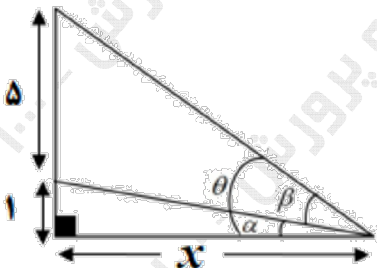


سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید. الف) اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً نزولی باشند، تابع $f + g$ نیز در آن فاصله اکیداً نزولی است. ب) اگر $x = c$ طول یک نقطه اکسترمم نسبی تابع f باشد، آن گاه $f'(c) = 0$.	۰.۵	
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) تابع $f(x) = (x - 2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید. نمودار f^{-1} از ناحیه محورهای مختصات عبور نمی کند. ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$ برابر است. پ) اگر $f'(4) = 2$ و $f(4) = -1$ ، خط مماس بر نمودار f در $x = 4$ ، محور y ها را در نقطه ای به عرض قطع می کند.	۰.۷۵	
۳	نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است، نمودار تابع $y = -f(2x - 1)$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.	۱.۲۵	
۴	الف) اگر چندجمله ای $p(x) = x^3 + mx + 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x + 1$ را به دست آورید. ب) چندجمله ای $x^5 - 1$ را طوری تجزیه کنید که $x - 1$ یک عامل آن باشد.	۱.۲۵	
۵	نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. با فرض $a > 0$ ، مقادیر a ، b و c را به دست آورید.	۱	

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۶	معادله $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.			
۷	نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه β و x به صورت زیر است.  $\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$			
۸	حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است). الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1)$			
۹	مجانب های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{2x - 1}{x^3 + 2x}$ را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید.			
۱۰	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را در نقطه $x = 0$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید.			
۱۱	اگر $f'(1) = 3$، $g'(1) = 5$ و $f(1) = 1$، مقدار مشتق $(f + g) \text{ of } x$ در $x = 1$ را به دست آورید.			
۱۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (x^3 + 1)^2 (\sqrt{3x + 2})$ ب) $g(x) = \sin^2 3x + \tan(x^2)$			
۱۳	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می آید. (t برحسب ثانیه) الف) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $[3, 4]$ را به دست آورید. ب) لحظه ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر 20 m/s است.			
۱۴	مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 12x$ در بازه $[-1, 3]$ را به دست آورید.			
۱۵	مقادیر a، b و c را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ طوری به دست آورید که در نقطه $(3, -1)$ اکسترمم نسبی داشته باشد و $x = 1$ طول نقطه عطف آن باشد.			
۱۶	جدول رفتار و نمودار تابع $y = (x + 2)(x - 4)^2$ را رسم کنید.			

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) درست (صفحه ۲۲) (۰/۲۵) ب) نادرست (صفحه ۱۱۶) (۰/۲۵)	۰/۵
۲	الف) چهارم (صفحه ۲۱) (۰/۲۵) ب) $-\infty$ (صفحه ۵۰) (۰/۲۵) پ) ۹- (صفحه ۸۳) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	دامنه: $(-\infty, 3]$ (۰/۲۵) برد: $[0, +\infty)$ (۰/۲۵) رسم نمودار: (۰/۷۵) (صفحه ۱۲) توضیحات جهت تصحیح: در رسم نمودار، هر قسمت که درست رسم شده است، (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. در صورتیکه دانش آموزی نمودار را اشتباه رسم کرده، اما مطابق آن نمودار اشتباه، دامنه یا برد را درست نوشته است، نمره دامنه یا برد منظور شود.	۱/۲۵
۴	الف) $p(2)=0 \Rightarrow 8+2m+2=0 \Rightarrow m=-5$ (۰/۲۵) $p(-1)=6$ (۰/۲۵) ب) $x^5-1=(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$ (۰/۵) (صفحه ۲۰ و ۲۲) توضیحات جهت تصحیح: اگر دانش آموزی از روش تقسیم معمولی مسئله را حل کند، نمره کامل تعلق گیرد. اگر دانش آموزی مقدار m را اشتباه به دست آورد و قسمت دوم (الف) را بر اساس آن مقدار، درست حل کند، به قسمت دوم نمره تعلق گیرد. در قسمت (ب)، اگر علامت قسمت دوم تجزیه، یکی در میان مثبت و منفی گذاشته شده باشد، ۰/۲۵ نمره تعلق گیرد.	۱/۲۵
۵	$T = \pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b = 2 \xrightarrow{b < 0} b = -2$ (صفحه ۲۸) (۰/۲۵) $\begin{cases} c=1 & (0/25) \\ a =2 \xrightarrow{a>0} a=2 & (0/25) \end{cases}$	۱
۶	روش اول: $\begin{cases} 2x = 2k\pi + x & (0/25) \\ 2x = 2k\pi + \pi - x & (0/25) \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi & (0/25) \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} & (0/25) \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ روش دوم: $2 \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (2 \cos x - 1) = 0$ (۰/۲۵) $\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi & (0/25) \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} & (0/5) \end{cases}$ (صفحه ۳۹) در روش دوم، اگر دانش آموز جواب $\sin x = 0$ را به صورت $2k\pi + \pi$ ، $x = 2k\pi$ نوشته باشد، نمره تعلق گیرد.	۱
ادامه پاسخها در صفحه دوم		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x} \cdot \frac{1}{x}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} = \frac{5x}{x^2 + 6} \quad (\text{صفحه } ۴۳)$ (اگر دانش آموز از مفهوم شیب و رابطه $\tan \beta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$ در حل مسئله استفاده کند، (۰/۲۵) بارم این قسمت تعلق گیرد.) $\tan \theta = \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{\frac{1}{x} + \tan \beta}{1 - \frac{1}{x} \tan \beta} \Rightarrow$ $\frac{6}{x} - \frac{6}{x^2} \tan \beta = \frac{1}{x} + \tan \beta \Rightarrow \tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6} \quad (\text{صفحه } ۴۳)$	۱
۸	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (\text{صفحه } ۵۳)$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \quad (\text{صفحه } ۶۶)$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty \quad (\text{صفحه } ۶۵)$	۱/۵
۹	$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \quad (۰/۲۵) \end{array} \right\} \Rightarrow x = 0 \text{ مجانب قائم} \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 1}{x^3 + 2x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی} \quad (۰/۲۵)$ توضیحات: اگر دانش آموزی محاسبات حد را برای مجانب قائم ننوشته است اما مجانب قائم و افقی را تعیین کرده و شکل را درست رسم کرده باشد، فقط (۰/۲۵) از نمره کل کسر شود. 	۱/۲۵
ادامه پاسخ‌ها در صفحه سوم		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

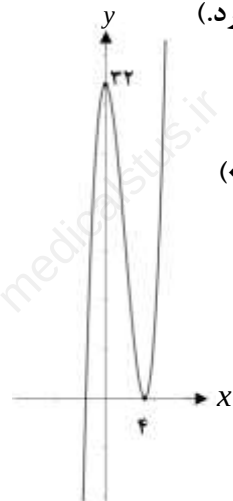
۱۰	روش اول: $\left. \begin{aligned} f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ x - 0}{x} = -1 \quad (0/5) \\ f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 0}{x} = 0 \quad (0/5) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_-(0) \neq f'_+(0) \quad (0/5) \text{ مشتق ناپذیر}$ روش دوم: $\left. \begin{aligned} f'_-(0) &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{ h - 0}{h} = -1 \quad (0/5) \\ f'_+(0) &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h^2 - 0}{h} = 0 \quad (0/5) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_-(0) \neq f'_+(0) \quad (0/5) \text{ مشتق ناپذیر}$ (صفحه ۱۰۱)	۱/۵
۱۱	روش اول: $((f+g) \circ f)'(1) = \underbrace{f'(1) \times (f+g)'(f(1))}_{(0/25)} = \underbrace{f'(1) \times (f'(1) + g'(1))}_{(0/5)} = 3 \times (3+5) = 24$ روش دوم: $((f+g) \circ f)'(1) = \underbrace{(f \circ f)'(1) + (g \circ f)'(1)}_{(0/25)} = f'(1) \times f'(f(1)) + f'(1) \times g'(f(1)) \quad (0/25)$ $= 3 \times 3 + 3 \times 5 = 24 \quad (0/25)$ (صفحه ۹۵ و ۹۶)	۰/۷۵
۱۲	الف) $f'(x) = \underbrace{2 \times 2x^2(x^3+1)}_{(0/25)} \underbrace{(\sqrt{3x+2})}_{(0/25)} + \underbrace{\frac{2}{2\sqrt{3x+2}}}_{(0/25)} \underbrace{(x^3+1)^2}_{(0/25)}$ ب) $g'(x) = \underbrace{2 \times 3 \times \cos 3x \sin 3x}_{(0/5)} + \underbrace{2x(1 + \tan^2(x^2))}_{(0/5)}$ (صفحه ۱۰۱) اگر دانش آموزی به صورت $3 \sin 6x$ بنویسد، (۰/۵) نمره باریم این قسمت تعلق گیرد.	۲

ادامه پاسخها در صفحه چهارم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵	الف) $\frac{h(4)-h(3)}{4-3} = \frac{80-75}{1} = 5$ (۰/۲۵) سرعت متوسط: $h'(3/5) = -10(3/5) + 40 = 5$ (۰/۲۵) ب) $h'(t) = -10t + 40 \Rightarrow -10t + 40 = 20 \Rightarrow t = 2$ (۰/۵) (صفحه ۱۰۷)	۱۳																								
۱/۵	$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \times$ (۰/۲۵) $\left. \begin{array}{l} f(-1) = 11 \quad (0/25) \\ f(2) = -16 \quad (0/25) \\ f(3) = -9 \quad (0/25) \end{array} \right\} \Rightarrow \max \text{ مطلق} = 11$ (۰/۲۵) (صفحه ۱۲۵)	۱۴																								
۱/۵	$f(3) = -1 \Rightarrow 27 + 9a + 3b + c = -1$ (۰/۲۵) $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(3) = 0 \Rightarrow 27 + 6a + b = 0$ (۰/۲۵) $f''(x) = 6x + 2a \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6 + 2a = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -9 \\ c = 26 \end{cases}$ (۰/۲۵) (صفحه ۱۲۶ و ۱۳۶)	۱۵																								
۱/۷۵	$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, 4$ (۰/۲۵) اگر دانش آموزی مشتق را به صورت $(x-4)^2 + 2(x+2)(x-4) = (x-4)(3x)$ بنویسد، (۰/۲۵) بارم این قسمت تعلق گیرد. $y'' = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2$ (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۵)  <table border="1"> <tr> <th>x</th> <td>$-\infty$</td> <td>۰</td> <td>۲</td> <td>۴</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <th>y'</th> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <th>y''</th> <td>-</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <th>y</th> <td>$-\infty$</td> <td>۳۲</td> <td>۱۶</td> <td>۰</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> ماکزیمم عطف مینیمم (۰/۵) (صفحه ۱۳۹)	x	$-\infty$	۰	۲	۴	$+\infty$	y'	+	۰	-	۰	+	y''	-	-	۰	+	+	y	$-\infty$	۳۲	۱۶	۰	$+\infty$	۱۶
x	$-\infty$	۰	۲	۴	$+\infty$																					
y'	+	۰	-	۰	+																					
y''	-	-	۰	+	+																					
y	$-\infty$	۳۲	۱۶	۰	$+\infty$																					
۲۰	جمع بارم																									