\tan \frac{A}{2} - \tan \frac{B}{2}}{1 + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{c}{b} = 2 + \sqrt{3} \quad \tan \frac{B}{2} = \frac{b}{c} = 2 - \sqrt{3}$$

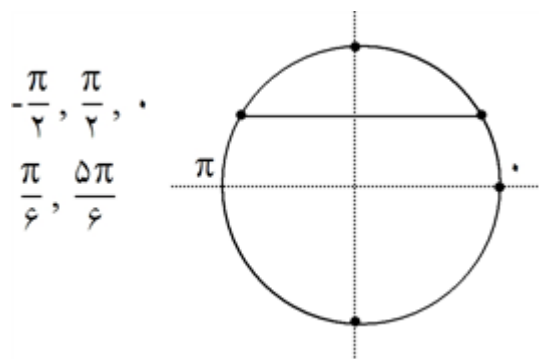
$$\Rightarrow \tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{(2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})}{1 + 1} = \sqrt{3}$$

$$y = 1 + \sin ax \xrightarrow{a < 0} T = \frac{2\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۴

$$y = 2 \cos\left(\frac{x}{a}\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{a}\right|} = |a|(2\pi) = 4\pi$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۵



$$2 \sin x \cos x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$$

$$\Rightarrow 2 \sin x \cos x (1 - 2 \sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x (1 - 2 \sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ 1 - 2 \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۶

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \Rightarrow -\operatorname{tg}(2x) = -\sin 2x \Rightarrow \operatorname{tg}(2x) = \frac{2 \operatorname{tg}(2x)}{1 + \operatorname{tg}^2 2x}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{cases} \operatorname{tg}(2x) = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ \text{یا} \\ 1 + \operatorname{tg}^2 2x = 2 \Rightarrow \operatorname{tg}^2 2x = 1 \Rightarrow 2x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8} \end{cases} \right\}$$

$$\xrightarrow{-\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{8}} \left. \begin{cases} x_1 = -\frac{\pi}{8} \\ x_2 = \frac{\pi}{8} \end{cases} \right\} \Rightarrow \alpha = x_2 - x_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} = \cos(2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۷

$$\sin 2\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha \Rightarrow y = a \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi}{2} - 2bx \right) \right) + c$$

$$\Rightarrow y = -\frac{a}{2} \sin(2bx) + \left( \frac{a}{2} + c \right)$$

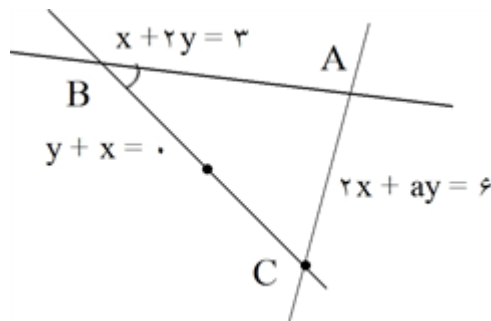
$$\left( -\frac{a}{2} \right) \cdot (2b) > \Rightarrow ab < 0 \quad \text{تابع در همسایگی صفر صعودی است. پس:}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{2} + c = \frac{-2+1}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} + c = -\frac{1}{2} \\ \left| -\frac{a}{2} \right| = \frac{1-(-2)}{2} \Rightarrow |a| = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} a = 3, c = -2 \\ \text{یا} \\ a = -3, c = 1 \end{aligned}$$

$$\frac{2\pi}{|2b|} = \frac{15\pi}{4} - \left( \frac{-5\pi}{4} \right) \Rightarrow |b| = \frac{1}{5}$$

$$ab = -3 \times \frac{1}{5} = -\frac{3}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز دایره‌ای که از رأس  $A, B, C$  می‌گذرد روی ضلع  $BC$  قرار دارد پس مثلث در رأس  $A$  قائم‌الزاویه است. ۹۸



$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow \left( -\frac{1}{2} \right) \left( -\frac{2}{a} \right) = -1 \Rightarrow a = -1$$

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ y + x = 0 \\ 2x - y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3, 0) \\ B(-3, 3) \\ C(2, -2) \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} AB = \sqrt{36 + 9} = 3\sqrt{5} \\ AC = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \operatorname{tg}(\widehat{B}) = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{3} \\ \operatorname{tg}(\widehat{C}) = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg}(B - C) = \frac{\operatorname{tg} B - \operatorname{tg} C}{1 + \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} - 3}{1 + 1} = -\frac{4}{3} \Rightarrow \operatorname{Cotg}(B - C) = -\frac{3}{4}$$

$$\sin \left( \frac{\pi + 4x}{2} \right) \Rightarrow \sin \left( \frac{\pi}{2} + 2x \right) = \cos 2x$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۹

$$\cos \left( \frac{\pi + 8x}{2} \right) \Rightarrow \cos \left( \frac{\pi}{2} + 4x \right) = -\sin 4x$$

$$\Rightarrow \sin 4x = \cos 2x \Rightarrow 2 \sin 2x \cdot \cos 2x = \cos 2x \xrightarrow{\cos 2x \neq 0} \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{[0, \pi]} 2x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \operatorname{tg} 2\alpha = -\sqrt{3}$$

$$\frac{\pi}{b} = \frac{9\pi}{20} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow b = 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

$$\left. \begin{aligned} a + c = 1 \\ 0 + c = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} a = 3 \\ c = -2 \end{aligned}$$

$$ab = 15$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز روی BC قرار دارد، پس  $\widehat{A} = 90^\circ$  (۱۰۱)

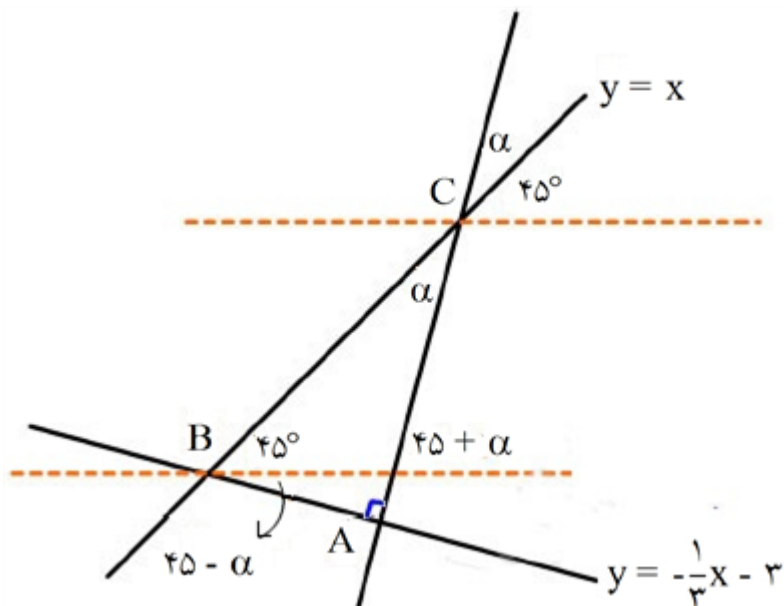
$$\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) = 3 \Rightarrow \operatorname{tg}(90^\circ + 2\alpha)$$

$$\frac{2 \times 3}{1 - 3^2} = -\frac{3}{4} \Rightarrow -\operatorname{Cotg} 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \operatorname{Cotg} 2\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\widehat{B} - \widehat{C} = 90^\circ - \alpha - \alpha = 90^\circ - 2\alpha$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}(\widehat{B} - \widehat{C}) = \operatorname{Cotg} 2\alpha = \frac{3}{4}$$



$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۲)

$$\operatorname{tg} 2x = \operatorname{Cotg} x \Rightarrow \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{-\pi \leq x \leq \pi} k = \underbrace{-3, -2, -1, 0, 1, 2}_6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۳)

$$T = \frac{\pi}{2}; T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = 4$$

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c = 1 \\ y_{\min} = -|a| + c = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{3}{4}; bc = 4 \times \frac{3}{4} \Rightarrow bc = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۰۴)

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x} \Rightarrow \cos^2 x = (1 + \sin x)^2 \Rightarrow (1 - \sin^2 x) = (1 + \sin x)^2$$

$$\Rightarrow (1 - \sin x) \cancel{(1 + \sin x)} = \cancel{(1 + \sin x)} (1 + \sin x) \Rightarrow 1 - \sin x = 1 + \sin x \Rightarrow 2 \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow \text{اختلاف} = \pi - 0 = \pi$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۰۵)

$$\underbrace{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}_{\alpha} \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1 \Rightarrow \cos^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \pm 1 \Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

این معادله در این فاصله ۲ جواب دارد.

$$x - \frac{\pi}{3} = k\pi \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 0 \leq x \leq 2\pi \end{array} \right\} x = \frac{\pi}{3}, x = \pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (نمودار در صفر می‌نیمد پس  $a < 0$ ) (۱۰۶)

$$\left. \begin{array}{l} |a| + c = 2/5 \\ -|a| + c = -0/5 \end{array} \right\} c = 1, |a| = 1/5$$

$$a = -1/5$$

$$ac = -1/5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۷)

$$\sin x + \cos x = \frac{6\sqrt{5}}{10} \xrightarrow{\text{به توان } 2} 1 + \sin 2x = 1/8 \Rightarrow \sin 2x = 0/8$$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{8}{10} \Rightarrow 5 \tan x = 2 + 2 \tan^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 x - 5 \tan x + 2 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \tan x = 2 \\ \tan x = \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad \text{فقط } \frac{1}{2} \text{ در گزینه‌ها موجود است.}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۸)

$$8 \cos x = 1 + \tan^2 x \Rightarrow 8 \cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 8 \cos^3 x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} \\ \text{یا} \\ x = 2\pi - \frac{\pi}{3} \end{array} \right.$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۹)

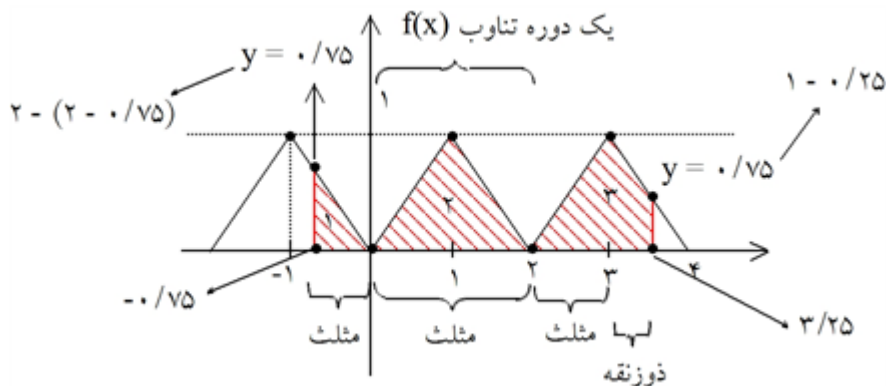
$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2} \quad \text{گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱۰)}$$

پس کمان موردنظر در ربع اول است در این بازه تانژانت مثبت است.

$$\frac{1-m}{2+m} > 0 \Rightarrow -2 < m < 1 \quad \text{پس:}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱۱)



$$S = \underbrace{\left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{2}}_{S_1} + \underbrace{\frac{1 \times 1}{2}}_{S_2} + \underbrace{\frac{1 \times 1}{2}}_{S_3} + \underbrace{\frac{\left(1 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{4}}{2}}_{S_4} = \frac{1}{32} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{7}{32} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۱۲)

$$5 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = -2 \Rightarrow 5 \sin^2 x + 2 \cos^2 x + 2 = 0$$

$5 \sin^2 x$  و  $2 \cos^2 x + 2$  توابعی نامنفی‌اند پس باید هم زمان صفر باشند تا مجموع صفر گردد لذا

$$5 \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = -\pi, 0, \pi$$

از این سه مقدار فقط دو مقدار  $-\pi, \pi$  عبارت  $2 \cos^2 x + 2$  را صفر می‌کند پس معادله ۲ جواب دارد

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۳)

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - (-\sin(\pi - \alpha))}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|} = \frac{\cos \alpha + \sin(\pi - \alpha)}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ (ربع ۴)}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{-\sqrt{5}}{2} = \frac{\frac{-\sqrt{5}}{3} + \frac{2}{3}}{\left|+\frac{5}{4} - 1\right|} = \frac{\frac{2-\sqrt{5}}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{4(2-\sqrt{5})}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱۴

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = f(15^\circ) = 32 \times \cos^2(15^\circ) \cos^2(30^\circ) \cos^2(60^\circ) \cos^2(120^\circ) \cos^2(240^\circ)$$

$$\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ$$

$$\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ$$

$$= 32 \times \cos^2(15^\circ) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{-1}{2}\right) \times \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{3}{8} \cos^2(15^\circ)$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos 30^\circ = 2 \cos^2 15^\circ - 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cos^2 15^\circ - 1$$

$$\cos^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3} + 2}{4} \Rightarrow \frac{3}{8} \times \frac{\sqrt{3} + 2}{4} = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{32} = \frac{6 + \sqrt{27}}{32}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۱۵

در صورت سؤال مطرح شده رأس مثلث متساوی الساقین کدام است.

فرض کنیم در این جا  $AB = AC = ۶$  باشد. در این صورت ارتفاع  $AH$  میانه هم هست پس  $BH = CH$ .در مثلث های قائم الزاویه  $ABH$  و  $BCH$  چون  $\widehat{B} = ۷۵^\circ$  پس  $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 = ۱۵^\circ$  بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 = ۱۵^\circ \\ \widehat{H} = \widehat{H}' = ۹۰^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABH \sim \triangle OCH \Rightarrow \frac{OH}{BH} = \frac{OC}{AB} \quad (۱)$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 ۱۵^\circ = \frac{1 - \cos ۳۰^\circ}{2} \Rightarrow \sin ۱۵^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2 ۱۵^\circ = \frac{1 + \cos ۳۰^\circ}{2} \Rightarrow \cos ۱۵^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

$$\tan ۱۵^\circ = \frac{\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = ۲ - \sqrt{3}$$

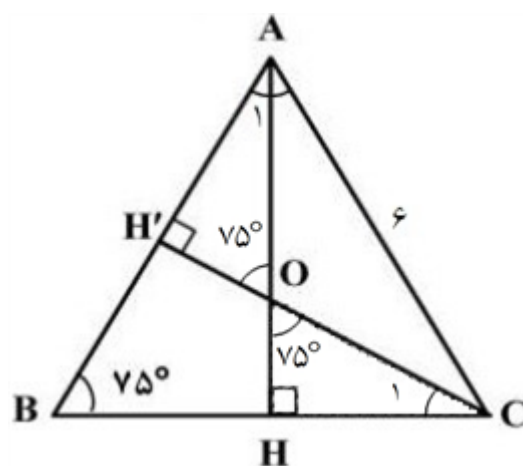
$$\triangle OHC : \operatorname{tg} \widehat{C}_1 = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{\widehat{C}_1 = ۱۵^\circ} \operatorname{tg} ۱۵^\circ = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{CH=BH} \operatorname{tg} ۱۵^\circ = \frac{OH}{BH} \quad (۲)$$

$$۱, ۲ \text{ از } \Rightarrow \frac{OC}{AB} = \operatorname{tg} ۱۵^\circ \xrightarrow{AB=۶} OC = ۶ \operatorname{tg} ۱۵^\circ \Rightarrow OC = ۶(۲ - \sqrt{3})$$

در مثلث قائم الزاویه  $OHC$  چون یک زاویه ی حاده  $۱۵^\circ$  است پس ارتفاع وارد بر  $OC$  مساوی  $\frac{1}{۴}$  آن است.

$$S_{OHC} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} OC \right) (OC) = \frac{1}{8} OC^2 = \frac{1}{8} (۳۶(۲ - \sqrt{3})^2) = \frac{9}{2} (۷ - ۴\sqrt{3})$$

$$= \frac{9(۷ - ۴\sqrt{3})(۷ + ۴\sqrt{3})}{2(۷ + ۴\sqrt{3})} = \frac{9}{2(۷ + ۴\sqrt{3})}$$



$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۱۶

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x = -\sin^2 x \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow -\sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Rightarrow -\sin^2 x (\cos^2 x + 1) = 0$$

$$\sin^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow$$

k	۰	۱	۲
x	۰	$\pi$	$2\pi$

$$\cos^2 x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

k	۰	۱	۲
x	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{5\pi}{2}$

در مجموع ۵ ریشه در بازه  $[0, 2\pi]$  وجود دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱۷

$$\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\cotg(2\alpha)} = \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cotg 2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\frac{2}{2}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{2}{2}}{\frac{25}{16}} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{1}{\cotg 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\frac{2}{2}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{2}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{-1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{-4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cotg 2\alpha} = \frac{\frac{24}{25} - \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{24+20}{25}}{\frac{7}{24}} = \frac{1056}{175}$$

$$4 \sin(3x) \cos(3x) = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۸)

$$2 \sin(6x) = 1 \Rightarrow \sin(6x) = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{36} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{36} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{13\pi}{36} \end{cases} \\ 6x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{36} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{17\pi}{36} \end{cases} \end{array} \right.$$

این معادله در بازه  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  دارای ۴ جواب است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۱۹)

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 \left( \frac{\pi}{12} \right) = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\frac{1}{16} \sin 48x$$

$$\frac{1}{8} \sin 24x$$

$$\frac{1}{4} \sin 12x$$

$$\frac{1}{2} \sin 6x$$

$$f(x) = \frac{16(\sin 3x \cos 3x \cos 6x \cos 12x \cos 24x)^2}{\sin^2 3x}$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{16} \sin^2(48x)}{\sin^2(3x)} = \frac{1}{16} \frac{\sin^2\left(\frac{4\pi}{3}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right)} = \frac{1}{16} \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} = \frac{3}{16} (2 + \sqrt{3}) = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۰)

$$T = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2 \Rightarrow \text{گزینه ۳ و ۴ غلط}$$

$$\begin{cases} \max : |a| + c = 1 \\ \min : -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow \text{گزینه ۲ غلط}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۱)

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \Rightarrow (1) 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$(2) 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k + 1)\pi$$

$$(1) \cup (2) = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۲)

$$T = \frac{9\pi}{2} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 6\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{3}$$

$$\min = -3 \Rightarrow -|a| + c = -3 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 2$$

$$\max = 1 \Rightarrow |a| + c = 1$$

چون نمودار تابع سینوس باضریب منفی است. (نمودار رو به پایین است.) بنابراین  $a = -2$  و  $b = \frac{1}{3}$

$$b = \frac{1}{3}, a = -2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -6 \quad \text{می باشد.}$$

البته می توان  $a = 2, b = -\frac{1}{3}$  در نظر گرفت که جواب نهایی باز هم  $-6$  می شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۲۳)

$$\cos 2x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos 2x = -\cos x \Rightarrow \cos(2x) = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad \checkmark \\ \text{یا} \\ 2x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

چون  $\cos\left(k\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 0$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲۴)

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{8\pi + \pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{6\pi - \pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\operatorname{Cotg} \alpha$$

$$\cos \alpha(-\sin \alpha) + \operatorname{Cotg} \alpha = -\frac{1}{2}\sin 2\alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{1}{2} \times \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{2 \times \frac{4}{3}}{1 + \frac{16}{9}} + \frac{3}{4} = \frac{27}{100}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۵)

$$2 \sin x \cos x + \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(2 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

$$2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}, x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 5\pi$$

در اینجا نیازی برای به دست آوردن جواب‌های کلی معادله‌ی مثلثاتی نیست، فقط کافی است جواب‌ها را در فاصله‌ی داده شده، مشخص کنیم.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. روش اول: (۱۲۶)

$$\cos 3x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\cos x \Rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow 3x = 2k\pi \pm (\pi - x) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \text{ ق ق} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

نکته:  $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$  غیر قابل قبول است زیرا به‌ازای آن  $\cos x = 0$  می‌شود که در صورت سؤال گفته شده ( $\cos x \neq 0$ )

$$** \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x \quad \text{روش دوم:}$$

$$\cos 3x + \cos x = 0 \Rightarrow 4 \cos^3 x - 3 \cos x + \cos x = 0 \Rightarrow 4 \cos^3 x - 2 \cos x = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos x(2 \cos^2 x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \text{ غ ق} \\ 2 \cos^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{\pm\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲۷)

$$\begin{aligned} \tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1 &\Rightarrow \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} - \frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} = 1 \Rightarrow \frac{\sin^2 \left(\frac{x}{2}\right) - \cos^2 \left(\frac{x}{2}\right)}{\sin \left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos \left(\frac{x}{2}\right)} = 1 \\ &\Rightarrow \frac{-\cos x}{\frac{1}{2} \sin x} = 1 \Rightarrow -\cot x = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan x = -2 \\ \tan 2x &= \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2(-2)}{1 - (-2)^2} = \frac{-4}{1 - 4} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۸)

$$\begin{aligned} \frac{\sin 3x}{\cos \left(\frac{2\pi}{3} + x\right)} = 1 &\Rightarrow \frac{\sin 3x}{\sin x} \Rightarrow \sin 3x = \sin x \\ 3x = 2k\pi + x &\Rightarrow x = k\pi \quad \text{غ ق ق} \\ 3x = 2k\pi + \pi - x &\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

دقت شود  $\sin x$  در مخرج کسر قرار دارد و ریشه‌های  $\sin x$  جزء دامنه نمی‌باشد. پس  $x = k\pi$  باید از مجموعه جواب

$$\text{حذف شود، یعنی جواب کلی معادله برابر است با: } x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار رسم شده متوجه می‌شویم دوره‌ی تناوب تابع ۶ می‌باشد و می‌دانیم دوره‌ی

تناوب تابع  $y = a \sin bx$  از رابطه‌ی  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  به دست می‌آید. پس داریم:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|\pi} = 6 \Rightarrow \frac{1}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

از طرفی در تابع  $y = a \sin bx$  ماکزیمم تابع برابر  $|a|$  است. چون در حاصل ماکزیمم برابر ۲ است. پس:

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

یکسان باشند. یعنی برای  $a$  و  $b$  دو حالت ایجاد می‌شود.

$$a = 2, b = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = \frac{7}{3}$$

$$a = -2, b = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -2 \sin \left(\frac{-\pi x}{3}\right) = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{7}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۳۰)

$$\begin{aligned} 2 \tan x \cos^2 x = 1 &\Rightarrow 2 \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos^2 x = 1 \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 1 \\ \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} &\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۳۱)

$$\begin{aligned} \cos^2 x + 3 \sin \left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2 = 0 &\Rightarrow \cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0 \xrightarrow{\cos x = t} \\ t^2 + 3t + 2 = 0 &\Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi \\ \cos x = -2 \quad \text{غ ق ق} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{fog}(x) &= f(g(x)) = \sin^2 x - \sqrt{\sin^2 x} = \sin^2 x - \sin x \\ &= \sin^2 x (\sin^2 x - 1) = -\sin^2 x \cos^2 x = -\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 = -\frac{1}{4} \sin^2 2x \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۲

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = (4k+1) \frac{\pi}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۳

$$-\pi \leq (4k+1) \frac{\pi}{8} \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow -8 \leq 4k+1 \leq 12 \Rightarrow -2/25 \leq k \leq 2/75 \Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۴

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{k[2^+] - 2}{2^+ - 2} = \frac{2k-2}{0^+} = +\infty \Rightarrow 2k-2 > 0 \Rightarrow k > 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{k[2^-] - 2}{2^- - 2} = \frac{k-2}{0^-} = +\infty \Rightarrow k-2 < 0 \Rightarrow k < 2$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$1 < k < 2 \Rightarrow \pi < k\pi < 2\pi \Rightarrow \sin k\pi < 0$$

پس نقاطی به فرم  $(k\pi, \sin k\pi)$  دارای طول مثبت و عرض منفی هستند، یعنی در ناحیه چهارم قرار دارند.گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۵

$$\left. \begin{aligned} \forall x - 9 < 5 &\Rightarrow x < 2 \\ 5 < 2x + 1 &\Rightarrow x > \frac{4}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{4}{2} < x < 2 \Rightarrow a = \frac{4}{2}, b = 2 \Rightarrow ab = \frac{8}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۳۶

$$\left. \begin{aligned} x \rightarrow (-1)^+ : \frac{1-k[(-1)^+]}{0^+} = -\infty \rightarrow \frac{1+k}{0^+} = -\infty \rightarrow 1+k > 0 \Rightarrow k > -1 \\ x \rightarrow (-1)^- : \frac{1-k[(-1)^-]}{0^-} = -\infty \rightarrow \frac{1+2k}{0^-} = -\infty \rightarrow 1+2k < 0 \Rightarrow k < -\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$-1 < k < -\frac{1}{2} \Rightarrow -\pi < k\pi < -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \cos(k\pi) < 0 \\ k\pi < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{نقطه در ناحیه سوم قرار دارد.}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۷

$$\begin{cases} a+b=4 \\ 4b-a=4 \end{cases} \xrightarrow{+} 5b=8 \Rightarrow b=\frac{8}{5} \Rightarrow a=4-\frac{8}{5}=\frac{12}{5} \Rightarrow b-a=-\frac{4}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۸

$$x \rightarrow (-2\pi)^+ : \frac{4-2k}{0^+} = +\infty \Rightarrow k < 2$$

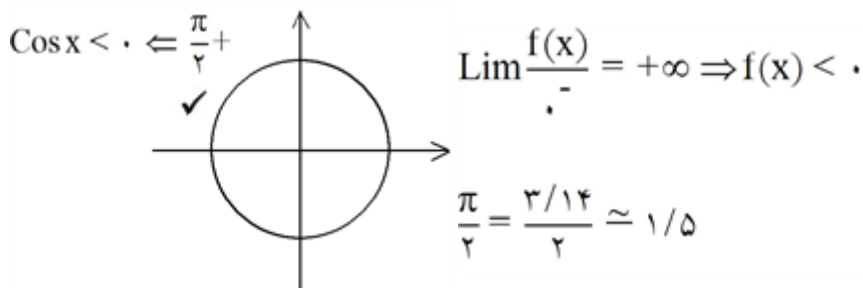
$$x \rightarrow (-2\pi)^- : \frac{4-2k}{0^-} = +\infty \Rightarrow \frac{4}{3} < k$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} < k < 2 \Rightarrow -2 < -k < -\frac{4}{3} \Rightarrow [-k] = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۹

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow r = f(-2) = -22 + 240 - 2a + 5 = 0 \Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -1/5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۰



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۱

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = \frac{f(x)}{0^+} = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \text{عدد منفی}$$

گزینه ۱  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \left[ \frac{2x}{\pi} \right] - 1 = 0$

گزینه ۲  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \left[ \frac{x}{\pi} \right] + 1 = 1$

گزینه ۳  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \left[ \frac{x}{\pi} \right] + 2 = 3$

گزینه ۴  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \left[ \frac{2x}{\pi} \right] - 3 = 2 - 3 = -1$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۲

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3[-x]}{1 - 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a - 3}{1 - 2x} = -\infty \Rightarrow a - 3 > 0 \Rightarrow a > 3 \Rightarrow 0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{3} \Rightarrow -1 < \frac{1}{a} - 1 < -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} < \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} - 1 \right) < -\frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{a} - x = \left( \frac{1}{a} - 1 \right) x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[ \frac{x}{a} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} (-1) = -1$$

فرض  $a = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[ \frac{x}{a} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[ \frac{x}{4} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[ -\frac{3x}{4} \right] = \left[ -\frac{3}{8} \right] = -1$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۳

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{|f(x)|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\text{شیب خط } g}{|\text{شیب خط } f|} = \frac{2}{-\frac{2}{3}} = -3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۴

$a + b = 0 \Rightarrow a = -b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b(\sqrt{2 - \sqrt{x}} - 1)}{-bx + b} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - \sqrt{x}} - 1}{1 - x} \xrightarrow{\sqrt{x}=t}$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-t} - 1}{1-t^2} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{1-t}{(1-t)(1+t)(\sqrt{2-t}+1)} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

$$\lambda a - b = 0 \Rightarrow b = \lambda a \Rightarrow a = \frac{b}{\lambda}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴۵

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{2 + \sqrt{x}} - 2}{\frac{x}{8} - 1} \times \frac{\sqrt{2 + \sqrt{x}} + 2}{2 + 2} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x} - 2}{\frac{x}{2} - 4} \times \frac{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 2^2}{4 + 4 + 4} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{6x - 48} = \frac{1}{6}$$

تذکر: سؤال با قاعده هوییتال نیز قابل حل است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-3x|}{\frac{2}{3}x} = \frac{-3x}{\frac{2}{3}x} = -4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۷

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |x|}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - x}{x} = a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{x + 2} \times \frac{2x - \sqrt{x^2 + 12}}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x^2 - 4)}{4x^2 - x^2 - 12} \times \frac{1}{-4 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x + 2)(x - 2)}{x + 2} \times \frac{1}{-8} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴۸

$$\begin{cases} p(x) = (x - 1)q(x) + 2 \\ p'(x) = (x^2 - 4)q'(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -3q(-2) + 2 \xrightarrow{P(-2)=0} q(-2) = \frac{2}{3} \\ P'(-2) = 0 \Rightarrow P(-2) = 0 \end{cases}$$

$$a \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۹

$$\text{مخرج کسر} = g(x) = \sqrt{3} \cos x - \sin x \Rightarrow \text{در همسایگی } \frac{\pi}{3} \text{ نزولی است} \Rightarrow x > \frac{\pi}{3} \Rightarrow g(x) < g\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

پس مخرج کسر منفی است.

$$\Rightarrow \text{صورت} > 0 : \sqrt{3} \frac{\pi}{3} + b > 0 \Rightarrow b > \frac{-\pi}{\sqrt{3}} = -1/\dots$$

b حداقل صحیح = -1

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۰

راه اول:

$$g(x) = \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)} = \frac{\frac{2x\sqrt{x}}{2x^2+x-1} - 1}{2(x-1)} = \frac{2x\sqrt{x} - 2x^2 - (x-1)}{2(x-1)(2x^2+x-1)} = \frac{-2x\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) - (x-1)}{2(x-1)(2x^2+x-1)}$$

$$= \frac{-2x\sqrt{x} \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} - (x-1)}{2(x-1)(2x^2+x-1)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \frac{\frac{-2}{1+1} - 1}{2(2+1-1)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

راه دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)} \stackrel{HOP}{\rightarrow} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f'(x)}{2} = f'(1) \Rightarrow \frac{1/5(2) - 5(1)}{(2)^2} = \frac{2-5}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + x + 1}}{x + 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۱

$$x \rightarrow -1^- \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow -1^+ \Rightarrow \left[ \frac{1}{x} \right] = -1$$

$$-f(-1) = -1 \times \sqrt{\frac{1}{4}(1) - 1 + 1} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۲

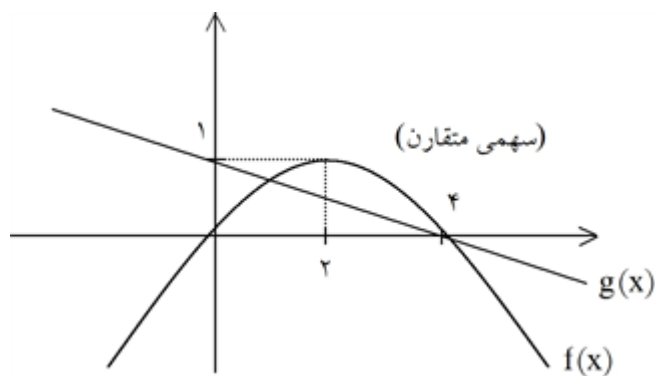
$$\lim_{x \rightarrow 1} (2-1) \times \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x-1} = 6 \Rightarrow \sqrt{ax^2 + bx + c} = 2(x-1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۳

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2 + 4 + 2x)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۱۵۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$= \lim_{x \rightarrow 4^-} \underbrace{\frac{f(x)}{4-x}}_{\div} + \lim_{x \rightarrow 4^-} \underbrace{\frac{g(x)}{4-x}}_{\div}$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} -f'(4) - g'(4)$$

$$(\cdot, 1), (4, \cdot) \Rightarrow g(x) : y - \cdot = \frac{\cdot - 1}{4 - \cdot}(x - 4) \Rightarrow y = \frac{-1}{4}(x - 4) \Rightarrow g(x) = \frac{-1}{4}x + 1$$

$$x_1 = \cdot, x_2 = 4 \Rightarrow f(x) = ax(x - 4) \xrightarrow{(2,1)} f(x) = \frac{-1}{4}x(x - 4) \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{4}x^2 + x$$

$$g'(x) = \frac{-1}{4}, f'(x) = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$-f'(4) - g'(4) = -(-1) - \left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{5}{4}$$

۱۵۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + |x| - x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{x} = -1$$

۱۵۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید  $\sqrt{x}$  را در کل رادیکال‌ها ضرب کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x+1} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}} = \sqrt{1+1} - \sqrt{0-0} = \sqrt{2}$$

۱۵۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^2 + 7x^2 - 2} = 2 \Rightarrow n = 3, a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^2 + 7x^2 - 2} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{12x^2 - 12x}{6x^2 + 14x} = \frac{3-6}{\frac{3}{2}+7} = \frac{-3}{\frac{17}{2}} = \frac{-6}{17}$$

$$p(4) = 3$$

۱۵۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$p(-2) = 1$$

$$\xrightarrow{x=2} p(2) + 4p(-2) = p(4) + 4p(-2) = 3 + 4 = 7$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۹

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12} = \frac{1}{6} \xrightarrow{n=1} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{4x} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{a - \frac{2x}{3\sqrt{(x^2-1)^2}}}{4} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{\frac{2}{3} - \frac{6}{12}}{4} = \frac{\frac{1}{6}}{4} = \frac{1}{24}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۰

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{[-2^-] + 3}{-2^- + 2} = \frac{-3 + 3}{0^-} = \frac{0}{0^-} = 0$$

$$P(1) = 0, P(-1) = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم: ۱۶۱

$$\xrightarrow{x=2} q(2) = P(2-1) + P(1-2) = P(1) + P(-1) = 0 + 0 = 0$$

پس:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۲

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + x}}{x} \xrightarrow{\text{پرتوان}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |2x|}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - (-2x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x} = 3 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۳

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + 2\left(-\frac{1}{2}\right)^-} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{0^-} = -\infty$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۴

روش اول:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16} &\times \frac{4 + 2\sqrt{3x+2} + \sqrt{(3x+2)^2}}{4 + 2\sqrt{3x+2} + \sqrt{(3x+2)^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}(\Delta x - 8)}{\cancel{(x-2)}(\Delta x - 8) \left(4 + 2\sqrt{3x+2} + \sqrt{(3x+2)^2}\right)} = \frac{-3}{2(12)} = -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

روش دوم: در این روش از هوییتال استفاده می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}}{10x - 18} = \frac{-3}{2 \times 4} = -\frac{1}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۵

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 - x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 - x^2 + x}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x^2 - x - 2)}{(x-1)(x+1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x+1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x-2)}{x-1} = \frac{3}{-2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۶

$$2a + b = 0$$

چون حد صورت صفر می‌شود و حد ممتاهی است باید حد مخرج نیز صفر شود:

با استفاده از قاعده هوییتال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \frac{2}{2\sqrt{2x-2}}}{a} = \frac{1 - \frac{2}{2}}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۷

$$x^2 + (a-1)x^2 + (4-a)x - 4 = x^2 - x^2 + ax^2 - ax + 4x - 4 =$$

$$= x^2(x-1) + ax(x-1) + 4(x-1) = (x-1)(x^2 + ax + 4)$$

این معادله همواره دارای یک ریشه‌ی مثبت  $x = 1$  است، پس عبارت درجه دوم باید دوریسه مثبت متمایز و مخالف یک داشته باشد یعنی:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 16 > 0 \\ s > 0 \Rightarrow -a > 0 \Rightarrow a < 0 \\ p > 0 \Rightarrow 4 > 0 \\ 1 + a + 4 \neq 0 \end{array} \right\} a < -4 \text{ و } a \neq -5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۸

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + |x|}{ax^n} \xrightarrow{n=1} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{ax} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \frac{3}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -6$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{-6x - 6} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 + \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x}}}{-6} = \frac{2 - \frac{5}{4}}{-6} = \frac{\frac{3}{4}}{-6} = -\frac{1}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۹

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{\sqrt{(x-2)^2}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{x-2} = \frac{0}{0}$$

برای  $x \rightarrow 2^+$  داریم:  $|x-2| = x-2$  برای رفع ابهام بهتر است از قاعده‌ی هوییتال استفاده کنیم: (در این روش از صورت و مخرج کسر به‌طور مستقل مشتق گرفته و سپس حاصل حد را محاسبه می‌کنیم).

$$\text{Hop: } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+6}}}{1} = -\frac{1}{12}$$

روش دوم: برای رفع ابهام استفاده از اتحاد  $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$  می‌باشد.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{x-2} & \times \frac{4 + 2\sqrt{x+6} + \sqrt{(x+6)^2}}{4 + 2\sqrt{x+6} + \sqrt{(x+6)^2}} \\ & = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2-x}{(x-2)(4 + 2\sqrt{x+6} + \sqrt{(x+6)^2})} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-1}{4 + 2\sqrt{x+6} + \sqrt{(x+6)^2}} = -\frac{1}{12} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷۰

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{-\frac{1}{2\sqrt{5-x}}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = -2$$

روش دوم: صورت و مخرج عبارت مبهم  $\frac{0}{0}$  را یک‌بار در مزدوج صورت و بار دیگر در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم. داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}} & \times \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \times \frac{2 + \sqrt{5-x}}{2 + \sqrt{5-x}} \\ & = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(1-x)}(2 + \sqrt{5-x})}{\underbrace{(4 - (5-x))}_{-(1-x)}(1 + \sqrt{x})} = \frac{2 + \sqrt{4}}{-(1 + \sqrt{1})} = \frac{4}{-2} = -2 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷۱

مشخص کرده و سپس با توجه به درجه‌ی جمله‌ی پرتوان صورت و مخرج، جواب حد را مشخص کنیم. داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + \sqrt{x}} & \quad (\text{پرتوان}) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2}}{3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2|x|}{3x} \\ \xrightarrow{x > 0} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2x}{3x} & = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{3x} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x}$  دارای ابهام  $\frac{0}{0}$  است. برای رفع ابهام از روش هوییتال بهره می‌گیریم. ۱۷۲

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 + \frac{-1}{2\sqrt{3-x}}}{2x + 1} = \frac{2 + \frac{-1}{2\sqrt{4}}}{2(-1) + 1} = \frac{2 - \frac{1}{4}}{-1} = \frac{\frac{7}{4}}{-1} = -\frac{7}{4}$$

داریم:

توجه کنید که با ضرب صورت و مخرج کسر در  $2x - \sqrt{3-x}$  نیز می‌توانستیم اقدام به رفع ابهام کنیم ولی روش طولانی‌تری بود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای رفع ابهام  $\frac{0}{0}$  می‌توانیم صورت و مخرج کسر را در مزدوج عبارت صورت کسر ضرب کنیم. ۱۷۳

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \sqrt{\cos x})(1 + \sqrt{\cos x})}{\sin^2 x (1 + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(1 - \cos^2 x)(1 + \sqrt{\cos x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{(1 - \cos x)}}{\cancel{(1 - \cos x)} (1 + \cos x)(1 + \sqrt{\cos x})} = \frac{1}{(1+1)(1+\sqrt{1})} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

روش دوم: می‌دانیم در اطراف صفر،  $\sqrt[n]{1+u} \sim \left(1 + \frac{u}{n}\right)$  و نیز  $\cos x \sim \left(1 - \frac{x^2}{2}\right)$  و هم چنین  $\sin x \sim x$  بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{1} - \left(\cancel{1} - \frac{x^2}{4}\right)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^2}{4}}{x^2} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $\left[2^-\right] = 1$  ۱۷۴

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x^2-2x} + \frac{2(1)}{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x(x-2)} - \frac{2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2-2x}{x(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۷۵

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{3} \Rightarrow n = 2, \frac{a}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x} \Rightarrow f(-1) = \frac{2+3+1}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷۶

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{x^2 + 6x}}{ax - 2} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - |x|}{ax} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + x}{ax} = 2 \Rightarrow \frac{3}{a} = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4x^2 - x^2 - 6x)}{(x-2)(2x + \sqrt{x^2 + 6x})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x \cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)} (2x + \sqrt{x^2 + 6x})} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۷۷)

$$A(x, f(x)) \Rightarrow m_{OA} = f'(x) \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = f'(x)$$

$$\Rightarrow f(x) = x f'(x) \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{-2x^2 + x + 1} = x \left( \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(-2x^2 + x + 1) - \sqrt{x}(-4x + 1)}{(-2x^2 + x + 1)^2} \right)$$

$$\times \sqrt{x} \rightarrow \frac{x}{1} = \frac{x \left( -x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + 4x^2 - x \right)}{-2x^2 + x + 1} \Rightarrow -2x^2 + x + 1 = 3x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow 5x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$$

$$10x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = -\frac{1}{5} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۷۸)

$$\text{مماس یعنی هم مقدار و هم مشتق برابر دارند} \quad \begin{aligned} f(3) &= -3a - 5 \\ f'(3) &= -a \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -a + 3a + 5 = 2 \Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-3 \times \frac{-3}{2} - 5}{\frac{3}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۷۹)

$$f(x) = 8x^{\frac{5}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = 20x^{\frac{3}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{f(\alpha) - 0}{\alpha - 0} = f'(\alpha) \Rightarrow 8\alpha^{\frac{5}{2}} + 6\alpha^{\frac{1}{2}} = 20\alpha^{\frac{3}{2}} + 3\alpha^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow 3\alpha^{\frac{1}{2}} = 12\alpha^{\frac{5}{2}} \Rightarrow 1 = 4\alpha^2 \xrightarrow{\alpha > 0} \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\text{خط شیب} = f'(\alpha) = f'\left(\frac{1}{2}\right) = 20 \times \frac{1}{2\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۸۰)

$$\left. \begin{aligned} f(2) = 0 &\Rightarrow 8 + 2a - b = 0 \Rightarrow 2a - b = -8 \\ f'(x) = 3x^2 + a &\Rightarrow f'(2) = 0 \Rightarrow a = -12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = -16 \Rightarrow b - a = -4$$

$$y = -ax + 2 \quad \text{گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۸۱)}$$

$$f(4) = -4a + 2 \xrightarrow{=} -5a + 2 = -1 \Rightarrow a = \frac{3}{5} = 0.6 \Rightarrow f'(4) = -a = -0.6$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{\left(1 - \frac{a}{3}\right) - (1 - a)}{2} = \frac{1}{3}a$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۸۲)

$$f'(x) = \frac{a}{x^2} \Rightarrow \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x^2 = 3 \\ 1 < x < 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله خط را می‌نویسیم: ۱۸۳

$$a = \frac{6 - (-12)}{2/5 - (-0/5)} = \frac{18}{2} = 9 \Rightarrow y = 9x - 9$$

$$6 = 9(2/5) + b \Rightarrow b = -9$$

خط بر منحنی مماس است  $\Leftrightarrow$  معادله تقاطع ریشه مضاعف دارد  $\Delta = 0$

$$\frac{a}{2x-1} = 9x-9 \Rightarrow 12x^2 - 24x + 9 - a = 0 \xrightarrow[\Delta=0]{b=-12} 12^2 - (12)(9-a) = 0$$

$$\Rightarrow 12(12-9+a) = 0 \Rightarrow 3+a = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(5) = \frac{-3}{2(5)-1} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸۴

$$f(x) = \sqrt{ax-1} \Rightarrow \text{شیب خط مماس } f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax-1}}$$

$$m = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3a = 2\sqrt{ax-1} \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \Rightarrow 3y = x + 4 \Rightarrow x + 4 = 2\sqrt{ax-1} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow x + 4 = 2\left(\frac{3a}{2}\right) = 3a \Rightarrow x = 3a - 4$$

$$2 \Rightarrow 3a - 4 + 4 = 2\sqrt{a(3a-4)-1} \Rightarrow 9a^2 - 16a - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{2}{9} \end{cases}$$

$$f(5) = \sqrt{2 \times 5 - 1} = \sqrt{9} = 3$$

راه دوم:

$$B(-1, 1) \Rightarrow \text{معادله خط مماس: } y = \frac{x+4}{3}$$

پس اگر خط مماس را با تابع قطع دهیم باید ریشه مضاعف داشته باشد:

$$\frac{x+4}{3} = \sqrt{ax-1} \Rightarrow x+4 = 3\sqrt{ax-1} \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 9ax - 9$$

$$x^2 + (8-9a)x + 25 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} \begin{cases} 8-9a = 10 \Rightarrow a = -\frac{2}{9} \\ 8-9a = -10 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \sqrt{2x-1} \Rightarrow f(5) = \sqrt{9} = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸۵

$$\frac{f(-1) - f(0)}{-1} = \frac{f'(-1) - f'(0)}{-1} = -11 \Rightarrow -\lambda a + 7 = 11 \Rightarrow -\lambda a = 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2(x^2+1)^2(2x)(ax+1) + a(x^2+1)^2 \xrightarrow{x=1} f'(1) = 8$$

$$7y - x = 5 \Rightarrow y = \frac{1}{7}(x + 5)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۸۶)

$$\frac{ax - 1}{3x + 1} = \frac{1}{v}(x + 5) \Rightarrow (3x + 1)(x + 5) = v(ax - 1) \Rightarrow 3x^2 + 16x + 5 = vax - v$$

$$\Rightarrow 3x^2 + x(16 - va) + 12 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} \Delta = (16 - va)^2 - (12)^2 = 0 \Rightarrow (16 - va) = \pm 12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 - va = 12 \Rightarrow a = \frac{4}{v} \Rightarrow \text{نقطه تماس: } A\left(-2, \frac{2}{v}\right) \in \text{ناحیه دوم} \\ 16 - va = -12 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow A(2, 1) \in \text{ناحیه اول} \end{cases}$$

$$g'(\sqrt[5]{3}) \cdot f'(g(\sqrt[5]{3})) = (\text{fog})'(\sqrt[5]{3})$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۸۷)

$$x = \sqrt[5]{3} > 0 \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{2x}}, g(x) = \frac{1}{2x^5}$$

$$(\text{fog})(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{2\left(\frac{1}{2x^5}\right)}} = -x \Rightarrow (\text{fog})'(x) = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۸۸)

$$g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2})) \Rightarrow (\text{fog})'(-\sqrt[3]{2})$$

$$D_g = (-\infty, 0) : g(x) = \frac{1}{2x^3} \xrightarrow{g<} f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2x^3} + \frac{1}{2x^3}}} = \sqrt{x} = x$$

$$\Rightarrow (\text{fog})'(x) = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۸۹)

$$f'(x) = \frac{1 \times \sqrt{2x+1} - \frac{2}{2\sqrt{2x+1}} \times x}{2x+1} \Rightarrow f'(4) = \frac{3 - \frac{4}{2}}{9} \Rightarrow f'(4) = \frac{5}{27}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۹۰)

$$y = vx - 2 \Rightarrow m = v \xrightarrow{m \times m' = -1} m' = -\frac{1}{v}; y' = \frac{-5(1+2x) - 2(1-5x)}{(1+2x)^2} = \frac{-7}{(1+2x)^2}$$

$$y'(x_0) = -\frac{1}{v} \Rightarrow \frac{-7}{(1+2x)^2} = -\frac{1}{v} \Rightarrow (1+2x)^2 = 49$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = 7 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow A(3, -2) \\ 2x+1 = -7 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow B(-4, -3) \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (-2 - (-3))^2} = \sqrt{50} \Rightarrow AB = 5\sqrt{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۹۱)

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\lambda + 1} = 3, \lim_{x \rightarrow 2^-} 4a + 2b \Rightarrow 4a + 2b = 3 \\ f'_{+}(2) = \frac{4}{2\sqrt{4(2)+1}} = \frac{2}{3}, f'_{-}(2) = 4a + b \Rightarrow 4a + b = \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} b = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

$$f(-1) = 5, f'(-1) = -\frac{1}{2} \quad \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.} \quad (192)$$

$$g(x) = \sqrt[3]{x}f(x) \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}f(x) + \sqrt[3]{x}f'(x) \Rightarrow g'(-1) = \frac{1}{3}f(-1) - f'(-1)$$

$$= \frac{1}{3}(5) - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{13}{6}$$

$$\left. \begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=b+2 \\ x=1 \Rightarrow y=\frac{a+1}{a+1}=1 \end{array} \right\} b+2=1 \Rightarrow b=-1 \quad \text{گزینه ۳ پاسخ صحیح است.} \quad (193)$$

$$y'(1) = 2 \Rightarrow \frac{1-a^2}{(a+1)^2} = 2 \Rightarrow \frac{1-a}{1+a} = 2 \Rightarrow a = \frac{-1}{3} \Rightarrow a-b = \frac{-1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (194)

$$\Leftarrow \text{نقطه مورد نظر} \left(1, \frac{2+m}{4}\right)$$

$$y'(1) = \frac{(2+m)(4) - (2+m)}{16} = \frac{3(2+m)}{16} = \frac{3}{4} \Rightarrow m=2$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{n}{4} = \frac{2+m}{4} \Rightarrow m-n=1 \xrightarrow{m=2} n=1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (195)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^2 = \frac{1}{27}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (196)

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 5x + b & x \leq 2 \\ 2ax + 5 & x > 2 \end{cases}$$

$$\text{شرط پیوستگی: } \cancel{4a} + 10 + b = \cancel{4a} + 5 \Rightarrow b = -5$$

$$\text{شرط مشتق های راست و چپ: } 2ax + 5 = 2a \Rightarrow 4a + 5 = 2a \Rightarrow 2a = -5 \Rightarrow a = \frac{-5}{2}$$

$$\Rightarrow -5 + \left(\frac{-5}{2}\right) = \frac{-15}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹۷

$$\left( \text{fog} \left( \frac{\sqrt{\delta^-}}{\delta} \right) \right)' = g' \left( \frac{\sqrt{\delta^-}}{\delta} \right) \times f' \left( g \left( \frac{\sqrt{\delta^-}}{\delta} \right) \right)$$

$$g(x) = (x^r - 1)^{-\frac{1}{r}} \Rightarrow g'(x) = \frac{-1}{r} (x^r - 1)^{-\frac{1}{r}} \times 2x$$

$$\Rightarrow g' \left( \frac{\sqrt{\delta^-}}{\delta} \right) = \frac{-1}{r} \times \underbrace{\left( \frac{\delta}{\delta} - 1 \right)^{-\frac{1}{r}}}_{r^{-\frac{1}{r}}} \times \sqrt{\delta} = \frac{-1}{r} \times 1 \times \sqrt{\delta} = -\frac{1}{r} \sqrt{\delta}$$

$$g \left( \frac{\sqrt{\delta^-}}{\delta} \right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\delta}{\delta} - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{1}{\delta} \right)^{-1}}} = \frac{1}{\left( \frac{1}{\delta} \right)^{-1}} = \delta$$

$$f'(\delta) \Rightarrow ((2x)^r)' = (2x^r)' = 2rx^{r-1} = 2r \times \delta = \frac{\cancel{24} \times \cancel{4} \times \cancel{4} \sqrt{\delta}}{\cancel{-48} \sqrt{\delta}} = 8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹۸

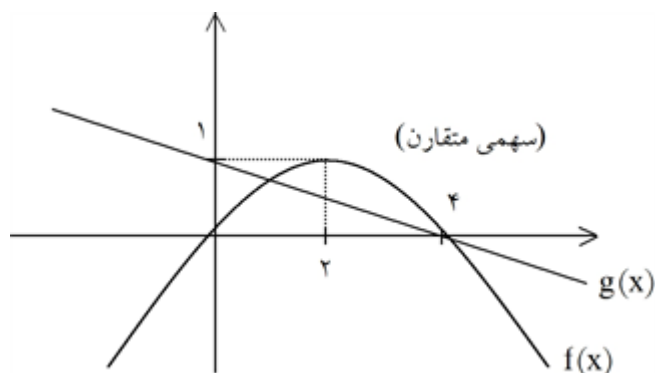
$$f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} \Rightarrow \sqrt{x}y - y = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow \sqrt{x}y - \sqrt{x} = 1 + y \Rightarrow \sqrt{x}(y - 1) = y + 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{y + 1}{y - 1} \Rightarrow x = \left( \frac{y + 1}{y - 1} \right)^2$$

$$f^{-1}(x) = \left( \frac{x + 1}{x - 1} \right)^2 \Rightarrow (f^{-1}(x))' = 2 \left( \frac{x + 1}{x - 1} \right) \times \frac{-2}{(x - 1)^2}$$

$$\Rightarrow (f^{-1}(2))' = 2 \times 2 \times -2 = -8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹۹



$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x)}{4-x} + \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{g(x)}{4-x}$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} -f'(2) - g'(2)$$

$$(\cdot, 1), (2, \cdot) \Rightarrow g(x) : y - \cdot = \frac{\cdot - 1}{2 - \cdot}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{-1}{2}(x - 2) \Rightarrow g(x) = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$x_1 = \cdot, x_2 = 2 \Rightarrow f(x) = ax(x-2) \xrightarrow{(2,1)} f(x) = \frac{-1}{2}x(x-2) \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x$$

$$g'(x) = \frac{-1}{2}, f'(x) = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$-f'(2) - g'(2) = -(-1) - \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۰۰

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & x \geq k \\ 2ax + b & x < k \end{cases}$$

$$\text{شرط پیوستگی} : ak^2 + bk + c = 2ak + b$$

$$\text{شرط مشتق‌پذیری} : 2ak + b = 2a \Rightarrow b = 2a - 2ak$$

$$a = b + c \Rightarrow c = -a + 2ak \Rightarrow ak^2 + (2a - 2ak)k + c - 2a = \cdot$$

$$k^2 + 2k - 2k^2 - 2 + 2k = \cdot \Rightarrow k^2 - 4k + 2 = \cdot \Rightarrow k = 1, k = 2 \text{ max}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰۱

$$(\text{fog})' \left( \frac{2}{\sqrt{8}} \right) = g' \left( \frac{2}{\sqrt{8}} \right) f' \left( g \left( \frac{2}{\sqrt{8}} \right) \right)$$

$$g'(x) = \frac{-1}{2} (2x)(x^2 - 1)^{-\frac{3}{2}} = \frac{-2x}{2\sqrt{(x^2 - 1)^3}} \Rightarrow g' \left( \frac{2}{\sqrt{8}} \right) = \frac{-2 \cdot \frac{1}{\sqrt{8}}}{\frac{1}{16}} = -\frac{32}{\sqrt{8}} = -8\sqrt{2}$$

$$f(x) = 16x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 32x \Rightarrow f'(2) = 64$$

$$\Rightarrow (\text{fog})' \left( \frac{2}{\sqrt{8}} \right) = -8\sqrt{2} \times 64 = -512\sqrt{2}$$

که حاصل چهار برابر  $-128\sqrt{2}$  است.

$$\frac{-512\sqrt{2}}{-128\sqrt{2}} = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰۲

$$f(x) = \left( \frac{2x - x^2}{3x + 5} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3} \left( \frac{2x - x^2}{3x + 5} \right)^{-\frac{2}{3}} \left( \frac{(2 - 2x)(3x + 5) - 3(2x - x^2)}{(3x + 5)^2} \right)$$

$$\Rightarrow f'(-2) = \frac{1}{3} \left( \frac{-4 - 4}{-1} \right)^{-\frac{2}{3}} \left( \frac{6 \times (-1) - 3(-8)}{(-1)^2} \right) = \frac{1}{3} \times (8)^{-\frac{2}{3}} \times 18 = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰۳

$$f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}, g'(x) = 2ax + b$$

$$f(2) = g(2) \Rightarrow 4 = 4a + 2b \Rightarrow 2a + b = 2$$

$$f'(2) = g'(2) \Rightarrow -3 = 4a + b$$

$$\begin{cases} 2a + b = 2 \\ 4a + b = -3 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{5}{2} \Rightarrow b = 7$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ساده می‌کنیم. ۲۰۴

$$f(x) = \left( \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^2 = \frac{x^2 + 2x}{(x^2 - x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(2x + 2)(x^2 - x)^2 - 2(x^2 - x)(2x - 1)(x^2 + 2x)}{(x^2 - x)^4}$$

$$= \frac{(x^2 - x)^2 ((2x + 2)(x^2 - x) - 2(x - 1)(x^2 + 2x))}{(x^2 - x)^4} = \frac{4(6 \times 2 - 3 \times 3 \times 8)}{2^6}$$

$$= \frac{\cancel{4} (12 - 72)}{\cancel{4}^{16}} = \frac{-60}{16} = -\frac{15}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا پیوستگی آن را بررسی می‌کنیم و سپس مشتق‌پذیری را حساب می‌کنیم. ۲۰۵

$$\Rightarrow \sqrt{5 - 2(-2)} = -\frac{1}{2}(-2)^2 - 2b + c \Rightarrow 3 = -2 - 2b + c$$

$$\Rightarrow -2b + c = 5$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{2\sqrt{5 - 2x}} = -x + b \xrightarrow{x=-2} \frac{-2}{6} = 2 + b \Rightarrow b = -\frac{7}{3}$$

$$-2b + c = 5 \Rightarrow \frac{14}{3} + c = 5 \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۰۶)

$$\text{شیب مماس} = \frac{f(\lambda) - f(\cdot)}{\lambda - \cdot} = \frac{3 - (-5)}{\lambda} = 1 \Rightarrow f'(x) = 1 \Rightarrow \frac{9}{(x+1)^2} = 1 \Rightarrow (x+1)^2 = 9$$

$$\xrightarrow{\cdot \leq x \leq \lambda} x+1 = 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{3}{3} = 1 \Rightarrow \begin{matrix} T(2, 1) \\ m = 1 \end{matrix} \Rightarrow y = x - 1$$

$$\Rightarrow \text{عرض از مبدا} = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۰۷)

$$\text{تفاضل } y \text{ ها: } y_1 - y_2 = (x^2 + 2x - 2) - (x^2 - 2x^2 + 1) = 2x^2 + 2x - 4$$

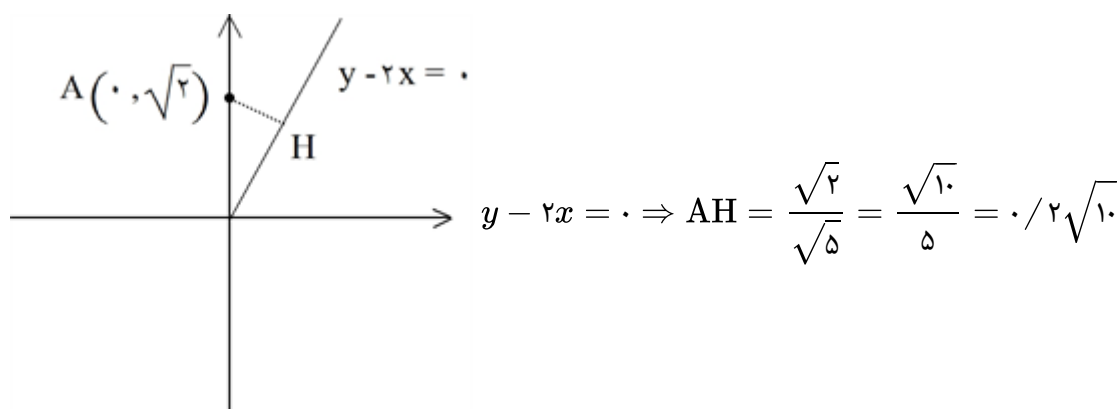
$$-\frac{b}{2a} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$y_1 - y_2 = 2 \times \frac{1}{4} + 2 \times -\frac{1}{2} - 4 = -4/5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۰۸)

$$|AB| = |f_1(x) - f_2(x)| = |x^2 + 2x + 4| = x^2 + 2x + 4 = (x+1)^2 + 3 \geq 3 \Rightarrow |AB|_{\min} = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۰۹)

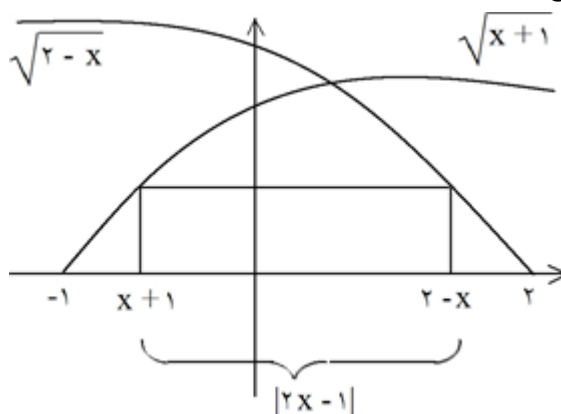


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۱۰)

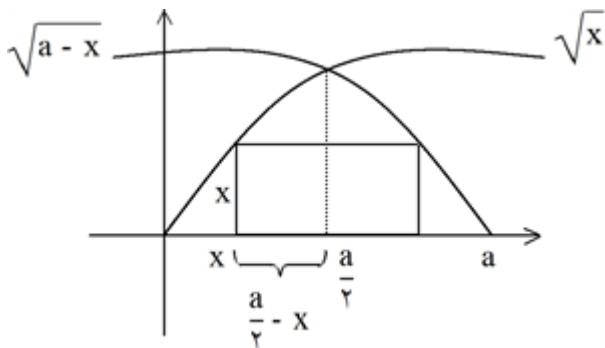
$$S = (2x - 1)\sqrt{x+1}$$

$$S' = 2\sqrt{x+1} + \frac{2x-1}{\sqrt{x+1}} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S = 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۱۱



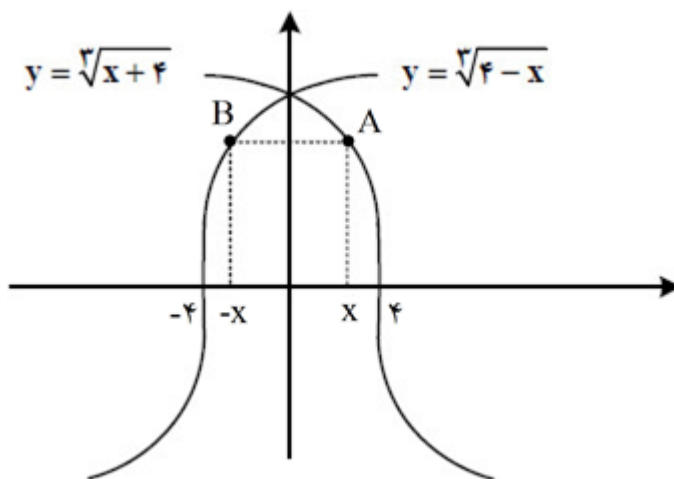
$$S = \left(\frac{a}{2} - x\right)\sqrt{x}$$

$$S' = \frac{a}{2} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{a}{2} - 2x}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$x = \frac{a}{6} \Rightarrow s\left(\frac{a}{6}\right) = \left(\frac{a}{2} - \frac{a}{6}\right)\sqrt{\frac{a}{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3}\sqrt{\frac{a}{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۱۲



$$S = 2x\sqrt{4-x} = 2\sqrt{4x^2 - x^3} \Rightarrow S' = 2 \left( \frac{12x^2 - 3x^2}{2\sqrt{(4x^2 - x^3)^2}} \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غ ق} \\ x = 3 \end{cases}$$

$$S_{\text{Max}} = S(3) = 2(3)\sqrt{4-3} = 6$$

$$f(x) = x^3 - 12x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۱۳

x	-2	+2
f'	+	-
	↘	↗
	max	min
	نسبی	نسبی

$$f(2) = 8 - 24 + 2 = -14$$

$$f(x) = (x - 1)|x| = \begin{cases} x(x - 1) & x \geq 0 \\ x(1 - x) & x < 0 \end{cases}$$

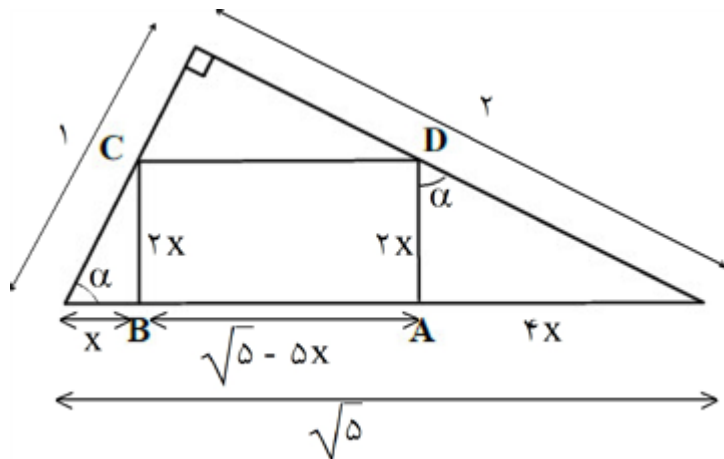
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱۴

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x > 0 \\ 1 - 2x & x < 0 \end{cases}$$

$$a + b = \frac{1}{2} \leftarrow a = \cdot, b = \frac{1}{2}$$

تابع  $f$  در بازه  $(0, \frac{1}{2})$  اکیداً نزولی است. بنابراین:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون بحث نسبت‌هاست پس مثلاً ضلع کوچک را عدد یک و ضلع بزرگتر را ۲ می‌گیریم. ۲۱۵



$$S = 2x(\sqrt{5} - 5x) = -10x^2 + 2\sqrt{5}x$$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-2\sqrt{5}}{-20} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

$$\frac{\text{طول}}{\text{عرض}} = \frac{\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{10}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{2} = 2/5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱۶

$$\frac{1}{\sqrt{\log_8^x + 4 \log_{x^2}^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \log_2^x + \frac{4}{2} \log_x^2}} \xrightarrow{\log_2^x = t} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \left( t + \frac{4}{t} \right)}}$$

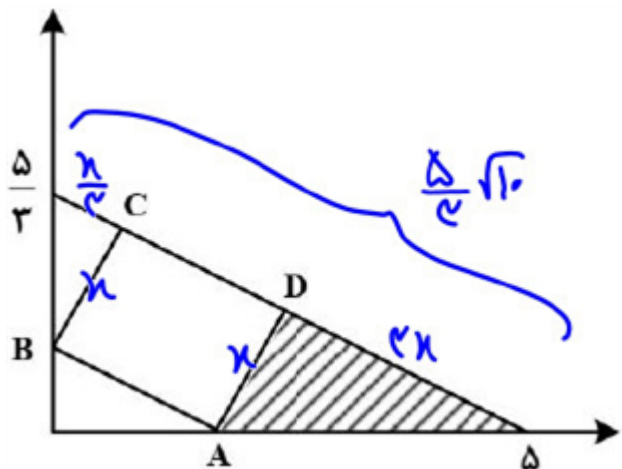
$$t \cdot \frac{4}{t} = 4 \Rightarrow \text{Min} \left( t + \frac{4}{t} \right) = 2 + 2 = 4 \Rightarrow \text{Max } A = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\log x}{\log 9} + \frac{2 \log 3}{\log x^2} = \frac{\log x}{2 \log 3} + \frac{2 \log 3}{2 \log x}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۱۷

$$ab = \frac{3}{4} \xrightarrow{a, b > 0} a = b = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \min \{a + b\} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱۸



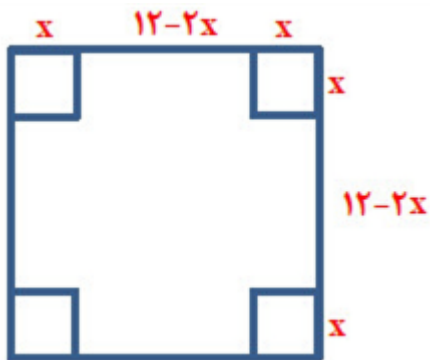
$$S = x \left( \frac{5}{3} \sqrt{10} - \frac{x}{3} - 3x \right) = \frac{1}{3} x (5\sqrt{10} - 10x)$$

$$= \frac{10}{3} x \left( \frac{\sqrt{10}}{3} - x \right)$$

حداکثر S در  $x = \frac{\sqrt{10}}{4}$  رخ می‌دهد. پس مساحت هاشورخورده برابر است با:

$$\frac{1}{2} x \times 3x = \frac{3}{2} x^2 = \frac{3}{2} \times \frac{10}{16} = \frac{15}{16}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۱۹



$$V(x) = x(12 - 2x)^2$$

$$\Rightarrow V'(x) = (12 - 2x)^2 - 2 \times 2x(12 - 2x) = 0$$

$$\Rightarrow (12 - 2x)(12 - 2x - 4x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

$x = 6$  حجم را صفر (می‌نیمم) می‌کند پس  $x = 2$ .

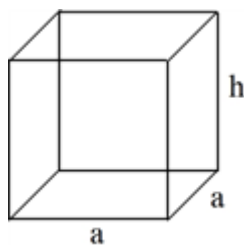
$$D_f = \left[ \cdot, \frac{a}{2} \right]$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲۰

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-2}{2\sqrt{a-2x}} = 0 \Rightarrow \sqrt{a-2x} = 2\sqrt{x} \Rightarrow a-2x = 4x \Rightarrow x = \frac{a}{6}$$

$$\left. \begin{aligned} f\left(\frac{a}{6}\right) &= \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{2a}{3}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \sqrt{a} \rightarrow \max \\ f(\cdot) &= \sqrt{a} \\ f\left(\frac{a}{2}\right) &= \sqrt{\frac{a}{2}} \rightarrow \min \end{aligned} \right\} \max. \min = \frac{2}{\sqrt{12}} a = \sqrt{12} \Rightarrow a = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۲۱)



$$V = a^2 h = 4 \Rightarrow h = \frac{4}{a^2}$$

$$S = a^2 + 4ah = a^2 + \frac{16}{a}$$

$$S' = 2a - \frac{16}{a^2} = 0 \Rightarrow 2a = \frac{16}{a^2} \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$$

$$h = 1$$

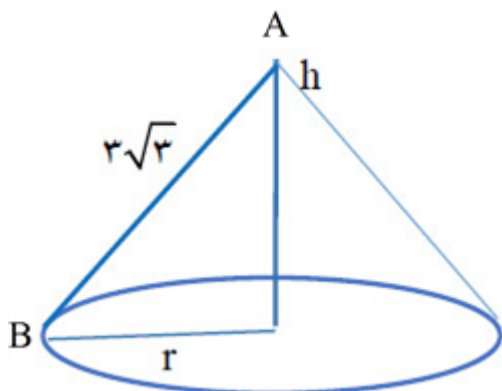
$$S = a^2 + 4ah = 4 + 4 \times 2 \times 1 = 12$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۲۲)

$$\left. \begin{aligned} y' &= 3x^2 + 2ax - 2b \\ x = 0 &\Rightarrow b = 0 \end{aligned} \right\} y' = 3x^2 + 2ax \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 12 - 4a = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4 \Rightarrow \left. \begin{aligned} &(\cdot, -4) \\ &(-2, 0) \end{aligned} \right\} \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۲۳)



$$r^2 + h^2 = (r\sqrt{2})^2 \Rightarrow r^2 = 2r^2 - h^2$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(2r^2 - h^2)h = \frac{\pi}{3}(2rh^2 - h^3)$$

$$V' = 0 \Rightarrow 2r - 3h^2 = 0 \Rightarrow h = 2$$

$$y' = 3x^2 + 2ax + b = 0, y'(0) = 0 \Rightarrow b = 0, f(0) = 4 \Rightarrow c = 4$$

$$x(3x + 2a) = 0 \Rightarrow x = -\frac{2a}{3}$$

$$\frac{-8a^2}{27} + \frac{4a^2}{9} + 4 = 0 \Rightarrow a^2 = -27 \Rightarrow a = -3$$

$$x = \frac{-2a}{3} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۲۴)

$$y = \pm 2\sqrt{x} \Rightarrow A(x, \pm 2\sqrt{x}) \quad M(3, 0)$$

$$AM = \sqrt{(x-3)^2 + (\pm 2\sqrt{x} - 0)^2} \Rightarrow AM = \sqrt{x^2 - 2x + 9}$$

همواره  $+4x$

$$AM_{\text{Min}} \Rightarrow (AM)' = 0 \Rightarrow \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 9}} = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AM = \sqrt{1 - 2 + 9} = 2\sqrt{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۲۵)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۲۶)

$$\left. \begin{array}{l} A(x^r, -x) \\ A'(x, -x^r) \end{array} \right\} AA' = \sqrt{(x^r - x)^2 + (-x - (-x^r))^2}$$

برای آن که  $AA'$  ماکزیمم شود پس مشتق  $AA'$  را برابر صفر می‌گذاریم:

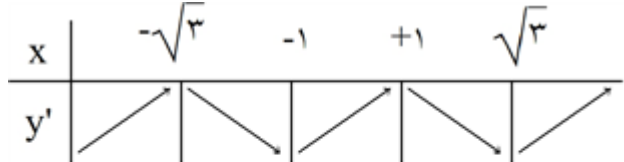
$$AA' = \sqrt{2(x^r - x)^2} \Rightarrow \cdot = AA' \Rightarrow 2x^r - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{2} \times \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2} \Rightarrow AA' = \frac{4}{2} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۲۷)

$$f(x) = \begin{cases} x(3 - x^2) & |x| \leq \sqrt{3} \\ x(x^2 - 3) & |x| > \sqrt{3} \end{cases}$$

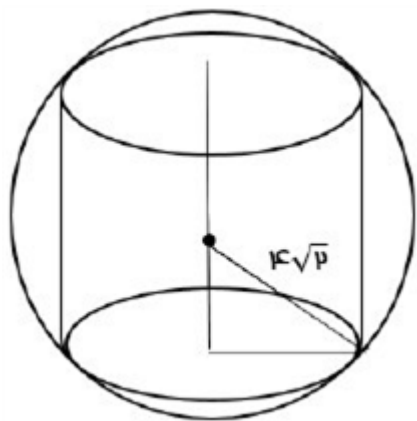
$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -3x^2 + 3 & |x| \leq \sqrt{3} \\ 3x^2 - 3 & |x| > \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$



$$x_{\min} = -1 \Rightarrow f(x) = -1(3 - 1) = -2$$

$$[-1, \sqrt{3}]$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۲۸)



$$S = 2\pi rh = 4\pi \sqrt{r^2} \sqrt{\frac{h^2}{4}}$$

$$\Rightarrow r^2 + \frac{h^2}{4} = 32, 2r^2 = 32, r = 4$$

$$\Rightarrow \frac{r^2}{4} = \frac{h^2}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{h^2}{4}$$

$$S_{\max} = 64\pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا محل برخورد  $y = x^2$  و نیمساز ربع اول و سوم را حساب می‌کنیم. ۲۲۹

$$y = x^2 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

بنابراین نقطه A دارای طولی بین صفر و یک است. ( $0 < \alpha < 1$ )

$$A(\alpha, \alpha^2) \Rightarrow A'(\alpha^2, \alpha)$$

$$AA' = \sqrt{(\alpha^2 - \alpha)^2 + (\alpha - \alpha^2)^2} = \sqrt{2} |\alpha - \alpha^2|$$

چون  $0 < \alpha < 1$  است بنابراین درون قدرمطلق مثبت است.

$$AA' = \sqrt{2}\alpha - \sqrt{2}\alpha^2$$

کافی است در معادله درجه ۲ ایجاد شده رأس سهمی را حساب کنیم.

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow AA' = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $x = 0$  ریشه زوج تکرار تابع است پس یک نقطه اکسترمم نسبی است. نقاط  $x = \pm 2$  نقاط ۲۳۰

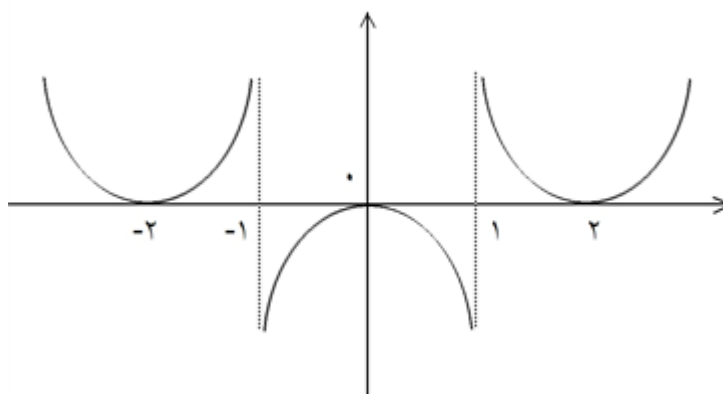
گوشه تابع با توجه به همواره مثبت بودن تابع در اطراف آنها نیز نقاط اکسترمم تابع می‌باشد. مشتق تابع نیز فقط ریشه  $x = 0$  را دارد.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$$

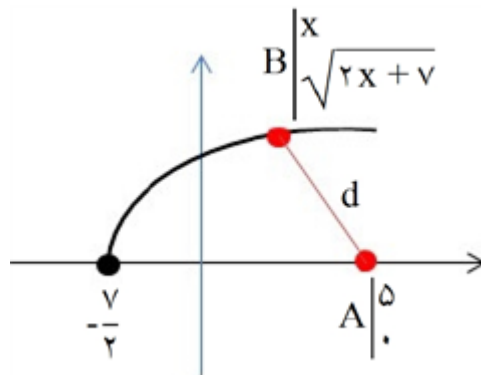
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} |x^2 - 4| = +\infty$$

بنابراین نمودار تقریبی به صورت زیر است:



با توجه به شکل تابع سه نقطه اکسترمم نسبی دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۳۱)



$$\begin{cases} A(5, \cdot) \\ B(x, \sqrt{2x+7}) \end{cases} \Rightarrow AB = \sqrt{(x-5)^2 + (\sqrt{2x+7}-\cdot)^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 25 + 2x + 7}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{x^2 - 8x + 32} \Rightarrow AB' = \frac{2x - 8}{2\sqrt{x^2 - 8x + 32}} = 0 \Rightarrow x = 4$$

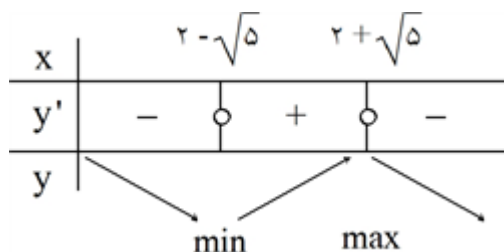
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۳۲)

روش اول:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x+2)(x^2+1) - 2x(x^2+2x-3)}{(x^2+1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{\cancel{2x^2} + 2x^2 + 2x + 2 - \cancel{2x^2} - 4x^2 + 6x}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^2 + 8x + 2}{(x^2+1)^2}$$

$$\Rightarrow -2x^2 + 8x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 1 \xrightarrow{+4} x^2 - 4x + 4 = 5$$



$$\Rightarrow (x-2)^2 = 5 \Rightarrow x-2 = \pm\sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ x = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(2 + \sqrt{5}) = \frac{(2 + \sqrt{5})^2 + 2(2 + \sqrt{5}) - 3}{(2 + \sqrt{5})^2 + 1} = \frac{9 + 4\sqrt{5} + 4 + 2\sqrt{5} - 3}{9 + 4\sqrt{5} + 1} = \frac{10 + 6\sqrt{5}}{10 + 4\sqrt{5}}$$

$$= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{5 + 2\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{5 + 3\sqrt{5}}{5 + 2\sqrt{5}} \times \frac{5 - 2\sqrt{5}}{5 - 2\sqrt{5}} = \frac{25 - 10\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 20}{25 - 20} = \frac{5\sqrt{5} - 5}{5} = \sqrt{5} - 1$$

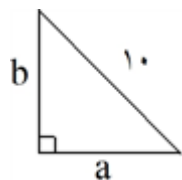
$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1} = m$$

روش دوم:

$$(m-1)x^2 - 2x + m + 3 = 0$$

$$\Delta' = 1 - (m-1)(m+3) \Rightarrow m^2 + 2m - 4 = 0$$

$$m = -1 \pm \sqrt{5} \Rightarrow m = -1 + \sqrt{5} \text{ ق ق } m = -1 - \sqrt{5} \text{ ق ق}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۳۳

$$a^2 + b^2 = 100 \Rightarrow a^2 = 100 - b^2$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi a^2 b \Rightarrow \frac{\pi}{3} (100 - b^2) b \Rightarrow V_{\text{مخروط}} = \frac{\pi}{3} (100b - b^3)$$

$$V' = \frac{\pi}{3} (100 - 3b^2) = 0$$

$$3b^2 = 100 \Rightarrow b = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \Rightarrow a^2 = 100 - \frac{100}{3} = \frac{200}{3} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{200} \times 10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{10\sqrt{3}\sqrt{2}}{3}}{\frac{10\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$

$$P'(x) = 1 + \frac{-2x + 4}{2\sqrt{4x - x^2}} = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۳۴

$$\frac{-2x + 4}{2\sqrt{4x - x^2}} = -1 \xrightarrow{\times -1} \frac{-2x + 4}{2\sqrt{4x - x^2}} = 1 \Rightarrow -2x + 4 = 2\sqrt{4x - x^2}$$

$$\Rightarrow \cancel{2}(-x + 2) = \cancel{2}\sqrt{4x - x^2}$$

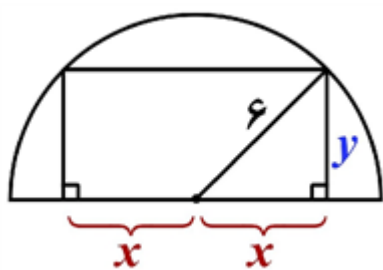
$$x^2 - 4x + 4 = 4x - x^2 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 8 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{x=2+\sqrt{2}} y = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{4(2+\sqrt{2}) - (2+\sqrt{2})^2} = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2} \text{ max}$$

$$\xrightarrow{x=2-\sqrt{2}} y = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{4(2-\sqrt{2}) - (2-\sqrt{2})^2} = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 \text{ min}$$

$$(2 + \sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2}) \Rightarrow d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \xrightarrow{y-x=0} = \frac{|2 + 2\sqrt{2} - 2 - \sqrt{2}|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۳۵

$$S = 2xy$$

$$x^2 + y^2 = 36 \Rightarrow y = \sqrt{36 - x^2}$$

$$\Rightarrow S = 2x\sqrt{36 - x^2} \xrightarrow{x > 0} 2\sqrt{36x^2 - x^4} \Rightarrow S' = 2 \left( \frac{72x - 4x^3}{2\sqrt{36x^2 - x^4}} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 72x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x^3 = 72 \Rightarrow x^3 = 18 \Rightarrow x = 3\sqrt[3]{2}$$

$$S_{\max} = 2(3\sqrt[3]{2})\sqrt{36 - 18} = 2(3\sqrt[3]{2})(3\sqrt[3]{2}) = 36$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۳۶

$$f(x) = x|x| - 2x = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ -x^2 - 2x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x - 2 & x \geq 0 \\ -2x - 2 & x < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ min} \\ -2x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ max} \end{cases}$$

$$\begin{matrix} A(1, -1) \\ B(-1, 1) \end{matrix} \Rightarrow AB = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای تعیین طول‌های نقاط اکسترمم نسبی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2$  ۲۳۷

کافی است ابتدا از ضابطه‌ی تابع مشتق گرفته و سپس ریشه‌های ساده‌ی مشتق را مشخص کنیم:

$$f'(x) = 4x^3 + 4x^2 - 8x = 4x(x^2 + x - 2) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \text{ ریشه ی ساده} \\ x = 1 \text{ ریشه ی ساده} \\ x = -2 \text{ ریشه ی ساده} \end{cases} \Rightarrow \text{تابع شامل اکسترمم نسبی است} \Rightarrow$$

حال با استفاده از جدول تغییرات تابع (آزمون مشتق اول) طول ماکزیمم نسبی این تابع به دست می‌آید.

X	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
f'(x)	-	+	-	+		$\Rightarrow x = 0$ طول نقطه ی ماکزیمم نسبی تابع f است
f(x)		min نسبی	max نسبی	min نسبی		

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۳۸

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + a} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x - 2)(x + a) - (1)(x^2 - 2x)}{(x + a)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 + 2ax - 2a}{(x + a)^2}$$

برای این که تابع  $f$  دارای اکسترمم نسبی باشد، باید نقطه‌ی بحرانی داشته باشد و ضمناً  $f'$  در اطراف این نقطه تغییر علامت دهد. در تابع فوق این اتفاق زمانی می‌افتد که  $\Delta$  عبارت درجه دوم  $x^2 + 2ax - 2a$  مثبت باشد (اگر  $\Delta$  ی این عبارت درجه دوم منفی باشد، تابع  $f$  فاقد نقطه‌ی بحرانی است و اگر  $\Delta$  ی این عبارت صفر باشد،  $f'$  در اطراف نقطه‌ی بحرانی تغییر علامت نمی‌دهد). بنابراین:

$$\Delta > 0 \Rightarrow (2a)^2 - 4(1)(-2a) > 0 \Rightarrow 4a^2 + 8a > 0 \Rightarrow$$

$$4a(a + 2) > 0 \xrightarrow{\text{خارج دو ریشه}} a < -2 \text{ یا } a > 0.$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۳۹

$$y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2 \rightarrow y' = x^3 - 3x^2 - 4x = 0.$$

$$x(x^2 - 3x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \\ x = -1 \Rightarrow f(-1) = -\frac{3}{4} \\ x = 4 \Rightarrow f(4) = -32 \Rightarrow \min \end{cases}$$

باید توجه داشت که تابع در دو سر دامنه  $(\pm\infty)$  به سمت  $+\infty$  می‌رود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در واقع نقاط  $x = 3$  و  $x = -5$  ریشه‌های مشتق تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$  می‌باشند. ۲۴۰

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} x' = 3 \\ x'' = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = -\frac{2a}{3} = -2 \Rightarrow a = 3 \\ P = \frac{b}{3} = -15 \Rightarrow b = -45 \end{cases}$$

باتوجه به تعیین علامت مشتق نقطه‌ی  $x = 3$  طول مینیمم نسبی تابع می‌باشد که مقدار مینیمم نسبی (عرض مینیمم) برابر است با:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x \Rightarrow f(3) = 27 + 27 - 135 = -81$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا حرف  $a$  را به  $m$  تغییر می‌دهیم تا با نصف قطر بزرگ بیضی آن را اشتباه نگیریم. پس کانون‌های بیضی  $F'(0, m)$  و  $F(0, 0)$  هستند. پس:

$$FF' = 2c \Rightarrow |m| = 2c \Rightarrow c = \frac{|m|}{2} \quad (1)$$

$$A \in \text{بیضی} \Rightarrow AF + AF' = 2a \Rightarrow 2 + \sqrt{9 + m^2} = 2a \quad (2)$$

از طرف دیگر:

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{c}{a} \Rightarrow 2a = 2\sqrt{2}c \xrightarrow{\text{از (1) و (2)}} 2 + \sqrt{9 + m^2} = \sqrt{2}|m|$$

$$\Rightarrow \sqrt{9 + m^2} = \sqrt{2}|m| - 2 \xrightarrow{\text{توان } 2} 9 + m^2 = 2m^2 + 9 - 6\sqrt{2}|m| \Rightarrow m^2 - 6\sqrt{2}|m| = 0$$

اکنون دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$m > 0 \xrightarrow{|m|=m} m^2 - 6\sqrt{2}m = 0 \Rightarrow m(m - 6\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } m = 6\sqrt{2}$$

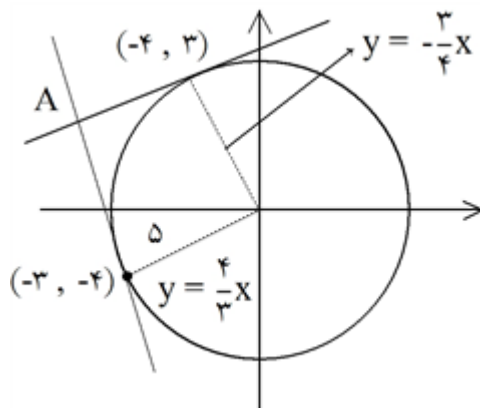
$$m < 0 \xrightarrow{|m|=-m} m^2 + 6\sqrt{2}m = 0 \Rightarrow m(m + 6\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } m = -6\sqrt{2}$$

مسلماً  $m = 0$  قابل قبول نیست زیرا به‌ازای  $m = 0$  به کانون  $F'(0, 0)$  می‌رسیم که همان کانون  $F$  است. پس

$$m = \pm 6\sqrt{2} \text{ بنابراین } c = 3\sqrt{2} \text{ و چون } 2a = 2\sqrt{2}c \text{ پس } a = 6 \text{ در نتیجه:}$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = 6^2 - (3\sqrt{2})^2 = 18 \Rightarrow b = 3\sqrt{2} \Rightarrow \text{قطر کوچک} = 2b = 6\sqrt{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۴۲)



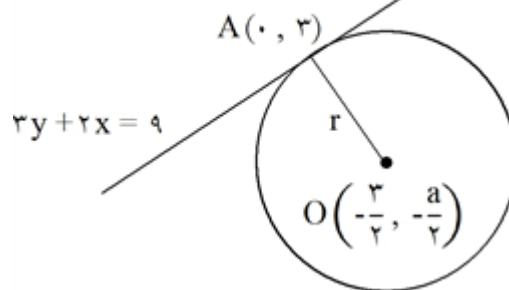
$$x^2 + y^2 = 25 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{16}x^2 = 25$$

$$x = -4, y = 3$$

$$x_A = -7 \Rightarrow x_A y_A = 7$$

$$y_A = -1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۴۳)



$$2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$2y + a = 0 \Rightarrow y = -\frac{a}{2}$$

خطوط OA و  $3y + 2x = 9$  بر هم عمودند.

$$3y + 2x = 9 \Rightarrow \text{شیب خط} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{شیب خط OA} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{a}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{9}{2} = 6 + a \Rightarrow a = \frac{9}{2} - 6 = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۴۴)

$$R_1 + \overline{O_1 O_2} + R_2 = 8 \Rightarrow \sqrt{2+a} + 5 + \sqrt{13-6a} = 8$$

$$\Rightarrow \sqrt{2+a} + \sqrt{13-6a} = 3 \xrightarrow{\text{با توجه به گزینه ها}} a = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۴۵)

$$2x^2 + 2y^2 - 6x - 10y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 3x - 5y + \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{در معادله دایره } \left(-1, \frac{5}{2}\right) \text{ جایگذاری نقطه: } 1 + \frac{25}{4} + 3 - \frac{25}{2} + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} - \frac{25}{4} = -\frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow \text{کوتاهترین وتر} = 2\sqrt{-\left(\frac{-7}{4}\right)} = \sqrt{7}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۴۶)

$$\begin{cases} 2y - 3x = 3 \xrightarrow{\times 2} 4y - 6x = 6 \\ 3y + 2x = 11 \xrightarrow{\times 2} 6y + 4x = 22 \end{cases} \Rightarrow 13y = 39 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow O'(1, 3)$$

$$OO' = \sqrt{1+9} \Rightarrow OO' = \sqrt{10}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۴۷

$$\begin{cases} O(2, -1) \\ R = \sqrt{6} \end{cases} \quad h = \sqrt{6 - \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$\frac{|-2 + 2 - a|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{15}}{2} \Rightarrow |a| = \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{تفاضل} = 5\sqrt{3}$$

$$x^2 + y^2 + 2y - 4x = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۴۸

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5$$

$$O(2, -1), R = \sqrt{5} \approx 2/2$$

$$x^2 + y^2 - 4x = 0$$

$$x^2 + (y - 1)^2 = 1$$

$$O'(0, 1), R' = \sqrt{1} \approx 1/1$$

$$OO' = 2\sqrt{2} \approx 2/1.4$$

$$\left. \begin{array}{l} |R - R'| < OO' < R + R' \\ \cdot/5 \quad 2/1.4 \quad 3/1.4 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{متقاطع}$$

$$c = 12, 2b = 18 \Rightarrow b = 9 \Rightarrow a = 15$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۴۹

$$e = \frac{c}{a} = \frac{12}{15} = 0.8$$

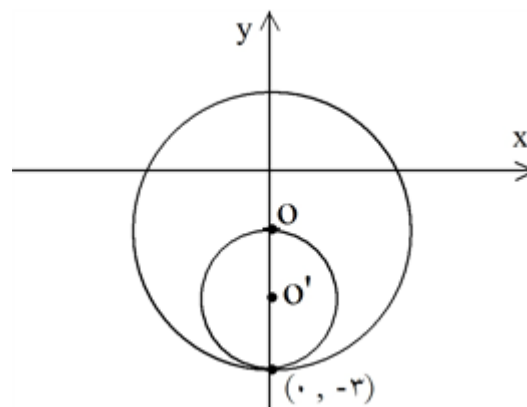
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۵۰

$$x^2 + (y+1)^2 = 2^2 \Rightarrow R = 2, O(0, -1)$$

مطابق شکل اگر دایره جدید بخواهد با دایره فعلی مماس داخل باشد و از نقطه  $(0, -3)$  نیز عبور کند تنها حالت آن است که دایره مذکور تنها نقطه تماسش (نقطه مماس) همان نقطه  $(0, -3)$  باشد. پس مرکز دایره جدید به فرم  $O'(0, y)$  است.

شعاع دایره جدید نصف شعاع دایره داده شده  $\rightarrow R' = 1, O' = (0, -2)$

$$x^2 + (y+2)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای این که معادله‌ی مقطع مخروطی  $2x^2 + (a^2 - 7)y^2 + 4y + a = 0$  معادله‌ی دایره باشد، باید ابتدا ضرایب  $x^2$  و  $y^2$  را برابر قرار دهیم: ۲۵۱

$$a^2 - 7 = 2 \Rightarrow a^2 = 9 \begin{cases} a = 3 \\ a = -3 \end{cases}$$

حال با جایگذاری  $a = \pm 3$  در معادله، آن را به شکل  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  تبدیل و شرط  $a^2 + b^2 - 4c > 0$  را کنترل می‌کنیم:

$$a = 3 \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 4y + 3 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 + y^2 + 2y + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow 0 + 4 - 4\left(\frac{3}{2}\right) = 4 - 6 = -2 < 0$$

$$a = -3 \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 4y - 3 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 + y^2 + 2y - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow 0 + 4 - 4\left(-\frac{3}{2}\right) = 4 + 6 = 10 > 0$$

بنابراین  $a = -3$  قابل قبول است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مرکز دایره روی خط  $y = 2x$  قرار دارد، پس مختصات مرکز به صورت  $O(\alpha, 2\alpha)$  ۲۵۲

می‌باشد. چون این دایره از دو نقطه‌ی  $A(0, 0)$  و  $B(3, 1)$  می‌گذرد، لذا فاصله‌ی مرکز دایره از این دو نقطه یکسان و برابر

شعاع دایره است. بنابراین داریم:

$$OA = OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (2\alpha - 0)^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2} \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}}$$

$$\alpha^2 + 4\alpha^2 = (\alpha^2 - 6\alpha + 9) + (4\alpha^2 - 4\alpha + 1) \Rightarrow \cancel{\alpha^2} = \cancel{\alpha^2} - 10\alpha + 10 \Rightarrow \alpha = 1$$

$$\Rightarrow O(1, 2) \Rightarrow R = OA = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = R^2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۵۳

$h = k$  مرکز روی نیمساز ربع اول است.

$$(x - h)^2 + (y - h)^2 = R^2$$

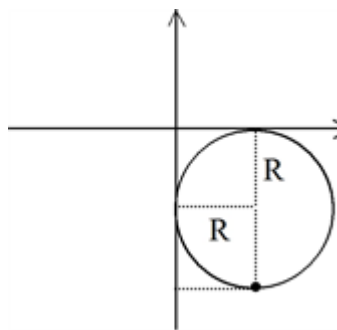
$$(1, 0) \Rightarrow (1 - h)^2 + h^2 = R^2 \Rightarrow (1 - h)^2 + h^2 = (3 - h)^2 + h^2 \Rightarrow (1 - h)^2 = (3 - h)^2$$

$$(3, 0) \Rightarrow (3 - h)^2 + h^2 = R^2$$

$$\Rightarrow |1 - h| = |3 - h| \Rightarrow 1 - h = \pm(3 - h) \Rightarrow h = 2 \Rightarrow k = 2$$

$$(1 - h)^2 + h^2 = R^2 \xrightarrow{h=2} r^2 = 5 \Rightarrow R = \sqrt{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه  $(1, -2)$  در ربع چهارم قرار دارد. مرکز این دایره اگر  $O(R, R)$  باشد. ۲۵۴

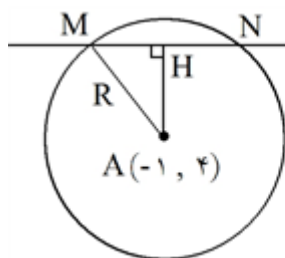


$$(x - R)^2 + (y + R)^2 = R^2 \Rightarrow (1 - R)^2 + (-2 + R)^2 = R^2$$

$$\Rightarrow 1 + R^2 - 2R + 4 + R^2 - 4R = R^2$$

$$\Rightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Rightarrow (R - 1)(R - 5) = 0 \Rightarrow R = 1, 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل و فرض  $MN = 2\sqrt{7}$  نتیجه می‌گیریم  $MH = \sqrt{7}$ . ۲۵۵



$$AH = \frac{|-2 - 12 + 1|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

$$\triangle AMH : AM^2 = AH^2 + MH^2 \Rightarrow R^2 = 13 + 7 = 20$$

بنابراین معادله دایره به صورت  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 20$  است. حال دایره را با خط  $y = 2$  قطع می‌دهیم.

$$\begin{cases} (x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 20 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow (x + 1)^2 + (2 - 4)^2 = 20 \Rightarrow (x + 1)^2 = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3 \\ x + 1 = -4 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر معادلات دایره‌ها را در یک دستگاه بنویسیم، با حذف  $x^2$  و  $y^2$  از دستگاه هر آنچه بماند معادله وتر مشترک است. ۲۵۶

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \cup$$

$$2y - 2x = 0 \Rightarrow x = y$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۵۷)

x تا سفید ۲x تا سیاه

$$P(\text{همرنگ نباشند}) = \frac{1}{2} \frac{\binom{x}{1} \binom{2x}{1}}{\binom{3x}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x \times 2x}{\frac{(3x)(3x-1)}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$4x^2 = \frac{9x^2 - 3x}{2} \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad x = 3$$

$$3 + 6 = 9$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم x تعداد مهره‌های سبز باشد: (۲۵۸)

$$1 - \frac{\binom{x}{2}}{\binom{x+5}{2}} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{\binom{x}{2}}{\binom{x+5}{2}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x(x-1)}{(x+5)(x+4)} = \frac{1}{6} \Rightarrow (x+5)(x+4) = 6x(x-1)$$

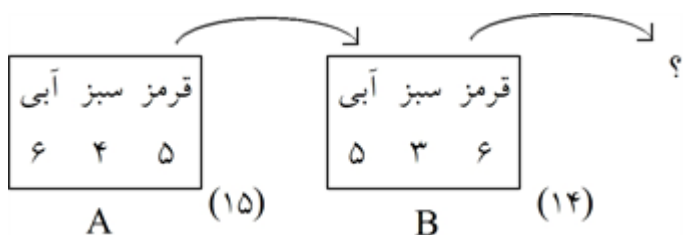
$$\Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{اختلاف} = 5 - 4 = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۵۹)

تعداد رو	تاس
۱	۳
۲	×
⋮	×
⋮	×
۶	×

$$\Rightarrow P = \frac{1}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{48}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۶۰)



$$P(B) = \frac{6}{15} \times \frac{6}{15} + \frac{4}{15} \times \frac{5}{15} + \frac{5}{15} \times \frac{5}{15} = \frac{81}{225} = 0.36$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۶۱)

$$P = 0.45 \times 0.2 + 0.2 \times 0.25 + 0.35 \times 0.3 = 0.245$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۶۲)

$$0.4 \times 0.25 + 0.35 \times 0.3 + 0.25 \times 0.35 = 0.1 + 0.105 + 0.0875 = 0.2925$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۶۳

$$P = \frac{16}{45} \times \frac{4}{16} + \frac{15}{45} \times \frac{6}{15} + \frac{14}{45} \times \frac{5}{14} = \frac{4+6+5}{45} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶۴

$$\left\{ \begin{array}{l} A: \text{بررسی رقیب اصلی} \\ B: \text{قهرمانی} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P(A) = \frac{1}{5} \\ P(B) = \frac{1}{3} \\ P(B|A) = \frac{1}{5} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25} \end{array} \right.$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{25} = \frac{6+10-3}{30} = \frac{13}{30}$$

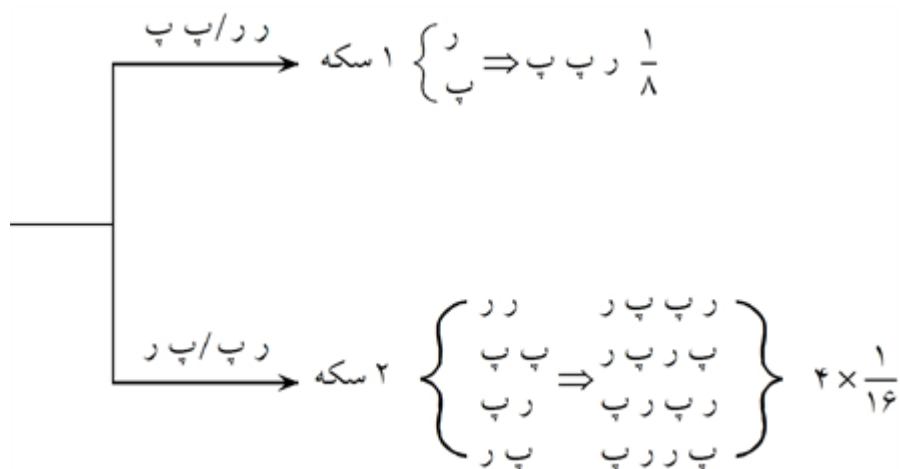
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶۵

$$P(\text{عدد سوم} = 10) = \frac{n-1}{n} \times \frac{n-2}{n-1} \times \frac{1}{n-2} = \frac{1}{n} = \frac{1}{15} \Rightarrow n = 15$$

تعداد مضارب غیر ۳ = ۵  $\Rightarrow$  تعداد = ۵  $\Rightarrow$  مضارب = {۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵}  $\Rightarrow$  اعداد: ۱, ۲, ۳, ..., ۱۵

$$P = \frac{10}{15} \times \frac{9}{14} \times \frac{5}{13} = \frac{15}{91}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۶۶



$$\Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$P = 0.08 \times 0.5 = 0.04$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۶۷

$$\text{درصد} = 0.04 \times 100 = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۶۸

$$n(S) = \underbrace{120}_{\text{رقمی ۵}} + \underbrace{120}_{\text{رقمی ۴}} + \underbrace{60}_{\text{رقمی ۳}} + \underbrace{20}_{\text{رقمی ۲}} + \underbrace{5}_{\text{رقمی ۱}} = 325$$

	۱ رقمی	۲ رقمی	۳ رقمی	۴ رقمی	۵ رقمی
	۳	۱, ۲	۱, ۲, ۳	۱, ۲, ۴, ۵	۱, ۲, ۳, ۴, ۵
		۴, ۵	۲, ۳, ۴		
		۲, ۴	۳, ۴, ۵		
		۱, ۵	۱, ۳, ۵		

$$n(A) = 5! + 4! + 4 \times 3! + 4 \times 2! + 1 \Rightarrow n(A) = 120 + 24 + 24 + 8 + 1$$

$$n(A) = 177 \Rightarrow P(A) = \frac{177}{325}$$

$$\text{نر اول} = \frac{7}{10}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۶۹

$$\text{نر دوم به شرط نر اول} = \frac{6}{7} \Rightarrow \text{نر دوم به شرط نر اول} \times \text{نر اول} = \frac{6}{10}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۷۰

$$\text{یک رقمی} \begin{cases} \text{تعداد کل} = 5 \\ \text{تعداد مضرب ۴} = 1 \end{cases}$$

$$\text{دو رقمی} \begin{cases} \text{تعداد کل} = 5 \times 4 = 20 \\ \text{تعداد مضرب ۴} = \{12, 24, 32, 52\} \Rightarrow \text{تعداد} = 4 \end{cases}$$

$$\text{سه رقمی} \begin{cases} \text{تعداد کل} = 5 \times 4 \times 3 = 60 \\ \text{تعداد مضرب ۴} = \boxed{\text{صدگان}} \boxed{\text{دو رقم}} = 3 \times 4 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ \text{انتخاب ۳} \quad \{12, 24, 32, 52\} \end{array}$$

$$\text{چهار رقمی} \begin{cases} \text{تعداد کل} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120 \\ \text{تعداد مضرب ۴} = \boxed{\text{هزارگان}} \boxed{\text{صدگان}} \boxed{\text{دو رقم}} = 3 \times 2 \times 4 = 24 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{انتخاب ۳} \quad \text{انتخاب ۲} \quad \{12, 24, 32, 52\} \end{array}$$

$$\text{پنج رقمی} \begin{cases} \text{تعداد کل} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \\ \text{تعداد مضرب ۴} = \boxed{\text{ده هزارگان}} \boxed{\text{هزارگان}} \boxed{\text{صدگان}} \boxed{\text{دو رقم}} = 3 \times 2 \times 1 \times 4 = 24 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{انتخاب ۳} \quad \text{انتخاب ۲} \quad \text{انتخاب ۱} \quad \{12, 24, 32, 52\} \end{array}$$

$$P(A) = \frac{24 + 24 + 12 + 4 + 1}{120 + 120 + 60 + 20 + 5} = \frac{65}{325} = \frac{1}{5}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0/85}{0/9} = \frac{17}{18}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۷۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۷۲

مجموع	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

$n(B) = 30$

$$A \cap B = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{6}{30} = 0.2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۷۳

$$p(A') = \frac{2 \times 9!}{10!} = \frac{1}{5}$$

$$p(A) = 1 - p(A') = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۷۴

$$A = \{(1, 1, 4), (1, 2, 3), (2, 1, 3), (1, 3, 2), (3, 1, 2), (2, 2, 2), (1, 4, 1), (4, 1, 1), (2, 3, 1), (3, 2, 1)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{6^3} = \frac{5 \times 2}{6 \times 36} = \frac{5}{108}$$

$$n(S) = 8!$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۷۵

$$n(A) = 5! \times 3! \times 2 \Rightarrow \text{جایگشت}$$

$$P(A) = \frac{5! \times 3! \times 2}{8!} = \frac{\cancel{5!} \times \cancel{3!} \times 2}{8 \times 7 \times \cancel{6} \times \cancel{5!}} = \frac{2}{8 \times 7} = \frac{1}{28}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۷۶

$$\frac{5}{18} \times \frac{7}{10} + \frac{7}{18} \times \frac{8}{10} + \frac{6}{18} \times \frac{9}{10} = \frac{29}{36}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۷۷

$$\begin{cases} P(A) = x \\ P(B) = \frac{x}{2} \end{cases} \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \Rightarrow \frac{7}{9} = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{7}{9} = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{9}{4} - \frac{14}{9} = \frac{25}{36}$$

$$x = \frac{\frac{3}{2} \pm \frac{5}{6}}{1} \Rightarrow x = \frac{7}{3} \vee x = \frac{2}{3}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۷۸

A : مجموع اعداد روشده مضرب ۳ باشد

$$A = \{(1, 2), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (3, 3), (3, 6), (4, 2), (5, 1), (6, 3), (6, 6), (4, 5), (5, 4)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

روش دوم:

مجموع اعداد	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2+5+4+1}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هرگاه در مسائل احتمال لاقول یکی داشتیم از متمم استفاده می‌کنیم. ۲۷۹

$$P(A') = \frac{16}{100} \times \frac{25}{100} = \frac{4}{100} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{4}{100} = \frac{96}{100}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸۰

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \binom{5}{1} + \binom{3}{2} \binom{7}{1} + \binom{2}{2} \binom{8}{1} = 79$$

$$P(A) = \frac{79}{120}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸۱

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \binom{5}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{10}{21}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۸۲

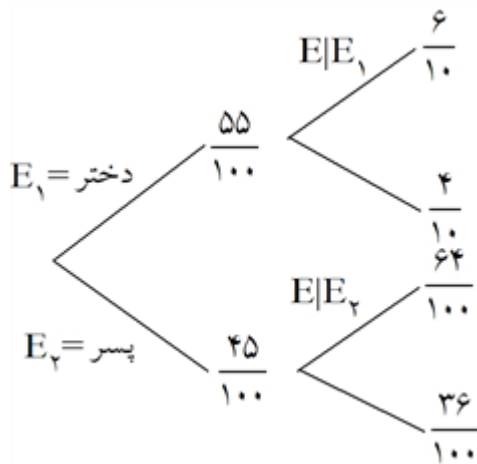
$$A = \left\{ (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5) \right\} \Rightarrow \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸۳

سه تا سفید و یکی قرمز یا یکی سیاه و دو تا سفید و یکی قرمز باشد.

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1} \binom{7}{2} \binom{5}{1} + \binom{2}{1} \binom{7}{3}}{\binom{7+5+2}{4}} = \frac{2 \times 21 \times 5 + 2 \times 35}{\frac{14!}{4! \times 10!}} = \frac{280}{7 \times 13 \times 11} = \frac{40}{143}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قانون جمع احتمال‌ها، داریم: (۲۸۴)



$E$  = گذراندن واحدهای درسی

$$\Rightarrow P(E) = P(E_1) \cdot P(E|E_1) + P(E_2) \cdot P(E|E_2) = \frac{55}{100} \times \frac{6}{10} + \frac{45}{100} \times \frac{64}{100}$$

$$\frac{330}{1000} + \frac{2880}{10000} = \frac{330 + 288}{1000} = \frac{618}{1000} = 0.618 \Rightarrow 61.8\%$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در یک خانواده‌ی دو فرزند یکی از فرزندان پسر ( $b$ ) است، پس فضای نمونه‌ای با وجود این شرط به صورت  $S = \{bb, bg, gb\}$  می‌باشد. حال برای محاسبه‌ی احتمال آن‌که این خانواده فرزند دختر داشته باشد، پیشامد تصادفی خواسته شده را می‌نویسیم. داریم: (۲۸۵)

$$A = \{bg, gb\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از میان ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، سه موش را به تصادف انتخاب می‌کنیم. پس تعداد (۲۸۶)

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165$$

برابر است با:

$$n(A) = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{6 \times \cancel{3!}} = 20 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20}{165} = \frac{4}{33}$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{3} + \binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{4 + 10}{84} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۸۷)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۸۸)

(از جعبه‌ی دوم و سفید) یا (از جعبه‌ی اول و سفید) = احتمال آن‌که هر دو سفید باشد

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{1}{2} \left( \frac{6}{21} + \frac{3}{36} \right) = \frac{31}{168}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. متمم «حداقل ۲ نفر در یک ماه» ← هیچ کدام در یک ماه متولد نشده‌اند. ۲۸۹

$$P(A) = 1 - \left( \frac{12}{12} \times \frac{11}{12} \times \frac{10}{12} \times \frac{9}{12} \right) = 1 - \frac{55}{96} = \frac{41}{96}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۹۰

$$n(S) = \binom{11}{3} = 165$$

$$n(A) = \binom{5}{0} \binom{6}{3} = 20$$

$\Rightarrow P(A) = \frac{20}{165} = \frac{4}{33} \Rightarrow P(A') = 1 - P(A) = \frac{29}{33}$   
 سفید نباشد      حداقل یکی سفید باشد

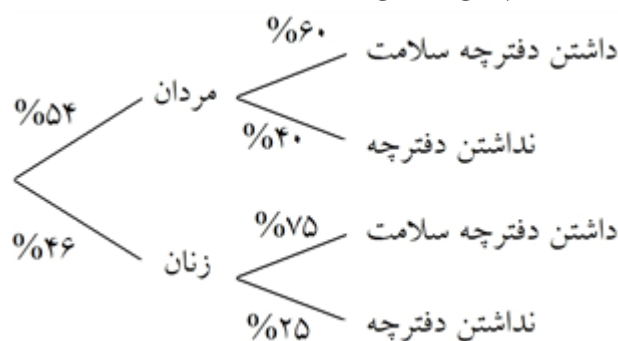
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۹۱

$$n(S) = 2^2 \times 6^1 (-, -, -) = 24 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

$$n(A) = (-, \underline{3}, \underline{2}) = 6$$

حالت  
 مضرب ۳ حداقل یک رو بیاید      مضرب ۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹۲



$$P(\text{داشتن دفترچه سلامت}) = 0.54 \times 0.6 + 0.46 \times 0.75 = 0.324 + 0.345 = 0.669$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم عددی مضرب ۶ است که هم مضرب ۲ باشد و هم مضرب ۳. اگر چهار رقم ۲ و ۱ و ۰ و ۰ کنار هم قرار داده شوند. عدد حاصل، حتماً مضرب ۳ خواهد بود. پس کفایت تعداد اعداد چهار رقمی مضرب ۲ (زوج) را محاسبه کنیم، داریم: ۲۹۳

الف) اگر رقم یکان صفر باشد.  $\boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{1} = 6$

$$\Rightarrow n(A) = 6 + 4 = 10$$

ب) اگر رقم یکان ۲ باشد.  $\boxed{2} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{1} = 4$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

$$n(S) = \boxed{3} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} = 18$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

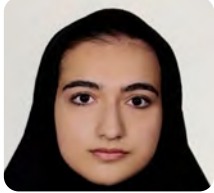
۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴

۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۲۴۵	۱	۲	۳	۴
۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۵۶	۱	۲	۳	۴

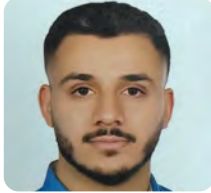
۲۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴
۲۸۱	۱	۲	۳	۴
۲۸۲	۱	۲	۳	۴
۲۸۳	۱	۲	۳	۴
۲۸۴	۱	۲	۳	۴
۲۸۵	۱	۲	۳	۴
۲۸۶	۱	۲	۳	۴
۲۸۷	۱	۲	۳	۴
۲۸۸	۱	۲	۳	۴

۲۸۹	۱	۲	۳	۴
۲۹۰	۱	۲	۳	۴
۲۹۱	۱	۲	۳	۴
۲۹۲	۱	۲	۳	۴
۲۹۳	۱	۲	۳	۴



مهديس رفيعی

اعضای مصنوعی و وسایل کمکی  
علوم پزشکی ایران



شایان جعفری

دندانپزشکی  
علوم پزشکی بندرعباس



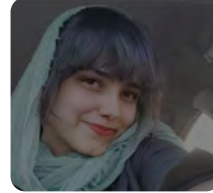
نرگس مردانی

پرستاری  
علوم پزشکی ایران



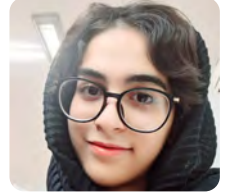
یاسینا نوروزی

پزشکی  
جندی شاپور



هانیه مصدق

پرستاری  
آزاد نیشابور



مهشید فاطمی

پزشکی  
علوم پزشکی کاشان



مبینا گودرزی

تکنولوژی اتاق عمل  
علوم پزشکی سبزوار



مأده نظری

تکنولوژی اتاق عمل  
علوم پزشکی گرگان



ابوالفضل حسینی ارسون

دندانپزشکی  
علوم پزشکی رشت



محمدحسین نظری

پزشکی  
علوم پزشکی همدان



زهرا حمدي

علوم آزمایشگاهی  
علوم پزشکی دزفول



ابراهیم هناره

دندانپزشکی  
علوم پزشکی ارومیه



هستی عباسلو

هوشبری  
علوم پزشکی رفسنجان



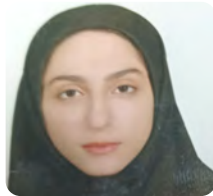
سارا مرادی

پرستاری  
دانشگاه آزاد واحد شهرکرد



شنتیا زمانی

دندانپزشکی  
علوم پزشکی شهید بهشتی



نگار دلاوری

پرستاری  
آزاد رشت



سحر درخشان

پزشکی  
آزاد نجف آباد



پریسا سادات موسوی

زیست شناسی سلولی و مولکولی  
دانشگاه تهران



سوغند تیموری

پزشکی  
علوم پزشکی کرمانشاه



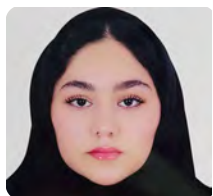
محدثه خان محمدی

تکنولوژی اتاق عمل  
علوم پزشکی زنجان



محمدصفا مارمائی

پزشکی  
علوم پزشکی گرگان



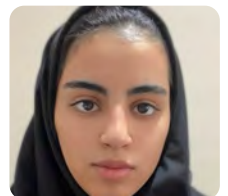
ملیکا ابراهیمی نژاد

دندانپزشکی  
آزاد بروجرد



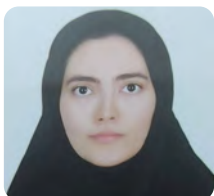
الینا بصیری

تکنولوژی اتاق عمل  
علوم پزشکی همدان



فاطمه حبیبی

پزشکی  
علوم پزشکی سمنان



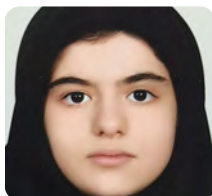
فاطمه محمد رحیمی

پرستاری  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرند



زینب رنجبر

پرستاری  
آزاد اسلامی واحد ساری



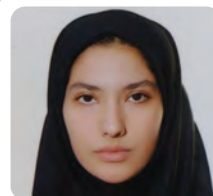
بهار اسلامی

پزشکی  
علوم پزشکی رشت



محمدامین متین

پزشکی  
علوم پزشکی دزفول



فاطمه شریفی پیرکوهی

فیزیوتراپی  
دانشگاه علوم پزشکی جندی شاپور



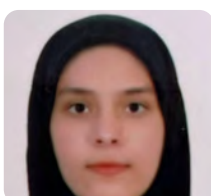
محمدفرحان کریمی

پرستاری  
علوم پزشکی بابل



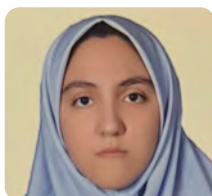
نرگس کلیج

پزشکی  
علوم پزشکی سمنان



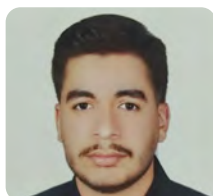
شایان جعفری

کار درمانی  
علوم توانبخشی و سلامت اجتماعی تهران



فاطمه میرزایی

پزشکی  
علوم پزشکی زنجان



محمدرضا اسپرانی

پزشکی  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد زاهدان



مینو رسولی

پزشکی  
علوم پزشکی شیراز



ساناز جعفری

علوم تغذیه  
علوم پزشکی اصفهان



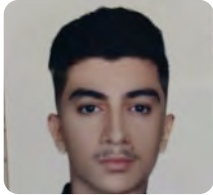
فاطمه علی پناه

پزشکی  
علوم پزشکی مازندران



الهه غلامپور

پزشکی  
علوم پزشکی مازندران



عرشیا نادری

پزشکی  
آزاد اسلامی واحد نجف آباد



هانیه اعتمادی

پرستاری  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری



زهرا حمدی

پزشکی  
علوم پزشکی زنجان



سحر قنبری

داروسازی  
علوم پزشکی کرمان



سجاد قویدل

مهندسی صنایع  
دانشگاه صنعتی اصفهان



نرگس دهاقین

داروسازی  
علوم پزشکی همدان



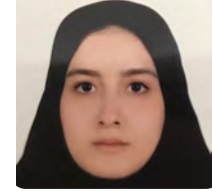
امیرعلی جهانشاهی

داروسازی  
علوم پزشکی مازندران



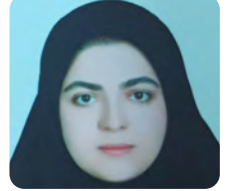
فاطمه رحمانی

دندانپزشکی  
علوم پزشکی زنجان



پاریس یوسفی

پرستاری  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرند



فرناز اقایبی

پرستاری  
علوم پزشکی کاشان



محمد اکبری

مهندسی برق  
دانشگاه صنعتی اصفهان



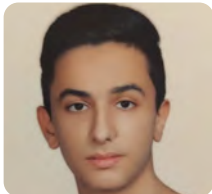
ثنا شریفی

آمار  
دانشگاه علامه طباطبایی تهران



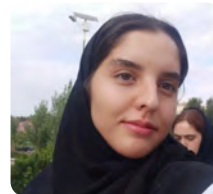
سوگند احمدی

مهندسی نفت  
دانشگاه شیراز



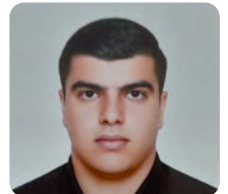
علی فتاح

مهندسی صنایع  
دانشگاه یزد



مهتاب سلیمی

ریاضیات و کاربرد ها  
دانشگاه الزهراء(س)



عرشیا شفیع زاده

مهندسی برق  
شهید باهنر کرمان



مهسا یاری

بیم سنجی  
دانشگاه شهید بهشتی تهران



محمد شیرزایی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه فردوسی مشهد



ماهان استرکی

مهندسی شیمی  
دانشگاه صنعت نفت آبادان



یاس سنجرانی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه کاشان



کوثر صحتی

مهندسی معماری  
دانشگاه خوارزمی تهران



حمید رضا بهزادی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه صنعتی شریف



مهلا الهی

مهندسی علم و مواد  
دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل



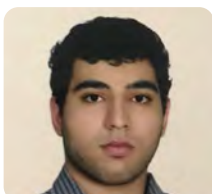
محمد هادی تاجیکی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه شهید رجایی



آرمن دارابی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه قم



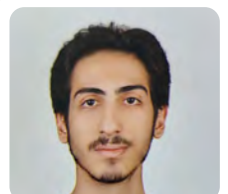
حامد لاوی

مهندسی شیمی  
صنعتی نوشیروانی بابل



مبینا مروتی

حسابداری  
دانشگاه تهران



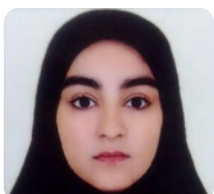
محمد حسن نوابی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه بوعلی همدان



ساره کریمی

اقتصاد  
دانشگاه خوارزمی تهران



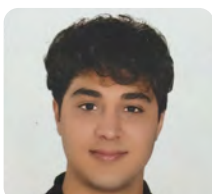
مبینا رودنی

حسابداری  
دانشگاه زاهدان



زینب میرزائی

حسابداری  
دانشگاه اراک



ایلید پورمهدی

سینما  
دانشگاه دامغان



فهیمه امیری مقدم

نوازندگی موسیقی جهانی  
دانشگاه تهران



نگار مشهدی

عکاسی  
دانشگاه سمنان