

Konkur Core

✦ ریاضیات گسسته دوازدهم - رشته ریاضی ✦



MEDICAL STUS

خوبیا برمیگرده

اشتراک



مدیکال پلاس

تمام آموزش‌های مدیکال، در یک اشتراک!

اشتراک MEDICAL PLUS فقط شامل محصولات آموزشی زیر است

73CORE

73 CORE



- آموزش پربازده کنگور
- به جای اتلاف وقت، برو سر اصل مطلب!
- جزوات هدفمند و به‌روز
- تدریس اسکرین رکورد
- تمرکز بر تیپ تست‌های پرتکرار

جاده نهایی



- روزی فقط ۱ ساعت برای ۲۰ نهایی
- برنامه تا خود امتحانات
- جزوه کامل و به‌روز
- فیلم آموزشی متناسب با جزوه
- تمرین + نمونه سوال + آزمون

جاده نهایی

کاملاً ویرایش شده برای ۲۰ نهایی

صد فرهنگیان



- ۲۵ ساعت آموزش کامل اختصاصی فرهنگیان
- هوش + تعلیم و تربیت + دین و زندگی
- جزوه و تدریس کامل (حدود ۲۵ ساعت)
- جزوه کامل مصاحبه (۱۰۰ صفحه)
- دسترسی به گروه VIP آزمون

مزایای اشتراک مدیکال پلاس



دسترسی کامل به سه محصول برتر آموزشی



آپدیت مداوم محتوا



دسترسی دائمی و نامحدود



پشتیبانی شروع کار (ویژه اشتراک ۳ ساله)



ضمانت عودت وجه تا ۱۴ روز



با یک اشتراک، سه محصول قدرتمند آموزشی را در اختیار شماست!



@medical_stus



medicalstus.ir



خوبیا برمیگرده





طرح‌های مشاوره

۳ سطح پشتیبانی، متناسب با نیاز تو



MENTORING

برای دانش‌آموزان
خودران و مستقل



تماس
هفتگی



گزارش
شبهانه



آزمونای مبحثی
و کویزای شبهانه



بدون
برنامه‌ریزی



اگه خودت برنامه می‌ریزی و فقط به همراه مطمئن
لازم داری تا ادامه بدی و بهتر بشی، این طرح برای تونه!



TASK PLAN

برای دانش‌آموزان
نیازمند برنامه کامل



تماس
هفتگی



گزارش
شبهانه



آزمونای مبحثی
و کویزای شبهانه



برنامه‌ریزی
شخصی



اگه می‌خوای از صفر تا صد، با یه برنامه شخصی دقیق
و منظم جلو بری و هیچ چیزی رو از دست ندی!



TASK PLAN PRO

برای دانش‌آموزان
با نیاز به پشتیبانی بالا



۲ تماس
در هفته



۲ گزارش
در روز



آزمونای مبحثی
و کویزای شبهانه



برنامه‌ریزی
شخصی



اگه می‌خوای پیشترین پیگیری و همراهی رو داشته باشی
و با قدرت و تمرکز کامل به هدفت برسی!



امکان تغییر مشاور
تغییر مشاور در صورت
نیاز، سریع و راحت



امکان خروج در صورت
کم‌کاری مشاور
اگه عملکرد مشاور رضایت‌بخش
نیود، می‌تونی خارج بشی



سیستم آزمونی مداوم
با سوالات به روز
سوالات مداوم و به‌روز متناسب
با سطح و برنامه‌ات



پشتیبانی واقعی
در کنار تو هستیم
تا به هدفت برسی



با هر طرح مشاوره، اشتراک **MEDICAL PLUS** با تخفیف ویژه در دسترسه!

سوال ۸۲

فصل اول: آشنایی با نظریه اعداد

۱ اگر n عدد صحیح و زوج باشد و $1 + m|n$ و $2 + k|m$ در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $3 + k^2 + m^2$ بر 8 کدام است؟

۱ ۴۳ ۳۵ ۲۷ ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲ اگر عدد طبیعی $a > 3$ اعداد $2 + 7m$ و $4 + 11m$ را عا کند، کدام مورد نمی‌تواند عدد اول بزرگ‌تر از 3 باشد؟

 $ak + 7$ ۴ $ak + 5$ ۳ $ak + 3$ ۲ $ak + 1$ ۱

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۴ تیرماه

۳ عدد صحیح a مضرب 6 و باقیمانده تقسیم آن بر 17 برابر 11 است. باقیمانده تقسیم $\frac{a}{3}$ بر 17 کدام است؟

۶ ۴۸ ۳۱۱ ۲۱۵ ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴ به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله $57x + 133y = 22n - 1$ دارای جواب است. مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد دو رقمی n ، کدام است؟

۴ ۴۳ ۳۶ ۲۵ ۱

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۳

۵ مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $76x + 124y = 364$ صدق می‌کند، کدام است؟

۴ ۴۵ ۳۱۰ ۲۱۱ ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶ با قرار دادن عدد سه رقمی $\overline{a \cdot a \cdot a}$ بین دو رقم مشابه a ، عدد جدید ساخته می‌شود. حداکثر چند عدد اول می‌تواند a را بشمارد؟

۳ ۴۲ ۳۱ ۲صفر ۱

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۲ تیرماه

۷ مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $63x + 77y = 273$ صدق می‌کند، کدام است؟

۹ ۴۸ ۳۵ ۲۴ ۱

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۲ تیرماه

۸ اگر عدد دو رقمی \overline{aa} را بین ارقام a و $2a$ قرار دهید، عدد جدید ساخته می‌شود، حداکثر چند عدد طبیعی می‌تواند a را عاد کند؟

۱ ۴۲ ۳۳ ۲۴ ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹ اگر m کوچک‌ترین عضو مثبت مجموعه $\{407r + 592s \mid r, s \in \mathbb{Z}\}$ باشد، مجموع ارقام m کدام است؟

۱۱ ۴۱۰ ۳۷ ۲۲ ۱

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۰ عدد صحیح a مضرب ۸ و باقیمانده تقسیم آن بر ۲۳ برابر ۵ است. باقیمانده تقسیم $\frac{a}{4}$ بر ۲۳ کدام است؟

۱۹ ۴۱۳ ۳۷ ۲۵ ۱

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۳

۱۱ معادله $17x + 18y = 987$ در مجموعه اعداد طبیعی، چند دسته جواب دارد؟

۳ ۴۴ ۳۵ ۲۶ ۱

سراسری - ریاضی - دی ۱۴۰۱

۱۲ باقیمانده تقسیم عدد $9 \times (24^{23} - 21^{23})$ بر عدد ۵۶ چقدر است؟

۱ ۴۳ ۳۵ ۲۷ ۱

سراسری - ریاضی - دی ۱۴۰۱

۱۳ جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $11x + 15y = 209$ به صورت $x = a - bk$ و $y = c + dk$ ، $k \in \mathbb{Z}$ هستند. اگر a, b, c و d مثبت باشند، به ازای چند مقدار صحیح k ، حاصل $x + y$ مثبت است؟

۱ ۴۲ ۳۳ ۲۴ ۱

سراسری - ریاضی - رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۴ دو عدد $1 + a^2$ و $3 - 6a$ رقم یکسان برابری دارند. رقم یکسان $a^2 - a$ کدام است؟

۸ ۴۶ ۳۴ ۲۲ ۱

سراسری - ریاضی - رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۵ چند نقطه با مختصات صحیح، روی تابع هموگرافیک $y = \frac{x+3}{2x-1}$ قرار دارد؟

۴ ۴۳ ۳۲ ۲۱ ۱

سراسری - ریاضی - رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۶ معادله‌های هم‌نهشتی $8x \equiv n - 1$ و $8x \equiv 2n^2 + 4$ دارای جواب هستند. اگر $(8, m) = d$ و $d \neq 1$ باشد، مقدار d کدام است؟

۸ ۴۵ ۳۴ ۲۲ ۱

سراسری - ریاضی - رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۷ اگر l بزرگ‌ترین عدد سه رقمی باشد که در معادله سیاله خطی $15x + 21y = 9$ صدق کند، مقدار قرینه x کدام است؟

۱۳۹۰ ۴۱۳۹۱ ۳۱۳۹۹ ۲۱۳۹۸ ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۸) رقم یکان عدد $(2! + 4! + \dots + 26!)(1! + 3! + 5! + \dots + 25!)$ کدام است؟

۸ ۵ ۳ ۲

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۹) معادله‌های هم‌نهشتی $ax \equiv n^2 + 3n$ و $ax \equiv 2n + 1$ دارای جواب هستند. سه برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک a و 5 ، کدام است؟

۳ ۶ ۹ ۱۵

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۰) چند عدد طبیعی کوچک‌تر از 6000 با مجموع ارقام 8 وجود دارد؟

۱۵۸ ۱۶۴ ۱۶۵ ۱۵۵

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۱

۲۱) اگر x و y هر دو عدد طبیعی باشند، معادله سیاله خطی $12x + 11y = 759$ چند جواب دارد؟

۶ ۵ ۴ ۳

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۱

۲۲) دو عدد $1 - a^2$ و $6 + 14a$ ، رقم یکان برابری دارند. رقم یکان $a^2 + a$ کدام است؟

۸ ۷ ۳ ۲

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۱

۲۳) نقاط (a, b) روی منحنی $y = \frac{3x - 1}{x + 2}$ قرار دارند. اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

۴ ۳ ۲ ۱

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۱

۲۴) مجموع باقیمانده و خارج‌قسمت تقسیم عدد طبیعی a بر 13 برابر 17 است. احتمال این‌که باقیمانده‌ی تقسیم $a - 8$ بر 36 برابر 21 باشد، کدام است؟

 $\frac{3}{13}$ $\frac{4}{13}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{6}{13}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۵) اگر m کوچک‌ترین عدد طبیعی باشد که $m!$ بر 30 بخش‌پذیر باشد، آنگاه باقیمانده‌ی تقسیم m^{322} بر 31 ، کدام است؟

۲۵ ۵ ۱ صفر

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۶) تعداد اعداد شش رقمی به صورت \overline{abaaba} که مضرب 88 باشند، کدام است؟

۶ ۸ ۹ ۱۰

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۷) اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد صحیح $x = 6^m \times 10^n$ ، 35 واحد از تعداد مقسوم‌علیه‌های $15x$ کمتر باشد، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار ممکن برای x ، کدام است؟

۸۷۰۴ ۶۴۰۰ ۲۳۰۴ ۱۲۹۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۸ تعداد اعداد سه و چهار رقمی مضرب ۹ که مکعب کامل باشند، کدام است؟ $(\sqrt{10} \cong 2/1)$

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲۹ اگر m بزرگترین عدد طبیعی باشد که $36 \equiv (10 - m)! \pmod{26}$ ، آن گاه باقیمانده‌ی تقسیم m^{13} بر ۱۵، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۳۰ اگر خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی $a > 9$ بر ۱۱، ۳ واحد بیش‌تر از باقیمانده‌ی آن باشد، احتمال این‌که عدد $a - 9$ بر ۲۴ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

- $\frac{13}{22}$ (۱) $\frac{6}{11}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{11}$ (۴)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۳۱ میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد سه رقمی به صورت \overline{aba} که مضرب عدد ۱۲ باشند، کدام است؟

- ۳۴۸ (۱) ۵۴۰ (۲) ۵۷۰ (۳) ۵۷۴ (۴)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۳۲ تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $x = 2^m \times 5^n$ از تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت صحیح $\frac{x}{4}$ ، ۱۲ واحد بیش‌تر است. حداقل مقدار x ، کدام است؟

- ۶۴۰ (۱) ۸۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۲۸۰ (۴)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۳۳ تعداد اعداد پنج رقمی مضرب ۱۸ که مربع کامل هستند، کدام است؟ $(\sqrt{10} \cong 3/16)$

- ۳۵ (۱) ۳۶ (۲) ۳۷ (۳) ۳۸ (۴)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۳۴ برای هر عدد طبیعی n داریم $n! = 2^{a_1} \times 3^{a_2} \times 5^{a_3} \times \dots$ مقدار $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ به ازای $n = 20$ ، کدام است؟

- ۲۸ (۱) ۳۲ (۲) ۳۶ (۳) ۴۰ (۴)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۳۵ پنج برابر عدد دو رقمی \overline{aa} را در سمت چپ \overline{aa} قرار داده و آن را m می‌نامیم. m همنهشت کدام عدد زیر، به پیمانه‌ی ۱۸۳۷ است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۳۶ اگر عدد $1 - 2^n$ بر عدد ۱۰۵ بخش‌پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی n کدام است؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۳۷ در مجموعه‌ی اعداد طبیعی اگر $d = (3n^2 - 2n + 6, 3n + 5)$ و $d \neq 1$ باشد، عدد d کدام است؟

- ۴۱ (۱) ۴۳ (۲) ۴۷ (۳) ۵۳ (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۳۸ فرض کنید خارج قسمت و باقی مانده‌ی تقسیم عدد طبیعی سه رقمی m به ترتیب، ۲۹ و ۱۷ باشند. تعداد عددهای طبیعی m بخش پذیر بر ۵، کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۳۹ عدد چهار رقمی \overline{aabb} مجذور عدد دو رقمی \overline{cc} است. $a - b$ ، کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

سراسری - ریاضی - ۹۹

۴۰ اگر عدد $1 - 2^n$ بر عدد ۲۱۷ بخش پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی n ، کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

سراسری - ریاضی - ۹۹

۴۱ کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک آن ها است. اگر مجموع این دو عدد ۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

- ۱) ۴۲ ۲) ۴۸ ۳) ۵۲ ۴) ۵۶

سراسری - ریاضی - ۹۹

۴۲ چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی مانده‌ی تقسیم آن اعداد بر ۴۳۰، با مجذور خارج قسمت، برابر باشد؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

سراسری - ریاضی - ۹۹

۴۳ باقی مانده‌ی تقسیم عدد 5^{20} بر ۴۱، کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۷ ۴) ۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۴ معادله‌ی سیاله‌ی $9x + 13y = 725$ ، در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۵ به ازای بعضی از مقادیر، $n \in \mathbb{N}$ اگر $\alpha | 11n + 3$ و $\alpha | 5n + 4$ و $\alpha \neq 1$ ، آن گاه تعداد اعداد دورقمی n در این حالت، کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۶ با توجه به نمادهای «بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک و کوچک ترین مضرب مشترک» عدد $[154, (429, 627)]$ ، کدام است؟

- ۱) ۴۶۲ ۲) ۴۷۸ ۳) ۵۰۶ ۴) ۹۲۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۷ تعداد اعداد دو رقمی a به طوری که $a \equiv 1 \pmod{19}$ (پیمانه ۱۹) $11^a \equiv 1$ کدام است؟

- ۱) ۲۵ ۲) ۲۷ ۳) ۲۸ ۴) ۳۰

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۸ اگر باقیمانده‌ی تقسیم عددی بر ۹ و ۱۳ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، باقیمانده‌ی تقسیم این عدد بر ۳۹ کدام است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۲۰ ۳) ۲۱ ۴) ۲۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۹ عدد پنج رقمی $N = \overline{a73b8}$ بر ۴۴ بخش پذیر است. باقی مانده‌ی تقسیم کوچک‌ترین عدد N بر ۹، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۰ باقی مانده‌ی تقسیم عدد طبیعی A بر اعداد ۵ و ۷ و ۱۱ به ترتیب ۲ و ۴ و ۸ می‌باشند. باقی مانده‌ی تقسیم بزرگ‌ترین عدد سه رقمی A بر عدد ۲۳، کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۱ در اثبات استقرای ریاضی «به ازای هر عدد طبیعی n ، عبارت $\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$ یک عدد طبیعی است.» از کدام رابطه بدیهی استفاده می‌شود؟

 $(k+1)^{2 \in \mathbb{N}}$ (۴) $k^2 + k \in \mathbb{N}$ (۳) $k^2 + k + 2 \in \mathbb{N}$ (۲) $k^2 - k \in \mathbb{N}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۲ به ازای کدام مقادیر n از عدد طبیعی، عبارت $2^{n+1} + 2^{n+4} + 5^{2n+1}$ ، بر عدد ۲۳ بخش پذیر است؟

فقط اعداد مضرب ۷ (۴)

فقط اعداد زوج (۳)

فقط اعداد فرد (۲)

تمام اعداد (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۳ اگر عدد طبیعی به صورت $2n + 1$ بر ۵ بخش پذیر باشد. باقیمانده‌ی عدد طبیعی به صورت $6 + 19n + 14n^2$ بر عدد ۲۵، کدام است؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۴ به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی n ، اعداد $4n + 1$ و $5n - 3$ نسبت به هم اول‌اند؟

۸۵ (۴)

۸۴ (۳)

۸۲ (۲)

۸۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۵ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد طبیعی برابر ۱۸ و تفاضل مربعات این دو عدد، ۲۲۶۸ می‌باشد. رقم یکان عدد بزرگ‌تر، کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۶ چند عدد پنج رقمی به صورت $\overline{a35b2}$ ، بخش پذیر بر ۳۶ موجود است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۷ به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی n ، دو عدد به صورت‌های $5n + 4$ و $13n - 3$ ، نسبت به هم غیر اول‌اند؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۸ عدد شش رقمی \overline{ababab} برابر حاصل ضرب ۱۱۱ در مربع کامل یک عدد است، مجموع دو رقم a و b کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵۹ اگر به ازای برخی از اعداد طبیعی n ، دو عدد $۷ + ۱۲n$ و $۲ - ۵n$ نسبت به هم اول نباشند، آنگاه بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک این دو عدد، کدام است؟

۸۹ (۴)

۸۳ (۳)

۶۷ (۲)

۵۹ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۰ اگر یک عدد چهاررقمی به صورت $\overline{a۷۰b}$ مضرب ۴۴ باشد، ولی مضرب ۵۵ نباشد، آنگاه $a + b$ کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۱ کدام عدد حکمیت «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت» را نقض می‌کند؟

۶۴ (۴)

۵۶ (۳)

۴۶ (۲)

۴۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۲ معادله‌ی سیاله‌ی $۲۵x + ۱۲y = ۱۱۱۰$ بر روی مجموعه‌ی اعداد طبیعی (N) چند زوج جواب دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۳ به ازای اعداد طبیعی $۱ \leq n \leq ۵۰$ ، در چند حالت دو عدد $۷ + ۴n$ و $۹ + ۵n$ نسبت به هم اول‌اند؟

۵۰ (۴)

۴۹ (۳)

۴۸ (۲)

۴۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۴ اگر عدد طبیعی پنج‌رقمی $\overline{۵abb۶}$ بر عدد ۹۹ بخش‌پذیر باشد، رقم b کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۵ چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۲۷۳ که نسبت به ۲۷۳ اول باشد، وجود دارد؟

۱۶۴ (۴)

۱۵۲ (۳)

۱۴۸ (۲)

۱۴۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۶ باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $۱۳^{۴۳}$ بر عدد ۱۷ کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۷ عدد طبیعی N در پایه‌ی ۷ به صورت $\overline{(a۵۱b)}$ نوشته شده. اگر N مضرب ۹ باشد، چند جواب برای مقادیر a وجود دارد؟ ($a \neq ۰$)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۸ از رابطه‌ی هم‌نهشتی (پیمانه‌ی ۹) $۱۲b \equiv ۱۸a$ ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

۳a ≡ ۲b (پیمانه ۳) (۴)

۳a ≡ b (پیمانه ۳) (۳)

b ≡ ۰ (پیمانه ۳) (۲)

a ≡ ۰ (پیمانه ۲) (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۶۹ به ازای هر عدد طبیعی n ، دو عدد $۷ + ۲n$ و $۳ - ۱۱n$ نسبت به هم اول‌اند. بیشترین مقدار n کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۹ (۳)

۳۷ (۲)

۳۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۰) اگر باقی مانده‌ی تقسیم عدد صحیح a بر ۹ و ۷ به ترتیب ۵ و ۶ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم عدد a بر ۶۳ چگونه است؟

- ۱) عدد اول ۲) مضرب ۲ ۳) مضرب ۳ ۴) مضرب ۵

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۱) برای خرید کتاب به قیمت ۷۵۰ تومان، به تعداد A بن دویست تومانی و B بن یکصد و پنجاه تومانی پرداخت نموده‌ایم. حداقل $A + B$ کدام است؟

- ۱) ۳۵ ۲) ۳۶ ۳) ۳۷ ۴) ۳۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۲) به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی n ، اعداد $۵ - ۱۲n$ و $۴ + ۹n$ نسبت به هم اول نیستند؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۳) عدد $A + ۱۳ \times ۷^{۵۴}$ بر ۴۳ بخش پذیر است، کوچکترین عدد طبیعی A ، کدام است؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۲۸ ۳) ۲۹ ۴) ۳۰

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۴) به ازای چند عدد دو رقمی n دو عدد طبیعی $۲ + ۹n$ و $۵ - ۱۱n$ نسبت به هم غیر اول اند؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۵) چند عدد اول P وجود دارد به طوری که $P + ۱$ مجذور کامل یک عدد طبیعی باشد؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۶) چند عدد طبیعی a کوچکتر از ۲۳۱، با شرط $[۲۳۱, a] = ۲۳۱a$ وجود دارد؟

- ۱) ۱۱۶ ۲) ۱۱۸ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۷) به ازای چند عدد طبیعی n ، هر دو عدد $۷n + ۵$ و $۱۱n + ۲$ ، مقسوم علیه مشترک برابر ۳ دارند؟

- ۱) هیچ عدد ۲) یک عدد ۳) دو عدد ۴) بی شمار عدد

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۸) معادله‌ی همنهشتی (پیمانه ۳۱) $۷۲x \equiv ۱ \pmod{۳۱}$ در مجموعه‌ی اعداد طبیعی سه رقمی چند جواب دارد؟

- ۱) ۲۹ ۲) ۳۰ ۳) ۳۲ ۴) ۳۳

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۷۹) دو عدد $A = ۲^۳ \times ۳^۴ \times ۵^۳ \times ۷^۲$ و $B = ۲^۵ \times ۳^۲ \times ۵^{\alpha} \times ۱۱$ دارای ۲۳ مقسوم علیه مشترک مثبت و غیر یک می‌باشند. تعداد تمام مقسوم علیه‌های مثبت کوچکترین مضرب مشترک این دو عدد، کدام است؟

- ۱) ۳۶۰ ۲) ۴۸۰ ۳) ۵۴۰ ۴) ۷۲۰

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۰) باقی مانده تقسیم عدد $۲^{۶۰} - ۳^{۶۰} + ۲^{۶۰}$ ، بر عدد ۳۵ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۱) به ازای برخی از اعداد طبیعی n ، دو عدد به صورت‌های $11n + 7$ و $9n + 2$ نسبت به هم اول نیستند. کوچک‌ترین مقدار n در این حالت، مضرب کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۲) باقی‌مانده تقسیم عددی بر اعداد ۱۱ و ۱۴ و ۱۵ به ترتیب ۵ و ۸ و ۹ می‌باشد. کوچک‌ترین این اعداد مضرب کدام است؟

۴۵ (۴)

۴۲ (۳)

۳۸ (۲)

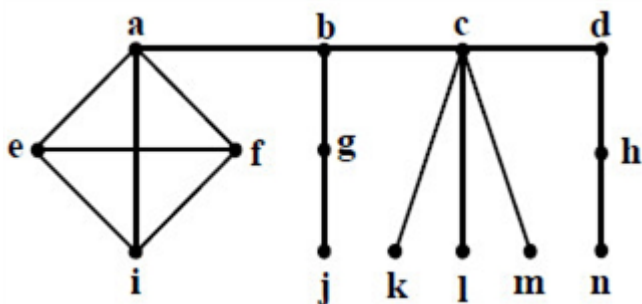
۳۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

سوال ۴۴

فصل دوم: گراف و مدل سازی

۸۳) در گراف شکل مقابل، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای این گراف وجود دارد به طوری که همسایگی‌های بستهٔ عضوهای مجموعه احاطه‌گر مینیمم، افزایی برای مجموعه رئوس این گراف باشند؟



۱ (۴)

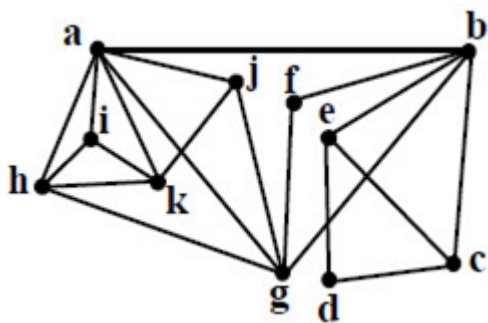
۲ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۴) در گراف شکل مقابل، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای این گراف وجود دارد به طوری که هر رأس گراف فقط متعلق به یکی از همسایگی‌های بستهٔ اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمم باشد؟



صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۴ تیرماه

۸۵) در گراف G ، $p(G) > 4$ و $\delta(G) \geq 3$ است. اگر طول بلندترین دور در گراف G برابر ۴ باشد، کمترین مقدار $p(G)$ کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

سراسری - ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۸۶) در گراف G ، $\Delta(G) + \delta(G) = 12$ ، $\Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 2$ و G با حداقل تعداد رأس رسم شده است. اگر \bar{G} همبند باشد، کمترین تعداد یال‌های آن کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸۷ در گراف G ، $\Delta(G) + 2\delta(G) = 17$ ، $\Delta(\overline{G}) - \delta(\overline{G}) = 2$ و G با حداقل تعداد رأس رسم شده است. اگر \overline{G} همبند باشد، بیشترین تعداد یال‌های گراف G ، کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۶ (۳)

۲۸ (۲)

۳۰ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۸۸ حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G برابر ۴۳۲ است. اگر گراف G با حداقل تعداد یال رسم شود، حاصل $\delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$ کدام است؟

۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

۲۹ (۲)

۳۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸۹ در گراف G ، $|V(G)| = 8$ و $|E(G)| = 24$ است. کمترین مقدار ممکن برای $\delta(G)$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۹۰ حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G ، ۴۸ است. اگر تعداد رأس‌ها با درجه رأس یک حداقل باشد، حاصل $\Delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$ کدام می‌تواند باشد؟

۱۳ (۴)

۱۹ (۳)

۱۱ (۲)

۱۷ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۹۱ اگر در گراف ساده G ، $|V(G)| = 18$ ، $\Delta(G) = 8$ و $\delta(G) = 3$ باشند، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای اندازه گراف G کدام است؟

۳۷ (۴)

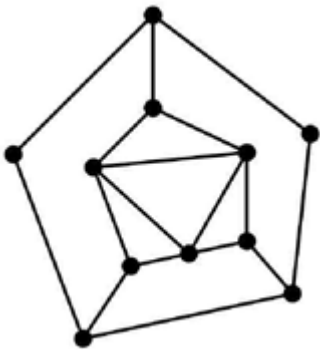
۳۹ (۳)

۳۸ (۲)

۴۰ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۹۲ شکل مقابل، گراف G را نشان می‌دهد. مقدار $\chi(G)$ کدام است؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۹۳ در گراف G با درجه رأس‌های ۳، ۳، ۴، ۵، ۶، x ، y ، کمترین مقدار $x + y$ کدام است؟

۴ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۹۴ در گراف G ، مجموعه همسایگی باز هر رأس دارای ۳ عضو است. اگر $q(\overline{G}) = 6q(G)$ باشد، مقدار $p(G)$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۲۰ (۳)

۲۲ (۲)

۲۴ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۹۵ در گراف G ، مجموعه همسایگی بسته هر رأس دارای ۴ عضو است. اگر $p(G) = 6$ باشد، مقدار $q(G)$ چقدر است؟

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۵ (۲)

۹ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۶ در گراف با درجه رأس‌های ۱، ۱، ۳، ۳، ۳، ۳، دو رأس با کمترین درجه، غیرمجاورند. تعداد دورها به طول ۳ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۷ در گراف G ، مجموعه همسایگی باز هر رأس دارای ۲ عضو است. اگر $q(\overline{G}) = 3q(G)$ باشد، مقدار $p(G)$ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۸ گراف G با ۹ رأس، غیرتهی، غیرکامل و $K -$ منتظم است. بیشترین مقدار K ، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۹۹ درجه رأس‌های یک گراف ساده و همبند به صورت اعداد $a, b, c, 3, 4, 4, 5$ هستند. اگر تعداد یال‌های این گراف $1/5$ برابر $(a + b + c)$ باشد، چند حالت مختلف برای مجموعه $\{a, b, c\}$ وجود دارد؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۱

۱۰۰ در یک گراف کامل $\Delta^2(G) - 2\delta(G)$ است. مقدار $p(G)$ کدام است؟

۸ (۴)

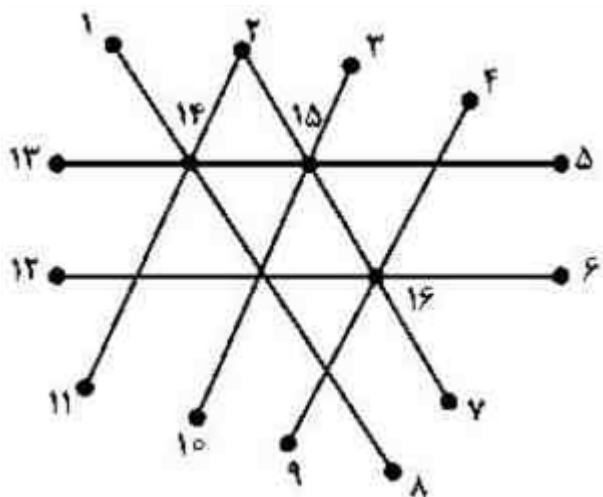
۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۱

۱۰۱ برای گراف زیر، عدد احاطه‌گری مینیمال کدام است؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۰۲ اگر درجه‌ی دو رأس یک درخت مرتبه‌ی ۸، برابر ۳ و ۵ باشد، تعداد رئوس با درجه‌ی ۲ از درخت موردنظر، کدام است؟

۳ (۴)

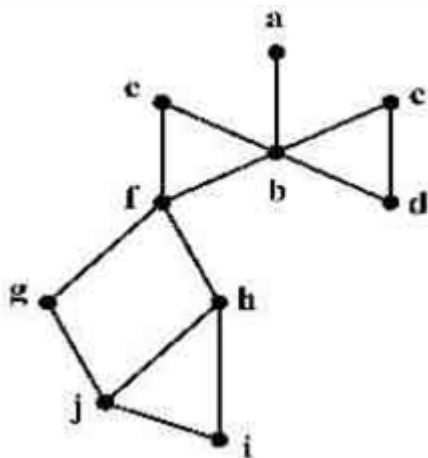
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۰۳ در گراف زیر، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟



$\{a, c, f, j\}$ (۴)

$\{a, c, h\}$ (۳)

$\{b, g, i, b\}$ (۲)

$\{b, h\}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۰۴ کوچک‌ترین اندازه‌ی گراف ساده همبند از مرتبه‌ی ۷ که بزرگ‌ترین درجه‌ی رئوس آن ۳ باشد، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۰۵ در یک گراف ۵ رأسی K - منتظم با بیش‌ترین مقدار ممکن K ، تعداد دورها با طول ۴، کدام است؟

۱۵ (۴)

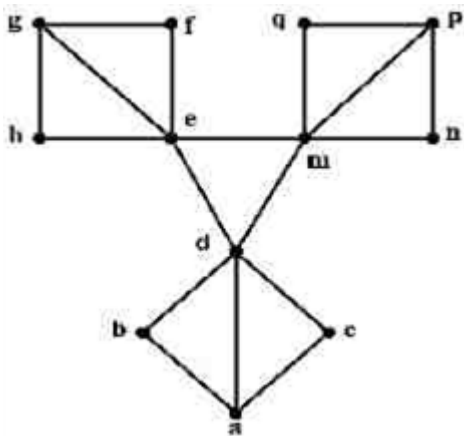
۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۶ در گراف زیر، تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟



۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۷ درجه‌ی رأس‌های یک گراف ۵، ۴، ۴، ۳، ۳ و ۱ است. چند دور با طول ۴، موجود است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰۸ فرض کنید P_n با ۴ یال باشد. تعداد رأس‌های آن کدام است؟

۵ (۴)

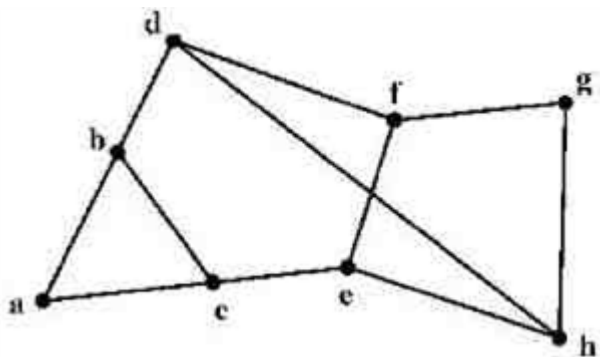
۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۰۹ در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال، نیست؟



$\{c, f, h\}$ (۴)

$\{b, c, g\}$ (۳)

$\{a, f, g\}$ (۲)

$\{a, e, g\}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۱۰ در یک گراف γ رأسی غیرتهی و غیرکامل $k -$ منتظم، K چند عدد می‌تواند اختیار کند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۱۱ اگر درجه‌ی رأس‌های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲، ۲ و ۲ باشد، تعداد تمام دورهای موجود، کدام است؟

۶ (۴)

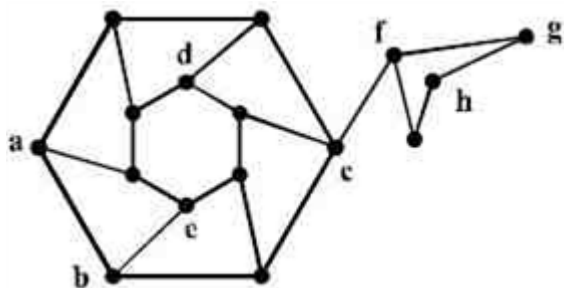
۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۱۲ کدام مجموعه، برای گراف روبه‌رو، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟



$\{a, c, e, d, g\}$ (۴)

$\{a, c, e, d, h\}$ (۳)

$\{b, c, e, d, g\}$ (۲)

$\{a, b, c, d, h\}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۳ در یک گراف با درجه‌ی رأس‌های ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، ۵، تعداد دورها با طول ۳، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۴ یک گراف کامل از مرتبه‌ی ۵ چند دور با طول ۴، دارد؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۵ چند نوع گراف ساده همبند فاقد دور، می‌توان یافت که مجموع مرتبه و اندازه آن ۱۱ باشد؟

۶ (۴)

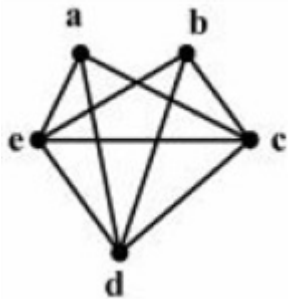
۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱۶ در گراف کامل از مرتبه ۵، یال ab حذف شده است. چند دور با طول ۴ در این گراف موجود است؟



۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۱۷ در گرافی با دنباله‌ی درجه رأس‌ها به صورت ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۴ و ۴، تعداد دورها با طول ۵، کدام است؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۱۸ چند نوع گراف ساده و همبند، وجود دارد که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن ۹ باشد؟

۵ (۴)

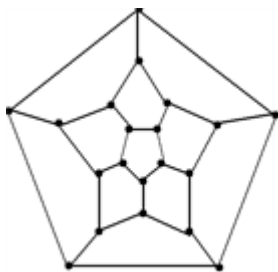
۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۱۹ گراف مقابل دوری با طول m دارد. بزرگ‌ترین عدد m کدام است؟



۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۹ (۲)

۱۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۰ در یک گراف ساده‌ی ناهمبند و ۳-منتظم که دارای ۸ رأس باشد، چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۱ گراف ناهمبند و ۳-منتظم دارای ۱۲ یال است. این گراف چند دور با طول ۴ دارد؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۲ در یک گراف کامل حاصل ضرب اندازه و مرتبه‌ی آن ۵۰ می‌باشد، در این گراف چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

۱۶ (۴)

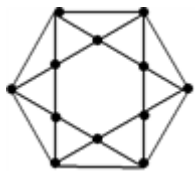
۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۳) گراف شکل مقابل، چند دور با طول ۵ دارد؟



۱۲ (۴)

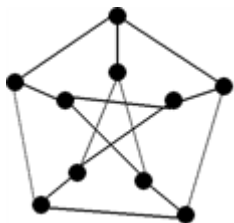
۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۴) گراف شکل مقابل شامل چند دوره با طول ۵ است؟



۱۲ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۵) در یک گراف ساده با درجه رأس‌های ۲، ۲، ۳، ۳، ۴، ۴ که دو رأس با می‌نیم درجه مجاورند، تعداد دورها با طول ۶ کدام است؟

صفر (۴)

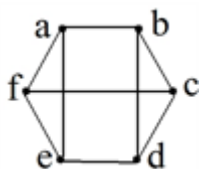
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲۶) در گراف ۳- منتظم مقابل، چند دور با طول ۵ وجود دارد؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

سوال ۴۵

فصل سوم : ترکیبات

۱۲۷) در کیسه‌ای ۶ گوی آبی، ۵ گوی سبز، ۴ گوی قرمز و ۷ گوی سفید وجود دارد. حداقل چند گوی از کیسه بیرون بیاوریم تا مطمئن شویم که حداقل ۳ گوی آبی یا حداقل ۴ گوی سبز یا حداقل ۲ گوی قرمز یا حداقل ۵ گوی سفید بیرون آورده‌ایم؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۴ تیرماه

۱۲۸) ۱۰ نفر به چند طریق می‌توانند در پنج اتاق ۲ نفره یکسان واقع در یک هتل اسکان یابند؟

۹۴۵ (۴)

۵۶۷ (۳)

۳۱۵ (۲)

۱۸۹ (۱)

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۴ تیرماه

۱۲۹) چند تابع $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد؟

۲۷ (۴)

۲۸ (۳)

۴۰ (۲)

۴۱ (۱)

سراسری - ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۳۰) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 = 4$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۵ (۲) ۲۲ (۳) ۲۱ (۴)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۴

۱۳۱) حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لاقط سه عضو انتخاب شده، اعداد متوالی باشند؟

- ۱۲ (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۱۳۲) یک عدد پنج رقمی با استفاده از دو عدد متوالی کمتر از ۱۰ نوشته شده است. اگر مجموع ارقام آن عدد به صورت $23n + 1$ باشد، چند عدد پنج رقمی با این ویژگی وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۳۳) حداقل چند عدد از مجموعه $\{3, 4, \dots, 9, 12, 13, \dots, 20\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن شویم حداقل دو عدد از آنها دارای مقسوم‌علیه مشترک غیر یک هستند؟

- ۹ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۳۴) یک کودک ۳ مکعب مستطیل یکسان با رنگ‌های مختلف دارد. او به چند طریق می‌تواند با روی هم قرار دادن یک یا چند تا از آنها یک ستون بسازد؟

- ۱۵ (۱) ۷۸ (۲) ۶۶ (۳) ۴۲ (۴)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۳۵) حداقل چند زوج مرتب با مؤلفه‌هایی از اعداد طبیعی انتخاب کنیم تا به طور قطع، لاقط در دو جفت انتخاب شده، هر کدام از مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم، مضرب ۵ باشند؟

- ۱۳ (۱) ۱۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۳۶) هر زیرمجموعه n عضوی از مجموعه $\{12, 13, 14, \dots, m\}$ ، حداقل دو عضو دارد که مجموع آنها ۴۷ است. اگر حداقل مقدار n برابر ۲۰ باشد، بیشترین مقدار m کدام است؟

- ۳۲ (۱) ۳۶ (۲) ۴۰ (۳) ۴۲ (۴)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۳۷) ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می‌کنند؟

- ۲۴ (۱) ۴۸ (۲) ۷۲ (۳) ۹۶ (۴)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۳۸) هر زیرمجموعه n عضوی از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 38\}$ ، حداقل دو عضو دارد که مجموع آنها ۲۴ است. حداقل مقدار n کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۸ (۴)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۳۹) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 3x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

- ۲۲ (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۴۰ در یک رستوران، ۱۰ نوع غذا سرو می‌شود. به چند طریق می‌توان ۵ نوع غذای مختلف را به تصادف انتخاب کرد به طوری که دو نوع غذای خاص را نتوان همزمان انتخاب نمود؟

۲۲۴ (۴)

۱۹۶ (۳)

۱۱۲ (۲)

۸۸ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۴۱ چند عدد طبیعی پنج رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت که ارقام آن یک در میان زوج و فرد باشند؟

۲۴۰۰ (۴)

۲۱۶۰ (۳)

۱۹۲۰ (۲)

۱۸۴۰ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۴۲ حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$ انتخاب شود تا مطمئن شویم دو زیرمجموعه با اشتراک تهی در آنها وجود دارد؟

۴۶ (۴)

۴۵ (۳)

۶۴ (۲)

۶۵ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۴۳ مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب (a, b) ، کدام است؟

	a	۳		
	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
b				

(۴, ۱) (۴)

(۲, ۱) (۳)

(۱, ۴) (۲)

(۵, ۳) (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۴۴ تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{10}{x_4}$ ، کدام است؟

۹۶ (۴)

۸۱ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۴۵ برای دانش‌آموزان یک شهر از مقطع ابتدایی تا کلاس دوازدهم، یک عدد پنج رقمی به صورت زیر اختصاص می‌یابد: دو رقم اول سمت راست نمایش پایه‌ی تحصیلی (از ۰۱ تا ۱۲)، دو رقم دوم نمایش سن (از ۰۷ تا ۱۸) و رقم پنجم جنسیت (پسر ۱ و دختر ۲). سپس اعداد را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می‌دهیم. سن صدمین عضو مجموعه کدام است؟ (ممکن است عدد پنج رقمی موردنظر به هیچ فردی اختصاص نیابد، ولی در محاسبه شمرده شود.)

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۴۶ در یک مسابقه ۳ راننده در سه روز متوالی با ۳ اتومبیل ۱، ۲ و ۳ در سه مسیر A، B و C شرکت می‌کنند. هر کدام از راننده‌ها فقط یک مسیر و یک اتومبیل را در روز انتخاب کرده و برنامه‌ریزی اتومبیل‌ها به صورت مربع لاتین زیر است. به چند طریق برنامه‌ریزی مسیر را می‌توان انجام داد، به شرط آن‌که نفر اول در روز اول، اتومبیل A را انتخاب نکند؟

۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۴۷ در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم موضوع است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۴۸ تعداد جملات در بسط عبارت $(a + b + c)^{12}$ ، کدام است؟

۹۱ (۴)

۸۴ (۳)

۷۸ (۲)

۷۲ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۴۹ تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۵، با ارقام غیرتکراری، کدام است؟

۹۷۲ (۴)

۹۶۸ (۳)

۹۵۲ (۲)

۹۴۸ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۵۰ حداقل چند عدد از مجموعه اعداد طبیعی متوالی $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ انتخاب شود، تا مطمئن باشیم بین آن‌ها حداقل دو عدد با مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از یک، وجود دارد؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۱ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x + y + z + t = 11$ ، به شرط آن‌که $x < 5$ باشد، کدام است؟

۲۸۰ (۴)

۲۷۰ (۳)

۲۲۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۲ در یک روز هفته برای ۳ مدرس در ۳ کلاس متمایز در ۳ جلسه متوالی به چند طریق، می‌توان برنامه‌ی تدریس، تعیین کرد؟

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۳ درون یک مستطیل 9×18 ، حداقل چند نقطه اختیار شود، تا مطمئن باشیم لاقلاً فاصله‌ی ۲ نقطه از این نقاط انتخابی، کم‌تر از $3\sqrt{2}$ باشد؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۴ تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک رقم ۵ و حداقل یک رقم ۲ را شامل شود، کدام است؟

۵۸ (۴)

۵۶ (۳)

۵۴ (۲)

۵۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵۵ به چند طریق می‌توان از بین ۴ نوع گل ۱۵ شاخه انتخاب کرد، به طوری که از هر نوع آن، حداقل ۲ شاخه انتخاب شود؟

- ۱) ۱۰۵ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۲۵ ۴) ۱۵۰

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۵۶ تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ با شرط $1 \leq x_i \leq 5$ کدام است؟

- ۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۵۷ مجموعه S، اعداد طبیعی فرد و مضرب ۳ شروع از ۳ و ختم از ۶۳ است. یک زیرمجموعه حداقل چندعضوی، از S انتخاب شود، که مطمئن باشیم شامل دو عضو با مجموع ۶۶ می‌باشد؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۵۸ از بین ۴ شاخه گل قرمز و ۵ شاخه گل زرد و ۸ شاخه گل سفید، به چند طریق می‌توان ۶ شاخه‌ی متمایز، انتخاب کرد؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۲۲ ۳) ۲۴ ۴) ۲۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۵۹ در کیسه‌ای ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز و ۷ مهره آبی و ۱ مهره زرد موجود است. حداقل چند مهره از کیسه بیرون آوریم تا مطمئن باشیم، ۳ مهره هم‌رنگ یا بیش‌تر از کیسه خارج شده است؟

- ۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۰ در کیسه‌ای ۵ گوی سفید و ۴ گوی قرمز و ۳ گوی سبز وجود دارد. حداقل چند گوی از کیسه خارج کنیم تا مطمئن باشیم بیش از ۳ گوی سفید یا بیش از ۲ گوی قرمز خارج شده است؟

- ۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۱ در کیسه‌ای ۹۰ گوی یکسان قرار دارد که هریک از اعداد دو رقمی بر روی آن‌ها نوشته شده است. حداقل چند گوی از کیسه خارج کنیم، تا مطمئن باشیم، جمع دو عدد از گوی خارج شده برابر ۱۱۰ می‌باشد؟

- ۱) ۴۵ ۲) ۴۶ ۳) ۴۷ ۴) ۴۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۲ اگر S یک زیرمجموعه‌ی ۵۰ عضوی از اعداد طبیعی باشد، در تقسیم هر یک از اعضای S بر عدد ۱۶، تعداد عضوهای هم باقی‌مانده چگونه است؟

- ۱) درست ۳ عضو ۲) دست کم ۳ عضو ۳) کم‌تر از ۴ عضو ۴) دست کم ۴ عضو

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۳ تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی، معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 11$ ، با شرط $x_1 > 4$ و $x_3 > 4$ ، کدام است؟

- ۱) ۲۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۵ ۴) ۲۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۴ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی $x_1 + x_2 + \dots + x_I = 2$ برابر است. I کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۵ به چند طریق می‌توان ۹ توپ یکسان را در ۴ سبد متمایز جای داد به طوری که در هر سبد حداقل یک توپ و حداکثر ۴ توپ، جای گیرد؟

۵۶ (۴)

۴۰ (۳)

۳۶ (۲)

۳۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۶ هر زیرمجموعه n عضوی از $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 23\}$ به طور یقین حداقل دو عضو دارد که مجموع آن دو عضو ۲۴ می‌باشد، حداقل n کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۷ از هر یک از ۸ مدرسه علاقه‌مند، ۶ نفر برای بازی تنیس ۴ نفری انتخاب شده‌اند. به چند طریق این بازی ممکن است انجام شود. به طوری که هر دو نفر همیار هم، از یک مدرسه باشند؟

۶۳۰۰ (۴)

۵۶۰۰ (۳)

۵۴۰۰ (۲)

۴۲۰۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۸ چند عضو از مجموعه $\{n \in \mathbb{N} : 150 < n < 500\}$ نه بر ۷ تقسیم پذیرند و نه بر ۱۱؟

۲۷۴ (۴)

۲۷۳ (۳)

۲۷۲ (۲)

۲۷۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۶۹ در جعبه‌ای ۳ گوی قرمز، ۵ گوی سفید، ۷ گوی آبی، ۹ گوی زرد موجود است. حداقل چند گوی خارج کنیم، تا مطمئن باشیم دست کم ۶ گوی خارج شده هم رنگ باشند؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۷۰ حداقل چند دوتایی مرتب از اعداد صحیح انتخاب کنیم، تا به طور قاطع حداقل در دو جفت انتخاب شده (a, b) و (c, d) ، حاصل هر دو عدد $a + c$ و $b + d$ زوج باشند؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۷۱ با جابه‌جایی ارقام عدد ۵۷۶۲۲۲ چند عدد شش رقمی می‌توان تشکیل داد، به طوری که رقم‌های ۲ یک در میان قرار گیرند؟

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باقیمانده مربع هر عدد فرد بر ۸، همواره برابر است با: ۱

$$n = 2q, m|n+1 \Rightarrow m|2q+1 \Rightarrow m = 2q'+1 \Rightarrow m^2 = 8a+1 \Rightarrow m^2 + k^2 + 3 = 8c+5$$

$$k|2q'+3 \Rightarrow k = 2q''+1 \Rightarrow k^2 = 8b+1$$

تذکر: با عددگذاری هم به راحتی می‌توانستیم رد گزینه کنیم مثلاً $m=1$ و $k=1$

$$\Rightarrow m^2 + k^2 + 3 = 5 \Rightarrow \text{باقیمانده تقسیم بر ۸ برابر ۵ می‌شود.}$$

$$a|(11m+4)$$

و

$$a|(7m+2)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم:

بنابراین:

$$a|(7(11m+4) - 11(7m+2)) \Rightarrow a|6 \Rightarrow a = 1, 2, 3, 6 \xrightarrow{a>3} a = 6$$

$$6k+3 = 3(2k+1)$$

چون:

پس $6k+3$ هیچگاه عدد اول بزرگتر از ۳ نمی‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a \equiv 11 \pmod{17} \Rightarrow 6k \equiv 11 \pmod{17} \Rightarrow 6k \equiv 11 + 2 \times 17 \pmod{17} \Rightarrow 6k \equiv 45 \pmod{17} \Rightarrow 2k \equiv 15 \pmod{17} \Rightarrow \frac{a}{3} \equiv 15 \pmod{17}$$

$$57 = +133y = 22n - 1, n \in \mathbb{N}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(57, 133) = 19 | 22n - 1 \Rightarrow 22n \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow 2n \equiv 7 \pmod{19} \Rightarrow n \equiv 13 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow n = 19k + 13; k \in \mathbb{W} \Rightarrow n \geq 10 \Rightarrow k = 0$$

$$\Rightarrow n = 13 \Rightarrow 1 + 3 = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$76x + 124y = 364 \xrightarrow{\div 4} 19x + 31y = 91 \Rightarrow 19x \equiv 91 \pmod{31} \Rightarrow -12x \equiv 6 \pmod{31}$$

$$\Rightarrow x \equiv -5 \pmod{31} \Rightarrow x = 31k - 5 \xrightarrow{k=4} x = 119 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 11$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳ برابر $a \cdot a$ باید سه رقمی باشد، پس:

$$a = 1, 2, 3 \begin{cases} 1 \cdot 1 \checkmark \\ 2 \cdot 2 \checkmark \\ 3 \cdot 3 \checkmark \\ 4 \cdot 4 \times \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow{\div 7} 9x + 11y = 39 \Rightarrow 9x \equiv 39 \pmod{11} \Rightarrow -2x \equiv 28 \pmod{11} \xrightarrow{\div 2} -x \equiv 14 \pmod{11} \quad (11, 2) = 1$$

$$\Rightarrow x \equiv -14 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow x = 11k + 8 \xrightarrow{k=9} x = 107 \Rightarrow 1 + 0 + 7 = 8$$

۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = 1 \Rightarrow 1112, a = 2 \Rightarrow 2224, a = 3 \Rightarrow 3336, a = 4 \Rightarrow 4448$$

بزرگترین مقدار a برابر ۴ است که ۳ شمارنده دارد.

۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$407r + 592s = t \xrightarrow{\text{شرط جواب}}: (407, 592) | t$$

$$\begin{array}{r} 407 \overline{) 11} \\ - 33 \quad 37 \\ \hline 77 \\ - 77 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 592 \overline{) 4} \\ - 4 \quad 148 \overline{) 4} \\ \hline 19 \quad - 12 \quad 37 \\ - 16 \quad 28 \\ \hline 32 \quad - 28 \\ - 32 \quad 0 \end{array}$$

$$407 = 11 \times 37$$

$$\Rightarrow (407, 592) = 37 \Rightarrow 37 | t$$

$$592 = 4 \times 4 \times 37 = 2^4 \times 37$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام } m = 10 = 37 \Rightarrow \text{حداقل مقدار } t$$

۱۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = 8k; k \in \mathbb{Z}, a \equiv 5 \pmod{18} \text{ یا } 8k \equiv 5 \pmod{18} \xrightarrow{\div 4} \frac{a}{4} = 2k \equiv 7 \pmod{18}$$

۱۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$17x + 18y = 987 \Rightarrow 18y \equiv 987 \pmod{17} \Rightarrow y \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow y = 17k + 1$$

$$17x + 18(17k + 1) = 987 \Rightarrow 17x = -18 \times 17k + 969 \Rightarrow x = -18k + 57$$

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \Rightarrow -18k + 57 > 0 \Rightarrow k < \frac{57}{18} \\ y > 0 \Rightarrow 17k + 1 > 0 \Rightarrow k > -\frac{1}{17} \end{array} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, 1, 2, 3$$

بنابراین معادله سیاله ۴ دسته جواب در مجموعه اعداد طبیعی دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا باقی مانده تقسیم عبارت داده شده را بر ۷ و ۸ به دست می‌آوریم:

$$24 \equiv 3, 21 \equiv 0$$

$$3^2 \equiv 27 \equiv -1 \xrightarrow{\text{به توان ۷}} 3^{21} \equiv -1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{23} \equiv -9 \equiv 5$$

$$\Rightarrow 24^{23} - 21^{23} \equiv 5 \xrightarrow{\times 9} (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 45 \equiv 3$$

$$24 \equiv 0, 21 \equiv 5$$

$$5^2 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان ۱۱}} 5^{22} \equiv 1 \xrightarrow{\times 5} 5^{23} \equiv 5 \Rightarrow 24^{23} - 21^{23} \equiv -5 \equiv 3$$

$$\xrightarrow{\times 9} (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 27 \equiv 4$$

$$\left. \begin{aligned} (24^{23} - 21^{23}) \times 9 &\equiv 3 \\ (24^{23} - 21^{23}) \times 9 &\equiv 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$11x + 15y = 209 \Rightarrow 11x \equiv 209 \xrightarrow{\div 11} x \equiv 19 \Rightarrow x \equiv 4 \Rightarrow x = 4 - 15k$$

$$11(4 - 15k) + 15y = 209 \Rightarrow 15y = 165 + 165k \Rightarrow y = 11 + 11k$$

$$x + y = 15 - 4k \xrightarrow{x+y \geq 0} k \leq 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a^2 + 1 \equiv 6a - 3 \Rightarrow a^2 - 6a + 4 \equiv 0 \Rightarrow a^2 - 6a - 16 \equiv 0 \Rightarrow (a - 8)(a + 2) \equiv 0$$

$$\Rightarrow (a + 2)^2 \equiv 0 \Rightarrow a + 2 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -2 \Rightarrow a^2 - a \equiv (-2)^2 - (-2) = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y \in \mathbb{Z} \rightarrow 2x - 1 \mid x + 3 \begin{cases} \times 2 \\ \times -1 \end{cases} \rightarrow 2x - 1 \mid 7 \rightarrow 2x - 1 = \begin{cases} 1 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 4 \\ -1 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -3 \\ 7 \rightarrow x = 4 \rightarrow y = 1 \\ -7 \rightarrow x = -3 \rightarrow y = 0 \end{cases} \text{ ۴ نقطه}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{می‌دانیم: } ax \equiv b \xrightarrow{\text{شرط جواب } m} (a, m) \mid b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda x \equiv n - 1 \rightarrow (\lambda, m) \mid n - 1 \rightarrow d \mid n - 1 \xrightarrow{\times 2n} d \mid -2n - 4 \\ \lambda x \equiv 2n^2 + 4 \rightarrow (\lambda, m) \mid 2n^2 + 4 \rightarrow d \mid 2n^2 + 4 \xrightarrow{\times -1} d \mid -2n - 4 \end{cases}$$

از طرفی: $d \mid n - 1$, داریم:

$$\begin{cases} d \mid -2n - 4 \\ d \mid n - 1 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \times 1 \\ \times 2 \end{matrix}} d \mid -6 \xrightarrow{\text{زوج: } d} d = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$15x + 21y = 9 \xrightarrow{\div 3} 5x + 7y = 3 \xrightarrow{\text{پیمانه 5}} 5x + 7y \equiv 3$$

$$2y \equiv 3 \equiv 8 \xrightarrow{\div 2} y \equiv 4 : y = 5k + 4 < 1000 \rightarrow k < \frac{996}{5} = 199 / \dots \rightarrow k_{\max} = 199$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری } y} 5x + 7(5k + 4) = 3 : x = -vk - 5 \xrightarrow{k=199} x = 7 \times (-199) - 5 = -1398$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه}} -x = 1398$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم رقم یکان از ۵! به بعد برابر صفر است. پس داریم: ۱۸

$$(1! + 3! + 5! + \dots)(2! + 4! + \dots) \equiv (1 + 6)(2 + 4) \equiv 7 \times 6 \equiv 42 \equiv 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$ax \equiv b \xrightarrow{\text{شرط وجود جواب}} (a, m) | b \text{ توجه:}$$

$$\begin{array}{l} ax \equiv n^2 + 3n \xrightarrow{\text{شرط وجود جواب}} (a, 5) | n^2 + 3n \xrightarrow{\times 2} d | 5n \\ ax \equiv 2n + 1 \xrightarrow{\text{شرط وجود جواب}} (a, 5) | 2n + 1 \xrightarrow{\times -n} d | 2n + 1 \end{array} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 2} \\ \xrightarrow{\times -5} \end{array} d | -5$$

$$d = \begin{cases} 1 \\ 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a, 5) = 1 \\ \text{یا} \\ (a, 5) = 5 \rightarrow a = 5k \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a = 5k} \begin{cases} ax \equiv n^2 + 3n : n^2 + 3n \equiv 0 \rightarrow \begin{cases} n \equiv 0 \text{ (۱)} \\ \text{یا} \\ n + 3 \equiv 0 \end{cases} \\ ax \equiv 2n + 1 \rightarrow 2n + 1 \equiv 0 : 2n \equiv -1 \equiv 4 \xrightarrow{\div 2} n \equiv -2 \text{ (۲)} \end{cases}$$

(۱) و (۲) اشتراکی ندارند، پس $(a, 5) = 5$ غ ق ق است.

$$\Rightarrow (a, 5) = 1 \Rightarrow d = 1 \Rightarrow 3d = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۰

برای یافتن از متمم استفاده می‌کنیم $\Rightarrow \begin{cases} x + y + z + t = 8 \\ x \leq 5 \end{cases}$ مجموع ارقام اعداد طبیعی کوچکتر از ۶۰۰۰

$$x + y + z + t = 8 \Rightarrow \text{جواب های صحیح نامنفی} = \binom{11}{3} = 165$$

$$x + y + z + t = 8 \Rightarrow \text{جواب های صحیح نامنفی} = \binom{5}{3} = 10$$

$$165 - 10 = 155$$

$$12x + 11y = 759$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$12x + 11y \equiv 759$$

$$x \equiv 0 \Rightarrow x = 11k \Rightarrow y = -12k + 69$$

$$x, y \notin N \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \Rightarrow k > 0 \\ y > 0 \Rightarrow -12k + 69 > 0 \Rightarrow k < \frac{69}{12} \end{array} \right\}$$

$k \in \mathbb{Z} \rightarrow k = 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow$ دسته جواب طبیعی دارد ۵

$$a^2 - 1 \equiv 14a + 6 \Rightarrow a^2 - 14a - 7 \equiv 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۲

$$a^2 + 6a - 7 \equiv 0 \Rightarrow (a - 1)(a + 7) \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \equiv 1 \Rightarrow a^2 + a \equiv 2 \\ a \equiv -7 \equiv 3 \Rightarrow a^2 + a \equiv 2 \end{cases}$$

$$y = \frac{3x - 1}{x + 2} \in \mathbb{Z}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۳

$$\text{از طرفی} \begin{cases} x + 2 \mid 3x - 1 \\ x + 2 \mid x + 2 \end{cases} \Rightarrow x + 2 \mid 7 \Rightarrow x + 2 = \pm 1, \pm 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 1 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = -4 \\ x + 2 = -1 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow y = 10 \\ x + 2 = 7 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow y = 2 \\ x + 2 = -7 \Rightarrow x = -9 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر خارج قسمت و باقی مانده را به ترتیب با q و r نمایش دهیم، داریم: ۲۴

$$a = 13q + r, 0 \leq r < 13$$

$$q + r = 17 \Rightarrow q = 17 - r$$

$$a = 13q + r = 13(17 - r) + r = 221 - 12r \Rightarrow a - 8 = 213 - 12r = 192 - 12r + 21$$

$$= 12(16 - r) + 21$$

با توجه به فرض، $0 \leq r \leq 12$ بوده یعنی فضای نمونه شامل ۱۳ عدد است. برای این که باقی مانده‌ی تقسیم $a - 8$ بر عدد ۳۶، برابر ۲۱ باشد، لازم است $16 - r$ مضرب ۳ شود که در این صورت مقادیر ۱، ۴، ۷ و ۱۰ برای r قابل قبول است، یعنی پیشامد

تصادفی دارای ۴ عضو است، پس احتمال موردنظر برابر $\frac{4}{13}$ می‌باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۵

$$\text{از طرفی: } \begin{cases} m! = 1 \times 2 \times \dots \times m \\ 30 = 2 \times 3 \times 5 \Rightarrow \min(m) = 5 \end{cases}$$

$$5^3 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان ۱۱۰}} 5^{330} \equiv 1 \xrightarrow{\times 5^2} 5^{332} \equiv 25$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عددی مضرب ۸۸ است که مضرب ۸ و ۱۱ باشد، بنابراین داریم: ۲۶

$$\overline{abaaba} \hat{\equiv} \overline{aba} \hat{\equiv} a + 10b + 100a \hat{\equiv} 101a + 10b \hat{\equiv} 5a + 2b \hat{\equiv} \cdot$$

$$\overline{abaaba} \equiv a - b + a - a + b - a \equiv \cdot$$

عدد موردنظر همواره بر ۱۱ بخش پذیر است، پس کافی است ارقام a و b را به گونه‌ای تعیین کنیم که در شرط بخش پذیری بر ۸ صدق کنند.

و با توجه به شرط $5a + 2b \hat{\equiv} \cdot$ ، قطعاً a زوج و همچنین غیرصفر است، بنابراین داریم:

$$a = 2 \Rightarrow 2b + 10 \hat{\equiv} \cdot \Rightarrow 2b \hat{\equiv} -10 \hat{\equiv} 6 \Rightarrow b \hat{\equiv} 3 \Rightarrow b = 3, 7$$

$$a = 4 \Rightarrow 2b + 20 \hat{\equiv} \cdot \Rightarrow 2b \hat{\equiv} -20 \hat{\equiv} 4 \Rightarrow b \hat{\equiv} 2 \Rightarrow b = 2, 6$$

$$a = 6 \Rightarrow 2b + 30 \hat{\equiv} \cdot \Rightarrow 2b \hat{\equiv} -30 \hat{\equiv} 2 \Rightarrow b \hat{\equiv} 1 \Rightarrow b = 1, 5, 9$$

$$a = 8 \Rightarrow 2b + 40 \hat{\equiv} \cdot \Rightarrow 2b \hat{\equiv} -40 \hat{\equiv} \cdot \Rightarrow b \hat{\equiv} \cdot \Rightarrow b = 0, 4, 8$$

بنابراین ۱۰ عدد با مشخصات موردنظر به صورت زیر وجود دارد:

$$8888888, 848848, 808808, 696969, 656656, 616616, 464444, 424444, 272272, 232232$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۷

تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد صحیح $P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} \dots P_k^{\alpha_k}$ برابر $(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$ است،

بنابراین داریم:

$$x = 6^m \times 10^n = (2 \times 3)^m \times (2 \times 5)^n = 2^{m+n} \times 3^m \times 5^n$$

$$x \text{ های مقسوم علیه های } = (m+n+1)(m+1)(n+1)$$

$$\Rightarrow 15x = 3 \times 5 \times 2^{m+n} \times 3^m \times 5^n = 2^{m+n} \times 3^{m+1} \times 5^{n+1}$$

$$15x \text{ های مقسوم علیه های } = (m+n+1)(m+2)(n+2)$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$(m+n+1)(m+2)(n+2) - (m+n+1)(m+1)(n+1) = 35$$

$$\Rightarrow (m+n+1)[(m+2)(n+2) - (m+1)(n+1)] = 35$$

$$\Rightarrow (m+n+1)(m+n+3) = 5 \times 7 \Rightarrow m+n = 4$$

$$x \text{ بزرگ‌ترین مقدار: } \begin{cases} m = \cdot \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow \max(x) = 10^4 = 10000$$

$$x \text{ کوچک‌ترین مقدار: } \begin{cases} m = 4 \\ n = \cdot \end{cases} \Rightarrow \min(x) = 6^4 = 1296$$

$$\text{اختلاف دو عدد} = 10000 - 1296 = 8704$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۸

$$n = aq = 3^2 \times q \xrightarrow[\substack{\text{باید} \\ q=3^1 \times k^2}]{\text{باید}} n = 27k^2$$

$$\Rightarrow 100 \leq 27k^2 < 10000 \xrightarrow{\text{فرجه ۳}} \frac{100}{\sqrt{27}} \leq 3k < 100 \sqrt{10} \Rightarrow \frac{100}{27} \leq 3k < 100 \times 2/1$$

$$\Rightarrow 4/76 \leq 3k < 21 \Rightarrow 1/58 \leq k < 7$$

بنابراین تنها مقادیر ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ برای k قابل قبول است، یعنی ۵ عدد با این مشخصات وجود دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کوچکترین عدد به صورت $n!$ که مضرب ۳۶ باشد، عدد ۶! است، پس داریم: ۲۹

$$10 - m = 6 \Rightarrow m = 4$$

بنابراین باید باقی مانده‌ی تقسیم 4^{123} را بر ۱۵ به دست آوریم:

$$4^2 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان ۶۱}} 4^{122} \equiv 1 \xrightarrow{\times 4} 4^{123} \equiv 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۰

$$a = 11q + r, 0 \leq r < 11$$

$$q = r + 3 \Rightarrow a = 11(r + 3) + r = 12r + 33 \Rightarrow a - 9 = 12r + 24 = 12(r + 2)$$

$$0 \leq r < 11 \Rightarrow 0 \leq r < 11$$

بنابراین برای ۲ یازده مقدار ۰ تا ۱۰ قابل قبول است. به ازای مقادیر زوج r ، $r + 2$ نیز زوج بوده و عدد $a - 9$ بر ۲۴ بخش پذیر

است، یعنی اعضای فضای نمونه شامل مقادیر ۰، ۲، ۴، ۶، ۸ و ۱۰ هستند و در نتیجه احتمال موردنظر برابر $\frac{6}{11}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عدد \overline{aba} بر ۱۲ بخش پذیر است، پس باید بر ۳ و ۴ بخش پذیر باشد. a حتماً رقمی زوج و غیرصفر است. ۳۱

$$\text{توجه: } 0 \leq a, b \leq 9$$

$$\begin{cases} \overline{aba} \equiv 0 \rightarrow \overset{-1}{a} + b \equiv 0 : a \equiv b \\ \overline{aba} \equiv 0 \rightarrow \overset{-4}{ba} \equiv 0 \rightarrow 2b + a \equiv 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{عددگذاری}} \begin{cases} a_{\min} = 2 \rightarrow b = 5 \\ a_{\max} = 8 \rightarrow b = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Min: } 252 \\ \text{Max: } 888 \end{cases} \Rightarrow \text{میانگین} = 570$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۲

نکته: اگر عدد A به صورت عامل‌های اول $P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} \dots P_k^{\alpha_k}$ تجزیه شود، تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت آن از رابطه‌ی $(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$ به دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$x = (m+1)(n+1) \text{ تعداد مقسوم‌علیه‌های } x$$

$$\frac{x}{40} = \frac{2^m \times 5^n}{2^3 \times 5} = 2^{m-3} \times 5^{n-1} \Rightarrow \frac{x}{40} = (m-2)(n) \text{ تعداد مقسوم‌علیه‌های } \frac{x}{40}$$

$$(m+1)(n+1) - (m-2)n = 12 \Rightarrow mn + m + n + 1 - mn + 2n = 12 \Rightarrow m + 3n = 11$$

$$\begin{cases} m - 3 \geq 0 \Rightarrow m \geq 3 \\ n - 1 \geq 0 \Rightarrow n \geq 1 \end{cases}$$

از طرفی داریم:

برای کوچک بودن عدد x ، باید توان عدد ۵ تا حد امکان کوچک باشد که کم‌ترین مقدار آن برابر ۱ است، پس $n = 1$ و

$$\min(x) = 2^1 \times 5 = 10$$

$m = 8$ بوده و در نتیجه داریم:

تذکر: این سؤال مربوط به کاربردهای قضیه‌ی بنیادی حساب است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۳

$$n = 18q = 3^2 \times 2^1 \times q \xrightarrow{q=2^1 \times k^2} n = 3^2 \times 2^2 \times k^2 \rightarrow 10^4 \leq 3^2 \times 2^2 \times k^2 < 10^5$$

$$\xrightarrow{5, n \text{ رقمی}} 10^4 \leq n < 10^5$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} 100 \leq 3 \times 2 \times k < 316 \xrightarrow{\div 6} 16/0.00 \leq k < 52/0.00 \rightarrow k = \begin{cases} 17 \\ 18 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 52 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$20! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 20$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \times (2 \times 7) \times (3 \times 5)$$

$$\times 2^4 \times 17 \times (2 \times 3^2) \times 19 \times (2^2 \times 5) = 2^{18} \times 3^8 \times 5^4 \times 7^2 \times 11^1 \times 13^1 \times 17^1 \times 19^1$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = 18 + 8 + 4 + 2 + 4 \times 1 = 36$$

روش دوم: تعداد عوامل عدد اول p در $n!$ برابر است با $\left[\frac{n}{p} \right] + \left[\frac{n}{p^2} \right] + \dots$ پس کافی است عوامل عدد اول ۲ تا ۱۹ در

$20!$ را تعیین کنیم. به طور مثال تعداد عوامل اول ۲ برابر است با:

$$\left[\frac{20}{2} \right] + \left[\frac{20}{4} \right] + \left[\frac{20}{8} \right] + \left[\frac{20}{16} \right] = 10 + 5 + 2 + 1 = 18 = a_1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به ارزش مکانی و بسط اعداد داده شده می‌توان به جواب رسید: ۳۵

$$\overline{aa} = a + 10a = 11a \xrightarrow{\times 5} m = \overline{aa} = 55a$$

$$m = 5\overline{aa} = 55a \Rightarrow \overline{(5aa)aa} = \overline{(55a)aa} = 100(55a) + 10a + a = 5511a$$

$$= 1837 \times 3a \equiv 0 \pmod{1837}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$105 = 5 \times 21 = 5 \times 3 \times 7 = \overbrace{(2^4 - 1)}^{(2^2 + 1)(2^2 - 1)}(2^3 - 1)$$

$$a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a + 1) = (a - 1)q$$

$$2^{4k} - 1 = (2^4)^k - 1 = (2^4 - 1) \times q \quad \text{ن باید مضرب ۴ باشد که بتوانیم بنویسیم:}$$

$$2^{3k'} - 1 = (2^3)^{k'} - 1 = (2^3 - 1) \times q' \quad \text{و ن مضرب ۳ باشد که بتوانیم بنویسیم:}$$

$$\text{پس ن هم مضرب ۴ و هم مضرب ۳ پس مضرب ۱۲ است:} \quad \left[\frac{99}{12} \right] - \left[\frac{9}{12} \right] = 8$$

تعداد ۲ رقمی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به مفهوم ب. ب. م می‌توان جواب را یافت: ۳۷

$$(3n^2 - 2n + 6, 3n + 5) = d, d \in \mathbb{N} - \{1\}$$

$$\begin{cases} d | 3n^2 - 2n + 5 \\ d | (3n + 5)n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 3n^2 - 2n + 5 \\ d | 3n^2 + 5n \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \begin{cases} d | 7n - 6 \\ d | 3n + 5 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \times 2 \\ \times (-7) \end{matrix}} \begin{cases} d | 14n - 12 \\ d | -21n - 35 \end{cases} \xrightarrow{d \neq 1} d = 53$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$m = \text{رقمی ۳} \Rightarrow 100 \leq m < 1000 \Rightarrow 100 \leq 29b + 17 < 1000 \Rightarrow 2/8 \leq b < 33/8$$

$$\begin{cases} m = b \times 29 + 17, 0 \leq 17 < b \\ m = 5k \Rightarrow m \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow \cancel{29}b + \cancel{17} \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow b \equiv 2 \pmod{5} \end{cases}$$

اشتراک $\rightarrow b = 22, 27, 32$ (جواب ۳)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$\overline{aabb} = 1000a + 100a + 10b + b = 1100a + 11b = 11(100a + b) = 11(\overline{a \cdot b})$$

$$\overline{cc}^2 = (10c + c)^2 = (11c)^2 = 121c^2$$

$$11(\overline{a \cdot b}) = 121c^2 \Rightarrow (\overline{a \cdot b}) = 11c^2 \xrightarrow{\text{عددگذاری } c} c = 8 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 8^2 = 11 \times 64 = 704$$

$$\Rightarrow a - b = 7 - 4 = 3$$

$$217 = 7 \times 31 = (2^3 - 1)(2^5 - 1)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۰

$$2^n - 1 = \begin{cases} 2^{3k} - 1 = (2^3 - 1)(\dots) \\ 2^{5k} - 1 = (2^5 - 1)(\dots) \end{cases} \Rightarrow n \text{ مضرب ۱۵} \Rightarrow n \text{ باید مضرب و باشد ۵۳}$$

$$\xrightarrow{\text{دورقمی مضرب ۱۵}} \left[\frac{99}{15} \right] - \left[\frac{9}{15} \right] = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$[a, b] = ۶۰(a, b) \quad , \quad a + b = ۱۳۶ = ۱۷ \times ۸$$

ب.م.م دو عدد را d می‌گیریم. پس دو عدد به صورت $a = md, b = nd$ بوده است که $(m, n) = ۱$ پس ک.م.م آن‌ها به

$$[a, b] = [md, nd] = mnd$$

$$mnd = ۶۰d \Rightarrow mn = ۶۰$$

داریم:

$$a + b = ۱۳۶ \Rightarrow (m + n)d = ۱۷ \times ۸$$

$$m = ۱۲$$

$$n = ۵$$

به دنبال دو عدد نسبت به هم اول m, n هستیم. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a = ۱۲ \times ۸ = ۹۶ \\ b = ۵ \times ۸ = ۴۰ \end{array} \right\} \Rightarrow a - b = ۵۶$$

پس:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۲

$$a = ۴۳ \cdot q + q^۲ \quad q^۲ < ۴۳ \cdot *$$

$$a \equiv ۰ \pmod{۹} \Rightarrow ۴۳ \cdot q + q^۲ \equiv ۰ \pmod{۹} \Rightarrow -۲q + q^۲ \equiv ۰ \pmod{۹}$$

$$q(q - ۲) \equiv ۰ \pmod{۹} \Rightarrow \begin{cases} q \equiv ۰ \pmod{۹} \xrightarrow{*} q = ۹, ۱۸ \\ q \equiv ۲ \pmod{۹} \xrightarrow{*} q = ۲, ۱۱, ۲۰ \end{cases}$$

از آنجایی که a مضرب ۹ است داریم:

پس کلاً ۵ عدد پیدا کردیم.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۳

$$۵^۳ \equiv ۴۱ \pmod{۶} \xrightarrow{\text{به توان ۶}} ۵^{۱۸} \equiv ۴۱ \pmod{۶۴} \equiv ۲۳ \xrightarrow{\times ۵^۲} ۵^{۲۰} \equiv ۴۱ \pmod{۵۷۵} \equiv ۱$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله سیاله را به یک معادله هم‌نهشتی تبدیل می‌کنیم. ۴۴

$$۹x + ۱۳y = ۷۲۵ \Rightarrow ۱۳y \equiv ۷۲۵ \pmod{۹} \Rightarrow ۴y \equiv ۵ \pmod{۹} \xrightarrow{\div ۴} y \equiv -۱ \pmod{۹} \Rightarrow y = ۹k - ۱$$

حالا y را در معادله قرار داده و x را پیدا می‌کنیم:

$$۹x + ۱۳(۹k - ۱) = ۷۲۵ \Rightarrow ۹x + ۱۱۷k - ۱۳ = ۷۲۵ \Rightarrow ۹x = -۱۱۷k + ۷۳۸ \Rightarrow x = -۱۳k + ۸۲$$

با توجه به این که جواب‌های طبیعی معادله خواسته شده است، پس x و y باید بزرگ‌تر از صفر باشند.

$$x > ۰ \Rightarrow -۱۳k + ۸۲ > ۰ \Rightarrow ۱۳k < ۸۲ \Rightarrow k < \frac{۸۲}{۱۳} \quad (۱) \quad ۶/۳$$

$$y > ۰ \Rightarrow ۹k - ۱ > ۰ \Rightarrow k > \frac{۱}{۹} \quad (۲)$$

$$۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) مقادیر قابل قبول برای k عبارت‌اند از:

≈

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم سمت راست رابطه عاد کردن را در هر عدد صحیحی می‌توان ضرب کرد. داریم:

$$\alpha \left| \begin{array}{l} 5n + 4 \xrightarrow{\text{سمت راست } 11 \times} \alpha \mid 55n + 44 \\ 11n + 3 \xrightarrow{\text{سمت راست } 5 \times} \alpha \mid 55n + 15 \end{array} \right. \xrightarrow{(-)} \alpha \mid 29$$

$$\Rightarrow \alpha = \begin{cases} 1 \\ 29 \end{cases} \Rightarrow \alpha = 29$$

یعنی هر دو عدد بر ۲۹ بخش‌پذیرند. بنابراین:

$$5n + 4 \equiv 0 \pmod{29} \Rightarrow 5n \equiv -4 \equiv 25 \pmod{29} \xrightarrow{\div 5} n \equiv 5 \pmod{29} \Rightarrow n = 29k + 5$$

می‌خواهیم n عددی طبیعی و دورقمی باشد:

$$10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 29k + 5 \leq 99 \Rightarrow k = 1, 2, 3$$

یعنی به ازای سه عدد طبیعی رابطه برقرار است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اول (۶۲۷، ۴۲۹) را پیدا می‌کنیم. برای این کار دو عدد را تجزیه می‌کنیم:

$$(627, 429) = (3 \times 11 \times 19, 3 \times 11 \times 13) = 33$$

حالا کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۳۳ و ۱۵۴ را پیدا می‌کنیم:

$$[33, 154] = [3 \times 11, 11 \times 14] = 3 \times 11 \times 14 = 462$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$11^a \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow (11^3)^k \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow a = 3k$$

اگر $a = 3k$ باشد، آن‌گاه a قابل قبول می‌باشد. حال مضرب‌های دو رقمی را شمارش می‌کنیم:

$$10 \leq 3k \leq 99 \Rightarrow k = 4, 5, \dots, 33 \Rightarrow 12, 15, 18, \dots, 99 \Rightarrow n = \frac{99 - 12}{3} + 1 = 30$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a \equiv 5 \pmod{9} \\ a \equiv 7 \pmod{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 5 + (9 \times 5) = 59 \\ a \equiv 7 + (13 \times 4) = 59 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 59 \pmod{9} \\ a \equiv 59 \pmod{13} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{2|9} \begin{cases} a \equiv 59 \pmod{3} \\ a \equiv 59 \pmod{13} \end{cases} \Rightarrow a \equiv 59 \pmod{39} \Rightarrow a \equiv 20$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv m \pmod{b} \\ a \equiv n \pmod{b} \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv [m, n] \pmod{b}$$

توجه:

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv 5 \pmod{9} \\ a \equiv 7 \pmod{13} \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv [9, 13] \pmod{117} \Rightarrow a \equiv 59 \pmod{117} : a \equiv 59 \pmod{39} \Rightarrow a \equiv 20$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون N بر ۴۴ بخش‌پذیر است \leftarrow بر ۴ و ۱۱ بخش‌پذیر است $\leftarrow b = 0, 2, 4, 6, 8$

شرط بخش‌پذیری بر ۱۱: 0 یا 11 یا $a - 7 + 3 - b + 8 = 0$

با قراردادن مقادیر مختلف برای b ، کم‌ترین مقدار $a = 2$ و $b = 6$ است.

$$N = 27368$$

که باقیمانده تقسیم آن بر ۹ برابر با ۸ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۵۰)

$$\left. \begin{array}{l} A \equiv 2 \equiv -3 \\ A \equiv 4 \equiv -3 \\ A \equiv 8 \equiv -3 \end{array} \right\} \Rightarrow A \equiv_{[5,7,11]} -3 \Rightarrow A \equiv_{285} -3$$

$$A = 385q - 3 \xrightarrow[q=2]{\text{بزرگترین رقمی}} A = 767 \equiv 8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر بخواهیم این قضیه را با استقرا ثابت کنیم گام اصلی این است که: (۵۱)

$$\frac{(n+1)^2}{3} + \frac{(n+1)^2}{2} + \frac{n+1}{6} - \left(\frac{n^2}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) \in \mathbb{N} \Rightarrow n^2 + n + n + 1 \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow (n+1)^2 \in \mathbb{N}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۵۲)

$$5^2 \equiv 2 \Rightarrow 5^{2n} \equiv 2^n$$

$$5^{2n+1} + 2^{n+4} + 2^{n+1} \equiv 2^n \times 5 + 2^n \times 16 + 2^n \times 2 \equiv 23 \times 2^n \equiv 0$$

یعنی به ازای تمام مقادیر n ، عبارت موردنظر بر 23 بخش پذیر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۵۳)

$$2n+1 \equiv 0 \Rightarrow 2n \equiv -1 \equiv 4 \Rightarrow n \equiv 2 \Rightarrow 7n \equiv 14 \Rightarrow 7n+6 \equiv 20 \equiv 0$$

$$14n^2 + 19n + 6 = (2n+1)(7n+6) = 5k \times 5k' = 25kk' \Rightarrow 14n^2 + 19n + 6 \equiv 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۵۴)

$$(5n-3, 4n+1) = d \rightarrow \begin{array}{l} d|5n-3 \xrightarrow{\times 5} \\ d|4n+1 \xrightarrow{\times -4} \end{array} d|-19 : d = \begin{cases} 1 \\ 19 \end{cases}$$

$$\text{اگر } d = 19 \Rightarrow 19|4n+1 \Rightarrow 4n+1 \equiv 0 \pmod{19} : 4n \equiv -1 \equiv -20 \xrightarrow{\div 4} n \equiv -5$$

$$\Rightarrow n = 19k - 5 \xrightarrow{\text{رقمی}} 14, 33, 52, 71, 90$$

به ازای این ۵ تا ۱۹ d می شود، پس برای سایر ۲ رقمی ها $d = 1$ می شود، یعنی ۸۵ تا.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۵۵)

$$(a, b) = d = 18$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a^2 - b^2 = 2268 : (a'd)^2 - (b'd)^2 = 2268 \Rightarrow (a'' - b'') \times d^2 = 2268$$

$$a'' - b'' = \frac{2268}{d^2} = \frac{2268}{18^2} = 7 \Rightarrow (a' - b')(a' + b') = 7 \Rightarrow \begin{cases} a' - b' = 1 \\ a' + b' = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' = 4 \\ b' = 3 \end{cases} \xrightarrow{d=18} \begin{cases} a = 72 \\ b = 54 \end{cases}$$

۵۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \overline{a35b2} \equiv \cdot \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} N \equiv \cdot \xrightarrow{\text{رقم راست } 2} \overline{b2} \equiv \cdot : 10b + 2 \equiv \cdot \\ N \equiv \cdot \xrightarrow{\text{مجموع ارقام}} a + 3 + 5 + b + 2 \equiv \cdot \\ 36 = [4, 9] \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \cancel{y} \cdot b \equiv -2 : b \equiv -1 \rightarrow b = \begin{cases} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 9 \end{cases} \\ a + b \equiv -10 \Rightarrow a + b = \begin{cases} 8 \rightarrow \begin{cases} b = 1 \rightarrow a = 7 \\ b = 3 \rightarrow a = 5 \\ b = 5 \rightarrow a = 3 \\ b = 7 \rightarrow a = 1 \end{cases} \\ 17 \rightarrow b = 9 \rightarrow a = 8 \end{cases} \end{array} \right.$$

پس ۵ مقدار برای a و b وجود دارد.

۵۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(13n - 3, 5n + 4) = d : \begin{array}{l} d \mid 13n - 3 \\ d \mid 5n + 4 \end{array} \xrightarrow[\times(-13)]{\times 5} d \mid -67 : d = \begin{cases} 1 \\ \text{یا} \\ 67 \end{cases}$$

$$d = 67 : 67 \mid 5n + 4 : 5n + 4 \equiv 67 \rightarrow 5n \equiv -4 \xrightarrow{\times 13}$$

$$\cancel{-2} \cdot n \equiv -52 \xrightarrow{\div(-2)} n \equiv 26 \xrightarrow{\text{رقمی } 2, n} n = 26, 93$$

۵۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\overline{ababab} = 111q^2$$

$$\overline{ab} \times 10000 + \overline{ab} \times 100 + \overline{ab} = \overline{ab} \cancel{(10101)}_{111 \times 91} = \cancel{111} q^2 \Rightarrow 91\overline{ab} = q^2 \Rightarrow 7 \times 13 \times \overline{ab} = q^2$$

$$\Rightarrow \overline{ab} = 7 \times 13 = 91 \xrightarrow{\text{مجموع ارقام}} 10$$

۵۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$d = (5n - 2, 12n + 7) \Rightarrow \begin{cases} d \mid 5n - 2 \\ d \mid 12n + 7 \end{cases}$$

می‌دانیم اگر $d \mid a$ و $d \mid b$ در این صورت $d \mid (ma + nb)$ ، یعنی d هر ترکیب خطی از a و b را نیز عاد می‌کند، داریم:

$$d \mid 12 \times (5n - 2) + (-5)(12n + 7) \Rightarrow d \mid -59 \Rightarrow d \mid 59 \Rightarrow d = 59 \text{ یا } d = 1$$

با توجه به این که $5n - 2$ و $12n + 7$ نسبت به هم اول نیستند، بنابراین ب.م.ا آن‌ها باید ۵۹ باشد.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. عدد $\overline{av \cdot b}$ مضرب ۴۴ است، یعنی هم مضرب ۴ است و هم مضرب ۱۱. این عدد مضرب ۵۵ نیست، با توجه به این که مضرب ۱۱ است، بنابراین مضرب ۵ نباید باشد. داریم:

$$\overline{av \cdot b} \equiv \overline{.b} \Rightarrow b = 0, 4, 8 \quad (I)$$

$$\overline{av \cdot b} \equiv b - 0 + 7 - a \equiv 0 \Rightarrow a \equiv b + 7 \quad (II)$$

$$\overline{av \cdot b} \not\equiv 0 \Rightarrow b \neq 0, 5 \quad (III)$$

با توجه به روابط (I) و (III)، عدد b یا عدد ۴ است یا عدد ۸. حال به بررسی شرط (II) می‌پردازیم:

عدد b برابر ۴ باشد، در این صورت $a \equiv 4 + 7 \Rightarrow a = 0$ و چون عدد $\overline{av \cdot b}$ چهار رقمی است، بنابراین قابل قبول نمی‌باشد.

عدد b برابر ۸ باشد، در این صورت $a \equiv 4 + 7 \Rightarrow a = 4$ و $a + b = 12$ می‌باشد. بنابراین قابل قبول است و لذا $a + b = 12$ می‌باشد.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در بحث مثال نقض، می‌توان ثابت کرد که اعداد طبیعی به صورت 2^k را نمی‌توان به صورت

حاصل جمع اعداد طبیعی متوالی نوشت، در نتیجه $2^6 = 64$ پاسخ صحیح است. حال سه گزینه‌ی دیگر را بررسی می‌کنیم:

$$(1) \text{ گزینه ی } 1: 40 = 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$(2) \text{ گزینه ی } 2: 46 = 10 + 11 + 12 + 13$$

$$(3) \text{ گزینه ی } 3: 56 = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cancel{25}x + \cancel{12}y = 1110 \Rightarrow x = \frac{1110 - 12y}{25} \Rightarrow x = 12k + 6$$

$$25x + 12y = 1110 \Rightarrow 25(12k + 6) + 12y = 1110 \Rightarrow 12y = 960 - 25 \times 12k$$

$$\Rightarrow y = 80 - 25k$$

$$x > 0 \Rightarrow 12k + 6 > 0 \Rightarrow k > -0.5$$

$$y > 0 \Rightarrow 80 - 25k > 0 \Rightarrow 25k < 80 \Rightarrow k < 3.2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \xrightarrow{n} -0.5 < k < 3.2 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \text{ جواب ۴}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} d \mid 5n + 9 \\ d \mid 4n + 7 \end{cases} \rightarrow d \mid 4(5n + 9) - 5(4n + 7) \rightarrow d \mid 1 \rightarrow d = 1$$

بنابراین این دو عدد به ازای هر $n \in \mathbb{Z}$ اول‌اند و در نتیجه این مساله به ازای $1 \leq n \leq 50$ ، جواب دارد.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. عددی بر ۹۹ بخش‌پذیر است که بر ۹ و ۱۱ بخش‌پذیر باشد. حال قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۹ و ۱۱

را بر عدد $5abb6$ اعمال می‌کنیم:

$$6 - \cancel{b} + \cancel{b} - a + 5 \equiv 0 \rightarrow a \equiv 0 \rightarrow a = 0$$

$$6 + b + b + a + 5 \equiv 0 \rightarrow a + 2b + 11 \equiv 0 \xrightarrow{a=0} 2b + 2 \equiv 0 \xrightarrow{\div 2} b + 1 \equiv 0 \rightarrow b = 8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد اعداد طبیعی کوچکتر از n که نسبت به n اول هستند برابر است با $\phi(n)$ بنابراین باید $\phi(273)$ را بیابیم:

$$273 = 3 \times 7 \times 13 \rightarrow \phi(273) = \phi(3) \cdot \phi(7) \cdot \phi(13) = 2 \times 6 \times 12 = 144$$

توجه: اگر عوامل اول عدد طبیعی n عبارت از p_1, p_2, \dots, p_k باشند، آن‌گاه:

$$\phi(n) = n \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{p_k}\right) \xrightarrow[\text{عدد اول } p]{\text{حالت خاص}} \phi(p) = p \left(1 - \frac{1}{p}\right) = p - 1$$

مثلاً:

$$\begin{aligned} \phi(273) &= \phi(3 \times 7 \times 13) = 3 \times 7 \times 13 \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{7}\right) \left(1 - \frac{1}{13}\right) = \\ &= \underbrace{3 \left(\frac{3-1}{3}\right)}_{\phi(3)} \times \underbrace{7 \left(\frac{7-1}{7}\right)}_{\phi(7)} \times \underbrace{13 \left(\frac{13-1}{13}\right)}_{\phi(13)} = 2 \times 6 \times 12 = 144 \end{aligned}$$

$$13 \equiv -4 \pmod{17} \rightarrow 13^{42} \equiv -4^{42} \pmod{17}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$4^2 \equiv -1 \pmod{17} \rightarrow (4^2)^{21} \equiv (-1)^{21} \pmod{17} \rightarrow 4^{42} \equiv -1 \pmod{17} \rightarrow 4^{42} \equiv -4 \pmod{17} \rightarrow -4^{42} \equiv 4 \pmod{17}$$

$$\rightarrow 13^{42} \equiv 4 \pmod{17}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(a \pm 1b)_v \equiv \cdot \rightarrow b + v + 5 \times v^2 + a \times v^3 \equiv \cdot \rightarrow b + (-2) + 5 \times (-2)^2 + a(-2)^3 \equiv \cdot$$

$$\rightarrow 1a - b \equiv \cdot \rightarrow 1a \equiv b \rightarrow -a \equiv b \rightarrow a + b \equiv \cdot \rightarrow$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \end{cases}$$

توجه کنید که $a, b \leq 6$ می‌باشند (چون عدد در مبنای ۷ نوشته شده است) و در ضمن $a \neq 0$ است. (وگرنه هم یک جواب بود).

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$18a \equiv 12b \xrightarrow[\text{gcd}(6,9)=3]{\div 6} \boxed{3a \equiv 2b} \rightarrow 2b \equiv \cdot \xrightarrow{\div 2} \boxed{b \equiv \cdot} \rightarrow \boxed{b \equiv 3a}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$d = (11n - 3, 2n + 7) \rightarrow \begin{cases} d | 11n - 3 \\ d | 2n + 7 \end{cases} \rightarrow d | 2(11n - 3) - 11(2n + 7) \rightarrow d | -6 - 77$$

$$\rightarrow d | -83 \rightarrow d = 1 \text{ یا } 83$$

برای این که $d \neq 83$ باشد، لاقبل یکی از دو عدد $2n + 7$ یا $11n - 3$ مضرب ۸۳ نباشد در نتیجه:

$$2n + 7 \equiv 0 \pmod{83} \rightarrow 2n \equiv -7 \pmod{83} \rightarrow 2n \equiv -90 \pmod{83} \xrightarrow{\div 2} n \equiv -45 \pmod{83}$$

وقتی $n = 83k - 45$ باشد:

$$11n - 3 = 11 \times 83k - 498 = 83(11k - 6) \text{ و } 2n + 7 = 2 \times 83k - 83 = 83(2k - 1)$$

$$n \neq 83K - 45 \xrightarrow{k=1} n \neq 38 \rightarrow n \leq 37$$

۸۳ بخش پذیرند، پس باید:

بنابراین $\text{Max}(n) = 37$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۰

$$7 \times \begin{cases} a \equiv 5 \pmod{9} \rightarrow 7a \equiv 35 \pmod{63} \\ a \equiv 6 \pmod{7} \rightarrow 9a \equiv 54 \pmod{63} \end{cases} \xrightarrow{(-)} \begin{cases} 7a \equiv 35 \pmod{63} \\ 2a \equiv 19 \pmod{63} \end{cases} \rightarrow 2a \equiv 82 \pmod{63} \xrightarrow{\div 2} a \equiv 41 \pmod{63}$$

عدد اول است.

$$\begin{cases} a \equiv 5 \pmod{9} \rightarrow a \equiv 5 + 4 \times 9 \equiv 41 \\ a \equiv 6 \pmod{7} \rightarrow a \equiv 6 + 5 \times 7 \equiv 41 \end{cases} \rightarrow a \equiv 41 \pmod{[9,7]} \rightarrow a \equiv 41 \pmod{63}$$

روش دوم:

$$20A + 15B = 755 \xrightarrow{\div 5} 4A + 3B = 151$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۱

$$\Rightarrow 4A + 3B = 151 \Rightarrow A = 1 \Rightarrow \boxed{A = 3k + 1}$$

$$4(3k + 1) + 3B = 151 \Rightarrow 3B = -12k + 147 \Rightarrow \boxed{B = -4k + 49}$$

$$\begin{cases} A \geq 0 \Rightarrow 3k + 1 \geq 0 \\ B \geq 0 \Rightarrow -4k + 49 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{-1}{3} \leq k \leq \frac{49}{4} \Rightarrow k = 0, 1, \dots, 12$$

از طرفی $A + B = -k + 50$ می باشد و برای حداقل شدن آن، k باید ماکزیم شود و بیشترین مقدار k هم که ۱۲ است،

$$\text{Min}(A + B) = -12 + 50 = 38$$

پس:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم $d = (9n + 4, 2n - 5)$ ، آن گاه خواهیم داشت: ۷۲

$$d | 9n + 4 \rightarrow d | 4(9n + 4) - 3(2n - 5) \rightarrow d | 16 + 15 \rightarrow d | 31 \rightarrow d = 1 \text{ یا } 31$$

برای این که دو عدد نسبت به هم اول نباشند، باید $d = 31$ باشد، پس هر دو عدد باید مضرب ۳۱ باشند:

$$2n - 5 \equiv 0 \pmod{31} \rightarrow 2n \equiv 5 \pmod{31} \rightarrow 2n \equiv 36 \pmod{31} \rightarrow n \equiv 3 \pmod{31} \rightarrow n = 31k + 3$$

$$10 \leq 31k + 3 \leq 99 \rightarrow 7 \leq 31k \leq 96 \rightarrow \frac{7}{31} \leq k \leq \frac{96}{31} \rightarrow k = 1, 2, 3$$

توجه کنید که اگر $n = 31k + 3$ باشد، $9n + 4$ هم مسلماً مضرب ۳۱ است زیرا:

$$9n + 4 = 9(31k + 3) + 4 = 9 \times 31k + 31 = 31(9k + 1) = 31k'$$

۷۳ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$v^2 \equiv 49 \pmod{43} \Rightarrow v^2 \equiv 6 \pmod{43} \Rightarrow v^2 \equiv 42 \pmod{43} \Rightarrow v^{54} = (v^2)^{27} \equiv 1^{27} \equiv 1$$

$$13 \times v^{54} + A \equiv 0 \pmod{43} \Rightarrow 13 + A \equiv 0 \pmod{43} \Rightarrow A \equiv -13 \pmod{43} \Rightarrow A \equiv 30$$

۷۴ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(11n - 5, 9n + 2) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 11n - 5 \xrightarrow{\times (-9)} d \mid -99n + 45 \\ d \mid 9n + 2 \xrightarrow{\times 11} d \mid 99dn + 22 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d \mid 67 \Rightarrow 67 \mid 9n + 2$$

$$9n + 2 \equiv 0 \pmod{67} \Rightarrow 9n \equiv -2 \pmod{67} \xrightarrow{\div 3} 3n \equiv -23 \pmod{67} \xrightarrow{\div 3} n \equiv -30$$

$$\Rightarrow n = 67k - 30$$

جواب ۲ رقمی که برای n به دست می‌آید برابر ۳۷ است که به ازای n = ۱ حاصل می‌شود.

۷۵ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$168p + 1 = n^2 \quad n = 2k + 1 \text{ پس } n \text{ فرد است بنابراین}$$

$$168p = n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1) = 2k(2k + 2) \Rightarrow 168p = 4k(k + 1) \Rightarrow 42p = k(k + 1)$$

K و ۱ + K متوالیند بنابراین ۴۲p را باید چنان تجزیه کنیم که حاصل ضرب دو عدد متوالی باشند (p اول است)

$$k(k + 1) = 42 \times p \Rightarrow p = 41, p = 43$$

$$k(k + 1) = 14 \times 3p \Rightarrow 3p = 15 \rightarrow p = 5 \rightarrow \text{عدد اول یافت می‌شود. ۴}$$

$$k(k + 1) = 21 \times 2p \Rightarrow 2p = 22 \rightarrow p = 11$$

۷۶ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{می‌دانیم: } [a, b] = \frac{a \times b}{(a, b)} \Rightarrow [231, a] = 231a \Rightarrow \begin{cases} (231, a) = 1 \\ a < 231 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 231 \text{ تعداد } a \text{ کوچک‌تر از } 231 = \varphi(231) = 231 \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{7}\right) \left(1 - \frac{1}{11}\right) = 120$$

۷۷ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(11n + 2, 7n + 5) = d : \begin{cases} d \mid 11n + 2 \\ d \mid 7n + 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{ترکیب خطی}} d \mid 41 : d = \begin{cases} 1 \\ 41 \end{cases}$$

یعنی d هیچ‌گاه برابر ۳ نمی‌شود پس n وجود ندارد.

۷۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$72x \equiv 1 \pmod{31} \Rightarrow 216x \equiv 3 \pmod{31} \xrightarrow{(216=7 \times 31)} -x \equiv 3 \pmod{31} \Rightarrow x \equiv -3$$

$$x = 31K - 3 \quad 99 < 31K - 3 \leq 999 \Rightarrow 102 < 31K \leq 1002$$

$$\Rightarrow 3 < K \leq 32 \Rightarrow \text{جواب صحیح برای } K \text{ وجود دارد. ۲۹}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۹

$$\left. \begin{aligned} A &= 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 \\ B &= 2^5 \times 3^2 \times 6^a \times 11 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (A, B) = 2^{\min(a, 2)} \times 3^2 \times 5^{\min(a, 2)}$$

تعداد مقسوم‌علیه‌های مشترک مثبت و غیر یک (A, B) برابر ۲۳ است و پس تعداد کل مقسوم‌علیه‌های مشترک مثبت آن‌ها $23 + 1 = 24$ است و بنابراین:

$$(2 + 1)(2 + 1)(\text{Min}\{a, 2\} + 1) = 24$$

اگر $\text{Min}\{a, 2\} = 3$ نامساوی فوق برقرار نیست پس $\text{Min}\{a, 2\} = a = 1$ و بدین ترتیب داریم:

$$B = 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

$$\text{کم}.. [A, B] = 2^5 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^2 \times 11$$

و تعداد تمام مقسوم‌علیه‌های مثبت ک.م.م برابر است با:

$$(5 + 1)(4 + 1)(3 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 720$$

توجه: اگر $N = P_1^{\alpha_1} \times P_2^{\alpha_2} \times \dots \times P_n^{\alpha_n}$ باشد، آن‌گاه تعداد مقسوم‌علیه مثبت N برابر است با:

$$(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_n + 1)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کافی است عدد را به پیمانه‌ی ۵ و ۷ ببریم: ۸۰

$$25 = [5, 7]$$

$$A = 6^{60} + 3^{60} - 2^{60} \equiv 1^{60} + (-2)^{60} - 2^{60} = 1$$

$$A = 6^{60} + 3^{60} - 2^{60} \stackrel{v}{\equiv} 1 + 1 - 1 = 1 \Rightarrow A \stackrel{[5, 7]}{\equiv} 1 : A \stackrel{25}{\equiv} 1$$

$$(a, 7) = 1 \xrightarrow[\text{فرد}]{\text{عدد اول } 7} a^6 \stackrel{v}{\equiv} 1 \Rightarrow a^{60} \stackrel{v}{\equiv} 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد را d می‌نامیم. داریم: ۸۱

$$\begin{cases} d \parallel 9n + 2 \xrightarrow{\text{سمت راست } 11 \times} d \parallel 99n + 22 \\ d \parallel 11n + 7 \xrightarrow{\text{سمت راست } 9 \times} d \parallel 99n + 63 \end{cases} \rightarrow d \parallel 41 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 41$$

اما چون گفته شده دو عدد نسبت به هم اول نیستند، پس $d=41$. حالا چون ب.م.م برابر ۴۱ است هرکدام از دو عدد بر ۴۱ بخش پذیرند. مثلاً:

$$9n + 2 \equiv 0 \pmod{41} \Rightarrow 9n \equiv -2 \pmod{41} \xrightarrow{\div 3} n \equiv 18 \pmod{41} \Rightarrow n = 41q + 18$$

پس کوچک‌ترین مقدار n برابر ۱۸ است که در میان گزینه‌ها بر ۶ بخش پذیر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عدد را x می‌نامیم. داریم: ۸۲

$$x \equiv 5 \pmod{11} \quad x \equiv 8 \pmod{14} \quad x \equiv 9 \pmod{15}$$

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv b \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{n} \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m,n]}$$

* توجه:

حاصل ۳ عدد را در ۳ پیمانه برحسب ۱ عدد می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x \equiv -6 \pmod{11} \\ x \equiv -6 \pmod{14} \\ x \equiv -6 \pmod{15} \end{cases} \Rightarrow x \equiv -6 \pmod{11,14,15}$$

اما $11, 14, 15 = 11, 2 \times 7, 3 \times 5 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$ بنابراین:

$$x \equiv -6 \pmod{2310} \Rightarrow x = 2310q - 6$$

کمترین مقدار x زمانی است که q برابر یک باشد. بنابراین:

$$x_{\min} = 2304$$

حالا 2304 را تجزیه می‌کنیم تا ببینیم مضرب کدام گزینه است:

$$2304 = 2^8 \times 3^2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اولاً در این گراف داریم: $\sigma \geq \left\lceil \frac{14}{5+1} \right\rceil = 3$ ، ثانیاً مجموعه‌ای مانند $\{i, j, c, n\}$ احاطه‌گر است و ۸۳

با کمتر از ۴ عضو رئوس گراف احاطه نمی‌شود، پس $r = 4$.

حال هر یک از سه رأس i, e, f با سه رأس j, c, n ، مجموعه احاطه‌گر مینیمم، سازگار با خواسته سؤال می‌باشد.

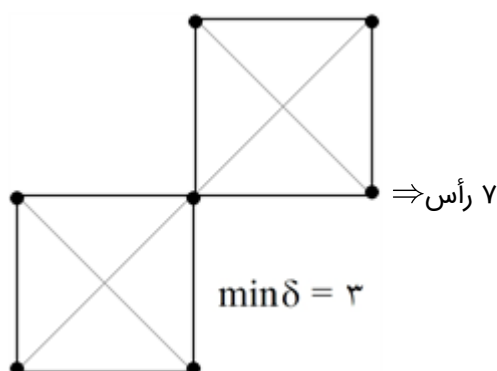
$$\text{مثلاً: } A = \{i, j, c, n\} \Rightarrow N[i] = \{i, a, e, f\}, N[j] = \{j, g\}, N[e] = \{c, b, d, k, l, m\}$$

$$, N[n] = \{n, h\}$$

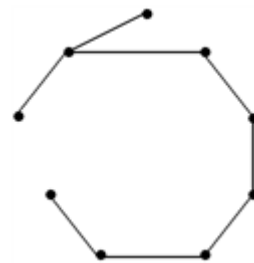
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها مجموعه احاطه‌گر مینیمم با شرط خواسته شده عبارتست از $\{d, f, k\}$. ۸۴

$$P = 7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گراف مورد بحث در اینجا: ۸۵



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۶



$$\left. \begin{aligned} \Delta(G) + \delta(G) &= 12 \\ (P - 1 - \delta(G)) - (P - 1 - \Delta(G)) &= 2 \\ \Rightarrow \Delta(G) - \delta(G) &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \Delta(G) = 7 \\ \delta(G) = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{همبند } \bar{G}} \min(P) = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta(\bar{G}) = 3 \\ \delta(\bar{G}) = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{همبند } \bar{G}} \min(q(\bar{G})) = 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. \bar{G} همبند است پس $\delta(\bar{G}) \geq 1$. چون می‌خواهیم یال‌های G زیاد شود یال‌های (\bar{G}) را تا حد

امکان کم می‌گیریم پس $\Delta(\bar{G}) = 3, \delta(\bar{G}) = 1$ فرض کنیم. در این صورت با $p = 8$ رابطه اول نمی‌تواند درست باشد

چون: $3 + \square = 7 \Rightarrow \square = 4 \Rightarrow \delta(G) = 4$

$1 + \circ = 7 \Rightarrow \circ = 6 \Rightarrow \Delta(G) = 6$

اگر $p = 9$ باشد و $\Delta(\bar{G}) = 3, \delta(\bar{G}) = 1$

$3 + \square = 8 \Rightarrow \delta(G) = 5$
 $\Delta + 2\delta = 17 \checkmark$

$1 + \circ = 8 \Rightarrow \Delta(G) = 7$

اگر \bar{G} همبند باشد حداقل ۸ یال می‌خواهد که با $q(\bar{G}) = 8$ می‌تواند شرایط $\Delta(\bar{G}) = 3$ و $\delta(\bar{G}) = 1$ رعایت شود

$q_{\max} = \frac{9 \times 8}{2} - 8 = 28$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای آن‌که حداقل یال را داشته باشیم، درجه رأس‌ها باید کمترین باشد پس: ۸۸

$G : 432 = 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1$

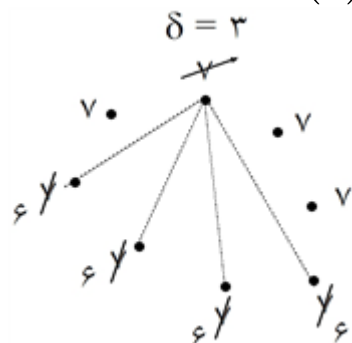
$2q = 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 \Rightarrow q(G) = 9$

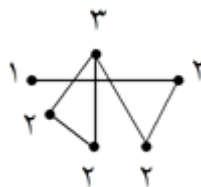
$P = 8 \Rightarrow q_{k_8} = \binom{8}{2} = 28 \Rightarrow q(\bar{G}) = 19$

$\left. \begin{aligned} \Delta(G) &= 3 \\ \delta(\bar{G}) + \Delta(G) &= P - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \delta(\bar{G}) = 4 \Rightarrow q(\bar{G}) + \delta(\bar{G}) = 23$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۹

\Rightarrow از گراف k_8 باید ۴ تا یال جدا کنیم $\Rightarrow \frac{8 \times 7}{2} = 28 = q$: اگر G کامل می‌بود





گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۰

$$\begin{aligned}
 & 3 \times 4 \times 4 \\
 & \text{یا} \\
 & 48 = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2
 \end{aligned}$$

$5 - 1 = 4$

$15 - 6 = 9 \Rightarrow \binom{6}{2}$

$\Rightarrow \Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 4 + 9 = 13$

$\Rightarrow \Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 3 + 4 = 7$

$4 - 1 = 3$

$\binom{5}{2} - 6 = 10 - 6 = 4$



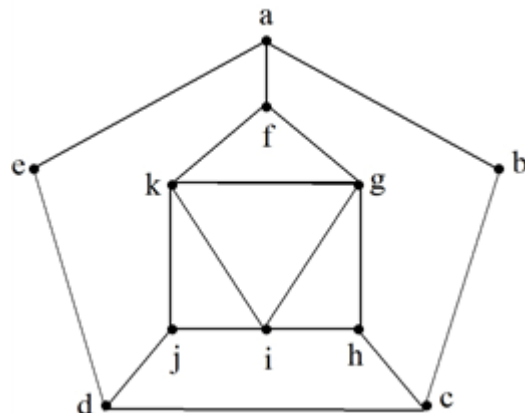
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرتبهٔ گراف برابر ۱۸ است. برای داشتن بیشترین تعداد یال، رأس‌های از درجهٔ Δ و برای داشتن کمترین تعداد یال، رأس‌های از درجهٔ δ را ماکزیم می‌کنیم. چون تعداد رأس‌های فرد گراف همواره عددی زوج است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}
 \text{حالت ماکزیم: } & 8, 8, \dots, 8, 7, 3 \Rightarrow 2q_{\max} = 16 \times 8 + 7 + 3 = 138 \Rightarrow q_{\max} = 69 \\
 & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{رأس ۱۶}} \\
 \text{حالت مینیم: } & 8, 4, 3, 3, \dots, 3 \Rightarrow 2q_{\min} = 8 + 4 + 16 \times 3 = 60 \Rightarrow q_{\min} = 30 \\
 & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{رأس ۱۶}} \\
 q_{\max} - q_{\min} &= 69 - 30 = 39
 \end{aligned}$$

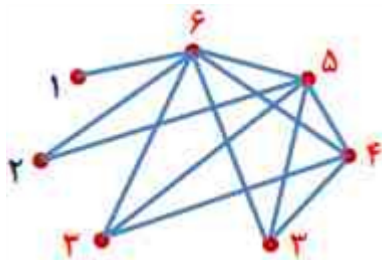
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مرتبهٔ گراف G ، برابر $n = 11$ و ماکزیمم درجه در این گراف، برابر $\Delta = 4$ است، بنابراین داریم:

$$\sigma(G) \geq \left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{11}{5} \right\rfloor = 3$$

از طرفی مجموعهٔ $A = \{a, i, c\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر برای این گراف است، پس $\sigma(G) = 3$.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کافی است رسم شکل تابع را انجام دهیم:



$$x = 2, y = 1 \Rightarrow x + y = 2 + 1 = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این گراف ۳-منتظم است. اگر گراف دارای n رأس باشد، درجه هر رأس مکمل برابر $-(n - 4)$ است. داریم:

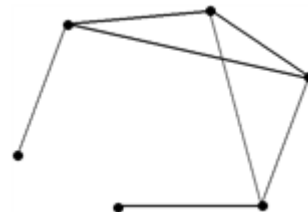
$$nr = 2q_G \xrightarrow{r=2} q_G = \frac{3n}{2}, nr = 2q_{\bar{G}} \xrightarrow{r=n-4} q_{\bar{G}} = \frac{(n-4)n}{2}$$

$$q_{\bar{G}} = 6q_G \Rightarrow \frac{(n-4)n}{2} = 6 \times \frac{3n}{2} \Rightarrow n - 4 = 18 \Rightarrow n = 22$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموعهٔ همسایگی بسته هر رأس شامل خود آن رأس و همسایه‌هایش است. پس به‌جز خودش هر رأس با ۳ رأس دیگر مجاور است و گرافی ۳-منتظم داریم.

$$kp = 2q \Rightarrow 3 \times 6 = 2q \Rightarrow q = 9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گراف را رسم می‌کنیم.



در شکل واضح است که گراف مقابل ۲ دور به طول ۳ خواهد داشت!

۹۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تعداد اعضای همسایه‌های باز همان درجه رؤس است پس درجه رؤس گراف همگی ۲

$$r \cdot p = 2q \xrightarrow{r=2} 2p = 2q$$

می‌باشد یعنی ۲- منتظم پس:

می‌دانیم:

$$q(G) + q(\bar{G}) = q_{kp} \xrightarrow[p=q]{q(\bar{G})=2q_G} 2q = \frac{q(q-1)}{2} \Rightarrow q-1=8 \Rightarrow q=9 \Rightarrow p=9$$

۹۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر k برابر ۸ باشد، گرافی کامل خواهیم داشت که غیرقابل قبول است و چون می‌دانیم k عددی

فرد نمی‌تواند باشد، پس $k=6$ بیشترین مقدار قابل قبول برای k است.

نکته: گراف فرد - منتظم مرتبه فرد نداریم.

۹۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sum \deg V_i = 2q \Rightarrow 5 + 4 + 4 + 3 + a + b + c = 2 \times 1 / 5 \times (a + b + c)$$

$$\Rightarrow a + b + c = 8 \xrightarrow{\text{راس ایزوله نداریم}} \{5, 2, 1\} \{4, 3, 1\} \{4, 2, 2\} \{3, 3, 2\}$$

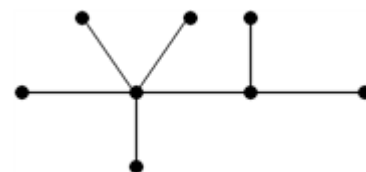
۱۰۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $q = \binom{p}{2}, \delta = \Delta = p - 1$ در گراف کامل

$$q = \Delta^2 - 2\delta \Rightarrow \frac{P(P-1)}{2} = (P-1)^2 - 2(P-1) \Rightarrow \frac{P}{2} = P - 1 - 2 \Rightarrow 2P - 6 = P \Rightarrow P = 6$$

۱۰۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سه رأس ۱۴، ۱۵ و ۱۶، تمام رؤس گراف را احاطه می‌کنند، پس مجموعه‌ی $\{14, 15, 16\}$ یک

مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم برای گراف بوده و عدد احاطه‌گری گراف برابر ۳ است.

۱۰۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل این درخت فاقد رأس درجه‌ی ۲ است. منظور از درخت، گراف همبند فاقد دور است.



تذکر: مبحث درخت در گراف در کتاب جدید ریاضیات گسسته موجود نیست.

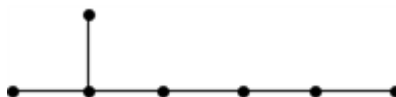
۱۰۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۱: مجموعه‌ی $\{b, h\}$ قادر به احاطه‌ی رأس g نیست.

گزینه‌ی ۳: مجموعه‌ی $\{a, c, h\}$ قادر به احاطه‌ی رؤس e و g نیست.

گزینه‌ی ۴: مجموعه‌ی موردنظر تمام رؤس را احاطه می‌کند و با حذف هرکدام از اعضای آن احاطه‌گری از بین می‌رود.

۱۰۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل کوچک‌ترین اندازه‌ی گراف ساده‌ی همبندی از مرتبه‌ی ۷ که در آن $\Delta = 3$ باشد، برابر



۶ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۵)

$$p = \begin{cases} \text{زوج} & r \\ \text{فرد} & r \end{cases} \xrightarrow{\text{منتظم}} \begin{cases} r = \text{زوج} \\ 0 \leq r \leq 4 \end{cases} \Rightarrow r_{\text{Max}} = 4 \Rightarrow 5^4 = K_5$$

$$\binom{p}{m} \times \frac{(m-1)!}{2} : K_p \text{ در } m \text{ طول به}$$

$$\xrightarrow{K_5} \text{دور به طول } 4 \rightarrow \binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = 5 \times 3 = 15$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا رئوسی را می‌یابیم که احاطه‌گر باشند و سپس تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال را شمار می‌کنیم: (۱۰۶)

سه مجموعه $\{a, d\}$, $\{g, e\}$, $\{m, p\}$ را در نظر می‌گیریم، از هر مجموعه یک عضو انتخاب کرده به کمک اصل ضرب جواب

$$\binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 8 \quad \text{یافت می‌شود:}$$

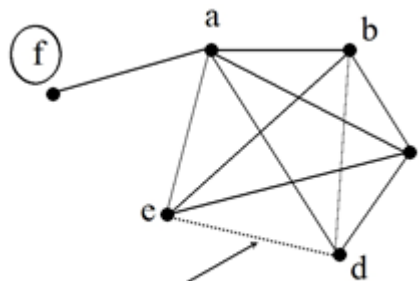
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. رأس f را کنار می‌گذاریم. اگر یال ed را اضافه کنیم، گراف کامل مرتبه ۵ ساخته می‌شود. تعداد (۱۰۷)

$$\binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = 15$$

دورها در گراف کامل مرتبه ۵ به طول ۴ برابر است با:

حال دوره‌های به طول ۴ که یال ed را دارد حذف می‌کنیم:

دور به طول ۴ شامل ed : $\begin{matrix} \underline{e} & \underline{d} & \underline{c} & \underline{b} & \underline{e} = 6 \\ \uparrow & & \searrow & & \\ \text{یال } ed & & \text{رئوس } a \text{ و } b \text{ و } c \end{matrix}$



$$\xrightarrow{\text{جواب}} \text{کل} - \text{غ} \text{ ق} \text{ ق} = 15 - 6 = 9$$

اگر ed باشد گراف کامل است

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۸)

$$q = 4 \xrightarrow{P_n} n = q + 1 = 4 + 1 = 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا این مجموعه اصلاً احاطه‌گر نیست. هیچ‌کدام به d وصل نیستند. (۱۰۹)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گراف‌های $2k$ -منتظمی که می‌توان با 2 رأس کشید باید k زوج باشد زیرا $2k = 2q$ (۱۱۰)

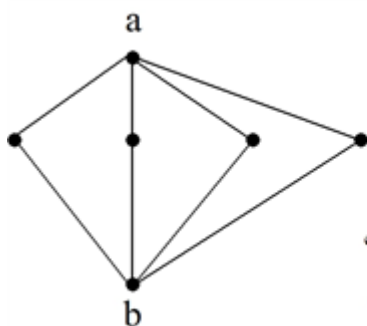
$$k = 2$$

پس: $k = 0$ که غیرقابل قبول است زیرا در سوال گرفته شده غیرتهی:

$$k = 4$$

$k = 6$ که این‌هم غیرقابل قبول است زیرا گراف کامل می‌شود که سوال گفته غیرکامل پس دو مقدار 2 و 4 قابل قبول هستند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه دورهای این گراف دور به طول ۴ هستند. ۱۱۱

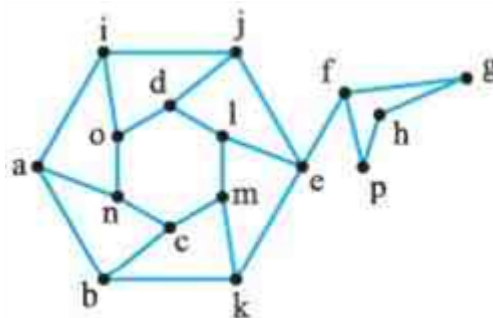


$$\Rightarrow \binom{4}{2} = 6$$

کلاً ۶ دور داریم.

هر دو راس که از وسط برداریم، با a و b دور ۴ خواهیم داشت.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. رأس‌های گراف را نام‌گذاری می‌کنیم. ۱۱۲



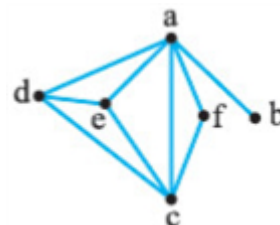
حالا گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم.

گزینه ۱ مجموعه $\{a, b, c, d, h\}$ یک مجموعه احاطه‌گر نیست، چون در آن رأس e احاطه نمی‌شود. در گزینه‌های ۲ و ۴ مجموعه داده شده احاطه‌گر نیستند، زیرا در هیچ‌کدام از آن‌ها رأس p احاطه نمی‌شود. اما مجموعه داده شده در گزینه ۳ یعنی $\{a, c, e, d, h\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است. چون همه رأس‌ها با این ۵ رأس احاطه می‌شوند و با حذف هر کدام از این رأس‌ها، مجموعه باقی‌مانده دیگر احاطه‌گر نیست.

رأس انتخابی	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p
رأسی که آن را پوشش می‌دهد	a	a	c	d	e	e	h	h	a	d	e	d	c	a	d	h

همچنین با حذف هر کدام از رأس‌ها، دیگر خود آن رأس احاطه نمی‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل ساده شده گراف به صورت روبه‌رو است: ۱۱۳



تعداد دورهای به طول ۳ در این گراف ۵ تا است: aeda, aeca, adca, decd, afca.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۱۴

$$\binom{5}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} = 5 \times 3 = 15$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (تمرین کتاب درسی) ۱۱۵

درخت \rightarrow همبند فاقد دور $p = q + 1$
 نوع $\rightarrow q = 5$ و $p = 6 \Rightarrow p + q = 11$: از طرفی

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد دورها به طول ۴ در گراف K_5 برابر است با: ۱۱۶

$$\binom{5}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} = 5 \times 3 = 15$$

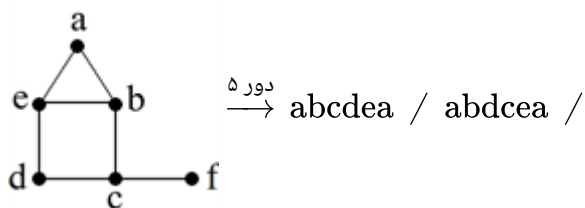
دورهایی به طول ۴ که شامل یال ab هستند، عبارتند از:

abcd, abdca, abcea, abeca, abdea, abeda

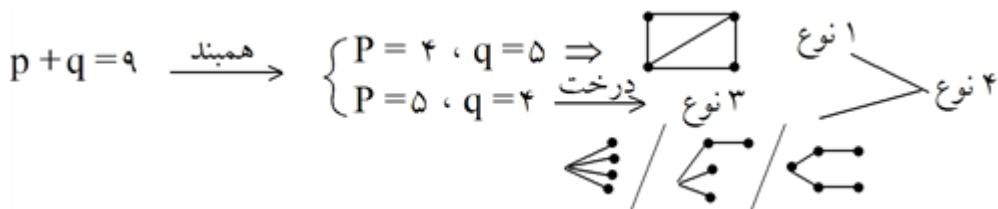
یعنی با حذف یال ab، ۶ دور به طول ۴ حذف می‌شود، پس تعداد دورهای به طول ۴ در گراف باقیمانده برابر است با:

$$15 - 6 = 9$$

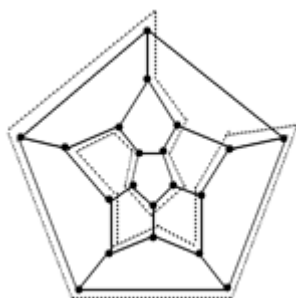
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید شکل گراف را رسم کنیم: ۱۱۷



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۱۸



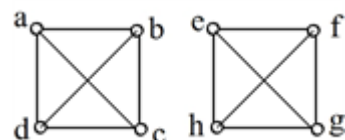
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرتبه‌ی این گراف ۲۰ است، بنابراین نمی‌تواند دوری بیشتری از ۲۰ داشته باشد (گزینه‌ی ۴ برای گراف از مرتبه‌ی ۲۰ امکان ندارد). با توجه به این که این گراف همیلتنی است، بنابراین دوری به طول ۲۰ دارد. دور مقابل دور ۱۱۹



همیلتنی این گراف است.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. گراف ۳-منتظم باید حداقل ۴ راس داشته باشد، در نتیجه اگر یک گراف ۸ راسی ناهمبند قرار باشد ۳-منتظم هم باشد، الزاما باید به دو بخش ۴ راسی افراز شود. یعنی مطابق شکل دو گراف کامل K_4 داریم. در هر یک از بندها ۳ دور به طول چهار و در مجموع ۶ دور به طول چهار وجود دارد:

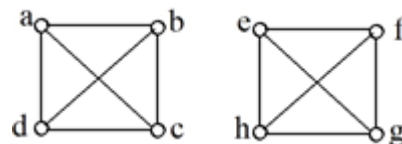
abcda و abdca و acbda و efghe و efhge و egfhe



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که مجموع درجات رئوس در این گراف برابر است با: $2q = 3p = 24$ پس $p = 8$ و در نتیجه شکل این گراف ناهمبند به صورت مقابل است:

$$\text{تعداد دورها} = 2 \times \left[\binom{4}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} \right] = 6$$

البته با شمارش تعداد دورهای به طول ۴ هم می‌توانستیم تست را حل کنیم: $acbd$ و $abcd$ و $abdc$ و به همین ترتیب $efghe$ و $efghe$ و $efghe$ ، بنابراین در مجموع ۶ دور به طول ۴ وجود دارد.

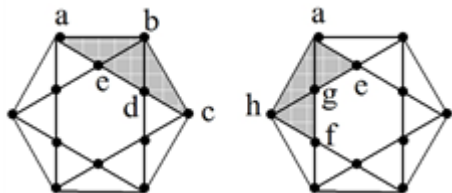


$$p \times q = 50 = 5 \times 10 = 5 \times \binom{5}{2} \Rightarrow P = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

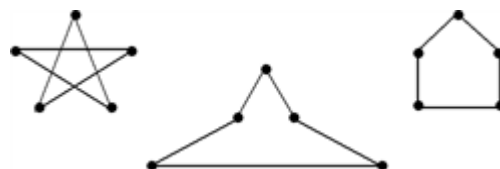
$$\text{تعداد دور به طول } r \text{ در } k_p = \binom{p}{r} \frac{(r-1)!}{2} \Rightarrow \binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = 15$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. یک نمونه از دورهای به طول ۵، در شکل هاشورخورده است: $aegfha$ ، که ۶ دور به طول ۵ هم به این صورت وجود دارد $abcdea$. پس در مجموع ۱۲ دور به طول ۵ وجود دارد.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

فرم کلی دورهای به طول ۵ در گراف به صورت‌های مقابل می‌باشد که تعداد آن‌ها ۷ تا است.

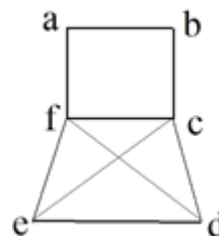


گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نمودار این گراف به صورت مقابل است که دارای دو دور به طول ۶ است.

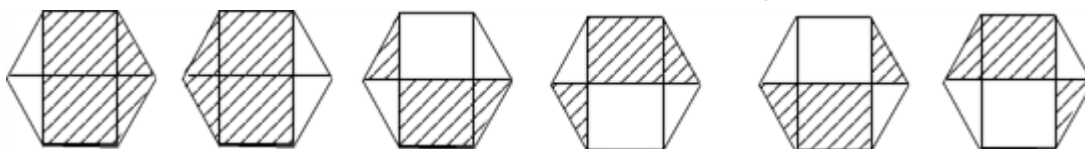
$$a - b - c - d - e - f - a$$

$$a - b - c - e - d - f - a$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هیچ راهی به جز شمارش نداریم. برای این که بهتر متوجه شوید تمامی دورهای به طول پنج را

در شکل جداگانه هاشور می‌زنیم:



می‌بینید که شش دور به طول پنج وجود دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در بدترین شرایط ۲ گوی آبی، ۳ گوی سبز، ۱ گوی قرمز و ۴ گوی سفید می‌توانیم داشته باشیم که می‌شود ۱۰ گوی. یک گوی اضافی خواسته مسئله را تأمین می‌کند. لذا اگر ۱۱ گوی خارج کنیم مسئله حل می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون اتاق‌ها یکسان هستند بنابراین جواب عبارتست از:

$$\frac{1}{5!} \binom{10}{2} \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2} = 945$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون در برد تنها یک عدد فرد داریم (عدد ۱) یا باید یکبار ظاهر شود یا سه بار.

$$f = \{(1,), (2,), (3,), (4,)\}$$

$$\text{حل: } \binom{4}{1} \times \left(\binom{2}{1} \right)^3 + \binom{4}{3} \times \left(\binom{2}{1} \right)^1 = 4 \times 8 + 4 \times 2 = 4 \times 10 = 40$$

یکی از اعداد ۲ یا ۴ باید
برای سه جایگاه دیگر بیایند

$$\sqrt{x_3} = x_3^1 \geq 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x_1 + 0/4x_2 + x_3^1 + x_4 = 4$$

$$\begin{cases} x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3^1 + x_4 = 4 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15 \\ x_2 = 5 \Rightarrow x_1 + x_3^1 + x_4 = 2 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6 \\ x_2 = 10 \Rightarrow x_1 + x_3^1 + x_4 = 0 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{0+3-1}{3-1} = 1 \end{cases}$$

$$\text{تعداد کل جوابها} = 15 + 6 + 1 = 22$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰ زیرمجموعه. حداقل ۱۱ عضو باید انتخاب شود.

$$\{14, 15, 16\} \quad \{22, 23, 24\}$$

$$\{15, 16, 17\} \quad \{23, 24, 25\}$$

$$\{16, 17, 18\} \quad \cdot$$

$$\{17, 18, 19\} \quad \cdot$$

$$\{18, 19, 20\} \quad \{26, 27, 28\}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۲

فقط $10000 \Rightarrow$ تا صفر و یکی رقم $14 \Rightarrow 1, 0 \Rightarrow 1 \Rightarrow$ مجموع ارقام $\Rightarrow n = 0$: اگر

$$\text{اگر } n = 1 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 24 \Rightarrow \begin{cases} 54444 \\ 45444 \\ 44544 \\ 44454 \\ 44445 \end{cases} \begin{array}{l} \text{مجموعاً} \\ \text{عدد } 6 \end{array}$$

$\Rightarrow \frac{5!}{4!} = 5 \Rightarrow$ تا و یکی $454 \rightarrow 4, 5$
 $5, 6 \rightarrow$

مجموع ۵ رقم در حداکثر حالت ممکن ۴۵ است بنابراین غیرممکن $\Rightarrow 47 =$ مجموع ارقام $\Rightarrow n = 2$: اگر

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳۳

۸ تا \Rightarrow بعدی $\{4\} + \{3, 5, 7, 13, 17, 19\} =$ اعداد اول درون مجموعه A

عدد ۲ وجود ندارد!

$$\text{ستون ۳ تایی} \Rightarrow \left. \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right\} \times = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۴

$$\text{ستون ۲ تایی} \Rightarrow \left. \begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array} \right\} \times = 6$$

ستون تکی $\Rightarrow 3 = 3$

مجموعاً: $6 + 6 + 3 = 15$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باقی مانده‌های تقسیم بر ۵ می‌تواند ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ باشد. ۱۳۵

(۰, ۱)	(۱, ۱)	(۴, ۱)	(۲, ۱)	(۳, ۱)
(۰, ۲)	(۱, ۲)	(۴, ۲)	(۲, ۲)	(۳, ۲)
(۰, ۳)	(۱, ۳)	(۴, ۳)	(۲, ۳)	(۳, ۳)
(۰, ۴)	(۱, ۴)	(۴, ۴)	(۲, ۴)	(۳, ۴)
(۰, ۵)	(۱, ۵)	(۴, ۵)	(۲, ۵)	(۳, ۵)
حالت ۳		حالت ۵		حالت ۵

پس حداکثر ۱۳ زوج مرتب می‌توان انتخاب کرد که هیچ دو زوج مرتبی مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم ضرب نباشد. پس با انتخاب چهاردهمی، این اتفاق می‌افتد و حداقل ۲ زوج مرتب مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم ضرب ۵ می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا بزرگ‌ترین عدد در میان گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم. اگر $m = 42$ باشد، آنگاه مجموعه $\{12, 13, 14, \dots, 42\}$ را می‌توان به صورت زیر افزایش کرد:

$$\underbrace{\{12, 35\}, \{13, 34\}, \dots, \{23, 24\}, \{36\}, \{37\}, \dots, \{42\}}_{\substack{۱۲ بسته که مجموع ۴۷ دارند \\ ۷ زیرمجموعه}}$$

یعنی مجموعه داده شده به ۱۲ زیرمجموعه دو عضوی و ۷ زیرمجموعه یک عضوی تقسیم می‌شود. طبق اصل لانه کبوتری اگر زیرمجموعه‌ای شامل ۲۰ عضو از این مجموعه انتخاب کنیم، حداقل دو عضو از میان آنها به یکی از زیرمجموعه‌های این افزایش تعلق داشته و مجموع آنها برابر ۴۷ خواهد بود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو نفر موردنظر را به صورت یک بسته در نظر می‌گیریم که این دو نفر درون بسته می‌توانند جای خود را با یکدیگر عوض کنند.

$$\begin{array}{c} 2 \times 1 \\ \text{---} \\ 4 \times 3 \times 2 \times 1 \end{array}$$

تعداد جایگشت‌ها برابر است با: $4! \times 2! = 48$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کافی است زوج‌هایی که مجموع ۲۴ دارد را تعیین کنیم و در پخش‌ترین حالت انتخاب کنیم:

$$\underbrace{\{1, 23\}, \{2, 22\}, \dots, \{11, 13\}}_{11} ; A = \{12, 24, 25, \dots, 38, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{11}\}$$

از هر بسته یکی برداشته ایم

$$\Rightarrow 1 + 15 + 11 + 1 = 28$$

۱ برداشتن عضو ۲۸ به خواسته مسئله می‌رسیم

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم وجود $\sqrt[n]{x_i}$ هیچ تأثیری در شرایط ندارد و آن را t_i در نظر می‌گیریم و فقط کافی است x_2 را عددگذاری کنیم:

$$x_1 + 2x_2 + t_3 + x_4 = 4$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_2 = 0 : x_1 + t_3 + x_4 = 4 \rightarrow \binom{6}{2} = 15 \\ x_2 = 1 : x_1 + t_3 + x_4 = 2 \rightarrow \binom{4}{2} = 6 \\ x_2 = 2 : x_1 + t_3 + x_4 = 0 \rightarrow \binom{2}{2} = 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} = 22$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\binom{8}{5} + \binom{2}{1} \binom{8}{4} = 56 + 2 \times 70 = 196$$

۲ غذا همزمان نباشد
یکی از ۲ غذا باشد

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۴۶)

	A	B	C
روز اول	۲ حالت	۲ حالت	۱ حالت
روز دوم			
روز سوم			

$\rightarrow 2 \times 2 \times 1 = 4$

اگر روز اول مبنا قرار دهیم $A \leftarrow 2$ حالت

$B, C \leftarrow 1 \times 2$ حالت

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق اصل لانه کبوتر باید تعداد $1 + (2 + 3 + 3)$ کتاب برداریم چون کتاب‌های هنر دوتا است هر دو را برمی‌داریم و از هر کدام از بقیه موضوعات هم ۳ کتاب برمی‌داریم. این بدترین حالت ممکن است که هیچ ۴ کتابی هم موضوع نیستند. اکنون اگر یک کتاب دیگر برداریم حتماً با یکی از قبلی‌ها تشکیل ۴ کتاب هم موضوع می‌دهد. (۱۴۷)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۴۸)

تعداد جملات یعنی محاسبه کنیم چند جمله به صورت $a^x b^y c^z$ داریم که $x + y + z = 12$.

تعداد = $\binom{14}{2} = \binom{12 + 3 - 1}{3 - 1} = 91$ (در هر بسطی مجموع توانهای هر جمله برابر با توان بسط)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد کل برابر است با: (۱۴۹)

$$\begin{cases} 9080700 = 504 \\ 8080705 = 448 \end{cases} \xrightarrow{+} 952$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در بدترین حالت ابتدا ۱ و تمام اعداد اول شامل ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۷ و ۱۹ و ۲۳ و ۲۹ را برمی‌داریم. یعنی ۱۱ عدد برداشته‌ایم که دو به دو نسبت به هم اول هستند. حال اگر عدد دوازدهم را برداریم، مرکب است و یکی از اعداد اول ب.م.م. غیر از ۱ دارد. (۱۵۰)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۵۱)

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = k \xrightarrow{\text{تعداد جواب حسابی}} \binom{k + n - 1}{n - 1} \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$x + y + z + t = 11 \xrightarrow{\text{کل جواب حسابی}} \binom{14}{3} = \frac{14 \times 13 \times 12}{6} = 364$$

$$\xrightarrow{\text{جواب}} 364 - 84 = 280$$

$$x \geq 5 \Rightarrow x' + y + z + t = 6 \xrightarrow{\text{حسابی}} \binom{9}{3} = 84$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

فرض کنید کلاس‌ها A و B و C و مدرس‌ها a و b و c باشند. یکی از حالت‌های قابل قبول در مربع لاتین آمده است: اما به چند طریق می‌توان این مربع را پر کرد. c و b و a در سطر اول به ۳! طریق جایگشت دارند. فرض کنید این جایگشت باشد. در این صورت اولین درایه سطر دوم از سمت چپ نمی‌تواند a باشد و دو حالت زیر به وجود می‌آید:

a	b	c
a	b	c
c		

a	b	c
b		

که هرکدام از این مربع‌ها به صورت منحصر به فرد کامل می‌شوند.

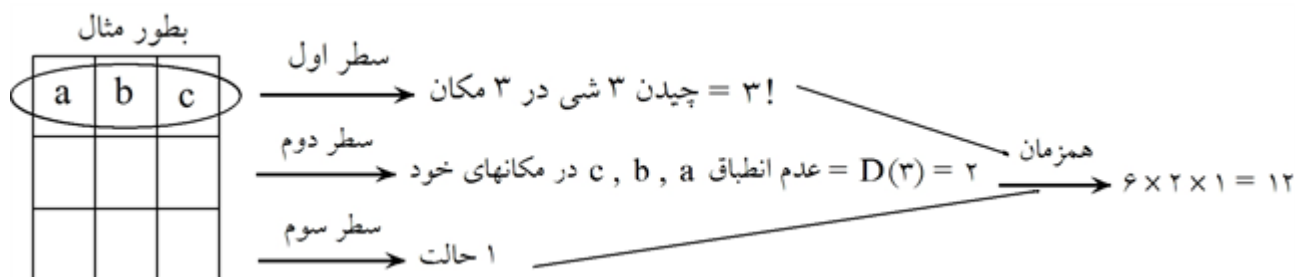
a	b	c
c	b	a
c	a	b

a	b	c
c	b	a
b	a	c

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$6 \times 2 = 12$$

روش دوم:



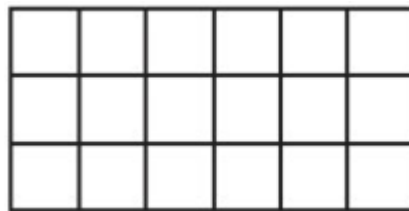
توجه: تعداد حالت عدم انطباق n شی در n جای مربوط به خود برابر است با:

$$D(n) = n! \times \left[1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + \frac{(-1)^n}{n!} \right]$$

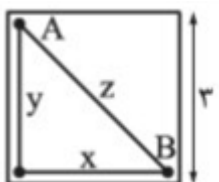
جلسه سوم	a	b	c	کلاس A
جلسه دوم	c	b	a	کلاس B
جلسه اول	b	a	c	کلاس C

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۳

اگر هر ضلع مستطیل را سه واحد سه واحد جدا کنیم به شکل زیر می‌رسیم که شامل ۱۸ مربع ۳×۳ است:



حالا اگر ۱۹ نقطه داخل این مستطیل انتخاب کنیم، بنا به اصل لانه کبوتر دست کم دو نقطه داخل یکی از مستطیل‌ها قرار می‌گیرد و با توجه به قضیه فیثاغورس فاصله آن‌ها کم‌تر از $۳\sqrt{۲}$ می‌شود:



$$\begin{aligned} x < 3 \\ y < 3 \end{aligned} \Rightarrow z < \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اعداد سه‌رقمی که دست کم یک رقم ۵ دارند را با A و اعداد سه‌رقمی که دست کم یک رقم ۲ دارند را با B نشان می‌دهیم. ۱۵۴

می‌خواهیم $|A \cap B|$ را پیدا کنیم، اما می‌دانیم:

$$\begin{aligned} |A \cap B| &= |S| - |A'| - |B'| + |A' \cap B'| \\ S: \text{کل عددهای سه رقمی} &: 9 \times 10 \times 10 = 900 \\ A': \text{عددهای سه رقمی فاقد ۵} &: 8 \times 9 \times 9 = 648 \\ B': \text{عددهای سه رقمی فاقد ۲} &: 8 \times 9 \times 9 = 648 \\ A' \cap B': \text{عددهای سه رقمی فاقد ۵ و ۲} &: 7 \times 8 \times 8 = 448 \end{aligned} \Rightarrow |A \cap B| = 900 - 648 - 648 + 448 = 52$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد شاخه گل‌هایی که از گل‌های نوع اول تا چهارم برمی‌داریم را به ترتیب x_1 تا x_4 می‌نامیم. با توجه به این که می‌خواهیم ۱۵ شاخه گل انتخاب کنیم. بنابراین $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$ ، اما با توجه به این که می‌خواهیم از هر نوع گل دست کم ۲ شاخه داشته باشیم، از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 + x_1' \\ x_2 &= 2 + x_2' \\ x_3 &= 2 + x_3' \\ x_4 &= 2 + x_4' \end{aligned} \Rightarrow x_1' + x_2' + x_3' + x_4' = 7$$

می‌دانیم تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با $\binom{n+k-1}{k-1}$

$$\begin{aligned} k &= 4 \\ n &= 7 \end{aligned} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{10}{3} = 120 \quad \text{بنابراین:}$$

۱۵۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ 1 \leq x_i \leq 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5, 4, 1 \Rightarrow 3 \times 2 \times 1 = 6 \\ 4, 4, 2 \Rightarrow 3 \\ 4, 3, 3 \Rightarrow 3 \\ 5, 3, 2 \Rightarrow 3 \times 2 \times 1 = 6 \end{cases} \Rightarrow 6 + 3 + 3 + 6 = 18$$

۱۵۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا زوج‌هایی را تعیین می‌کنیم که مجموعی برابر ۶۶ دارند:

۳۳ و ۳۳ و ۳۹ / ۳۳ و ۴۵ / ۲۷ و ۵۱ / ۲۱ و ۵۷ / ۱۵ و ۶۳ / ۹ و ۳

ابتدا ۳۳ را برمی‌داریم و سپس از هر دسته یکی، تاکنون ۶ عدد برداشته‌ایم، حال اگر عدد هفتم را برداریم به خواسته مسئله خواهیم رسید.

۱۵۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 5, 0 \leq z \leq 4 \end{cases}$$

محدودیت x هم نیست زیرا حداکثر ۶ شاخه می‌خواهیم

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \xrightarrow{\text{تعداد جواب حسابی}} \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28 \\ y \leq 5, z \leq 4 \xrightarrow{\text{غ ق ق}} y \geq 6 \text{ یا } z \geq 5 \end{cases}$$

$$n(A' \cup B') = \binom{2}{2} + \binom{3}{2} - 0 = 4$$

جواب \rightarrow غ ق ق - کل = ۲۸ - ۴ = ۲۴

۱۵۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بدترین حالت ممکن آن است که ۲ مهره سفید، ۲ مهره قرمز، ۲ مهره آبی و ۱ مهره زرد خارج شده باشد. در این صورت با خارج کردن مهره هشتم، حداقل از یک رنگ، ۳ مهره یا بیشتر خارج شده است.

۱۶۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید به بدترین شرایط فکر کنیم: اگر ابتدا ۴ قرمز و ۳ سبز خارج کنیم، باید ۴ تای دیگر برداریم تا مطمئن شویم بیش از ۳ سفید داریم و اگر ابتدا ۵ سفید و ۳ سبز برداریم، باید ۳ تای دیگر برداریم تا مطمئن شویم بیش از ۲ قرمز داریم، که در هر دو شرایط حداقل ۱۱ مهره باید خارج کنیم.

۱۶۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم (۱۱، ۹۹)، (۱۲، ۹۸) و ... و (۵۴، ۵۶) مجموعی برابر ۱۱۰ دارند، ابتدا، ۱۰ و ۵۵ را برمی‌داریم سپس از هر بسته یک عدد برمی‌داریم، تاکنون ۴۶ عدد برداشته‌ایم، حال اگر عدد ۴۷ ام را برداریم، با هم‌دسته‌ای خود حتماً مجموعی برابر ۱۱۰ دارند.

۱۶۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در تقسیم هر عدد بر عدد طبیعی m ، m باقی‌مانده‌ی مختلف $\{0, 1, 2, \dots, m-1\}$ می‌توانیم داشته باشیم. اگر ۵۰ عدد مختلف را به عنوان تعداد کبوتر و ۱۶ باقی‌مانده متفاوت را به عنوان لانه در نظر بگیریم، در این صورت $\left\lfloor \frac{50}{16} \right\rfloor = 3$ عضو وجود دارد که در یک لانه (بای‌مانده‌ی یکسان بر ۱۶) هستند که اگر ۲ عضو مانده را نیز در لانه‌ها پخش کنیم، لانه‌ای با بیش از ۳ عضو داریم، یعنی حداقل ۴ عضو.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۳

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_2 \leq 4 \text{ و } x_1 > 4 \Rightarrow x_1 \geq 5 \\ x_2 \geq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \xrightarrow{\text{کل حسابی}} \binom{8}{2} = 28 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$$

غ ق ق: $x_2 \geq 5$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1: \binom{3}{2} = 3$$

جواب \rightarrow $28 - 3 = 25 = \text{غ ق ق} - \text{کل}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همان طور که می‌دانیم تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلاتی به صورت ۱۶۴

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \text{ برابر است با } \binom{n+k-1}{k-1} \text{ بنابراین:}$$

$$\binom{2+I-1}{2} = \binom{7+2}{2} \rightarrow \binom{I+1}{2} = \binom{9}{2} \rightarrow I+1 = 9 \rightarrow I = 8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید تعداد جواب‌های معادله‌ی زیر را بدست آوریم. ۱۶۵

$$(1) (1) (1) (1) (5)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ 1 \leq i \leq 4 \\ i = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

تعداد جواب‌های این معادله با تعداد جواب‌های معادله‌ی زیر برابر است.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ 0 \leq x_i \leq 3 < 4 \\ 1 \leq i \leq 4 \end{cases} \quad \binom{8}{3} - 4 \binom{8-4}{3} = 56 - 4(4) = 40$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموعه‌ی داده شده را به شکل زیر دسته‌بندی می‌کنیم. ۱۶۶

$$\{(1, 23), (2, 22), (3, 21), \dots, (11, 13), 12\}$$

اگر ۱۳ عدد از این مجموعه انتخاب کنیم طبق اصل لانه کیوتر حداقل ۲ عدد مربوط به یک زوج مرتب هستند و حجم آن‌ها برابر ۲۴ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تنیس چهار نفره یعنی دو تیم دو نفره بنابراین برای انجام یک بازی باید دو تیم (مدرسه) انتخاب ۱۶۷

شود که این عمل به $\binom{8}{2}$ طریق امکان‌پذیر است. چون در هر تیم دو بازیکن وجود دارد و این دو بازیکن از ۶ نفر هر مدرسه انتخاب شده است. پس داریم:

$$\text{حالت‌های ممکن انجام بازی} = \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{6}{2} = 28 \times 15 \times 15 = 6300$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۸

$$\begin{aligned} n(\overline{V \cap 11}) &= n((V \cup 11)') = n(\text{کل} - n(V \cup 11)) = n(\text{کل}) - [n(V) + n(11) - n(V \cap 11)] \\ &= 348 - [49 + 31 - 4] = 272 \end{aligned}$$

۱۶۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد گوی‌های قرمز و سفید از ۶ کمتر است، پس باید کل این $۳ + ۵ = ۸$ گوی را ابتدا کنار بگذاریم. سپس باید از بین ۷ گوی آبی و ۹ گوی زرد حداقل به تعداد $۱ + ۲(۶ - ۱) = ۱۱$ گوی خارج شود تا دست کم ۶ گوی هم‌رنگ شوند و بنابراین در کل حداقل $۳ + ۵ + ۱ + ۲(۶ - ۱) = ۱۹$ گوی باید خارج کنیم تا دست کم ۶ گوی خارج شده هم‌رنگ باشند.

۱۷۰ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. شما هر دوتایی مرتبی از عددهای صحیح در نظر بگیرید، در یکی از این ۴ دسته‌ی روبه‌رو قرار می‌گیرند:

حالا اگر دو زوج مرتب از یک دسته در نظر بگیرید، مجموع مؤلفه‌های اول آن‌ها هم‌چنین مجموع مؤلفه‌های دوم آن زوج می‌شود. مثال می‌زنیم تا بهتر بفهمید. از دسته‌ی اول دو زوج مرتب در نظر بگیرید. مثلاً $(۱, ۵)$ و $(۳, ۹)$ الان اگر مؤلفه‌های اول را با هم جمع کنیم داریم $(۴, ۱۴)$ که هر دو زوج‌اند. بنابراین اگر دو زوج مرتب از دسته‌ی اول یعنی دو زوج مرتب که هر دو مؤلفه‌ی آن فرد باشد را با هم جمع کنیم $a + c$ و $b + d$ هر دو زوج می‌شوند. در مورد دسته‌های دیگر هم همین‌طور است؛ یعنی اگر دو زوج مرتب از دسته برداریم مجموع مؤلفه‌ها زوج می‌شوند. در مورد دسته‌های دیگر نیز مثال می‌زنیم:

$$\text{دسته ی دوم} : (۳, ۴), (۵, ۸) \oplus \Rightarrow (۸, ۱۲)$$

$$\text{دسته ی سوم} : (۴, ۱), (۸, ۳) \oplus \Rightarrow (۱۲, ۴)$$

$$\text{دسته ی چهارم} : (۲, ۴), (۰, ۲) \oplus \Rightarrow (۲, ۶)$$

بنابراین اگر بخواهیم $a + c$ و $b + d$ هر دو زوج نشوند، در نهایت از هر دسته فقط می‌توان یک دوتایی مرتب برداشت و به محض این‌که زوج مرتب پنجم را برداریم از یکی از دسته‌ها دو زوج مرتب خواهیم داشت و در نتیجه اگر پنج دوتایی مرتب از عددهای صحیح انتخاب کنیم، دست کم دو تا از زوج مرتب‌ها وجود دارد که $a + c$ و $b + d$ هر دو زوج باشند.

مؤلفه ی دوم	مؤلفه ی اول	
فرد	فرد	: (۱)
زوج	فرد	: (۲)
فرد	زوج	: (۳)
زوج	زوج	: (۴)

۱۷۱ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌خواهیم ۲ ها یک در میان باشند، بنابراین عددی باید با ۲ شروع شود، به این صورت:

$$۲ \circ ۲ \circ ۲ \circ ۲ \circ ۲ \text{ مثل عدد } ۵۲۷۲۶۲.$$

حُب در هر کدام از دو حالت، جای ۲ها ثابت است، اما رقم‌های دیگر می‌توانند با هم جابه‌جا شوند که می‌دانیم که جای گشت ۳ رقم برابر است با $۳!$ یا ۶ بنابراین $۶ \times ۲ = ۱۲$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

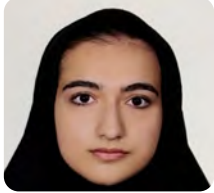
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴

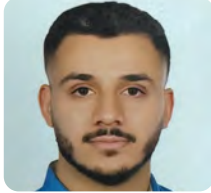
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴



مهديس رفيعی

اعضای مصنوعی و وسایل کمکی
علوم پزشکی ایران



شایان جعفری

دندانپزشکی
علوم پزشکی بندرعباس



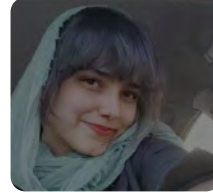
نرگس مردانی

پرستاری
علوم پزشکی ایران



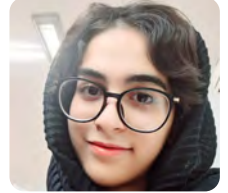
یاسینا نوروزی

پزشکی
جندی شاپور



هانیه مصدق

پرستاری
آزاد نیشابور



مهشید فاطمی

پزشکی
علوم پزشکی کاشان



مبینا گودرزی

تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی سبزوار



مائده نظری

تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی گرگان



ابوالفضل حسینی

دندانپزشکی
علوم پزشکی رشت



محمدحسین نظری

پزشکی
علوم پزشکی همدان



زهرا حمدي

علوم آزمایشگاهی
علوم پزشکی دزفول



ابراهیم هناره

دندانپزشکی
علوم پزشکی ارومیه



هستی عباسلو

هوشبری
علوم پزشکی رفسنجان



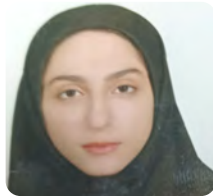
سارا مرادی

پرستاری
دانشگاه آزاد واحد شهرکرد



شنتیا زمانی

دندانپزشکی
علوم پزشکی شهید بهشتی



نگار دلآوری

پرستاری
آزاد رشت



سحر درخشان

پزشکی
آزاد نجف آباد



پریسا سادات موسوی

زیست شناسی سلولی و مولکولی
دانشگاه تهران



سوغند تیموری

پزشکی
علوم پزشکی کرمانشاه



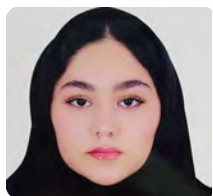
محدثه خان محمدی

تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی زنجان



محمدصفا مارمائی

پزشکی
علوم پزشکی گرگان



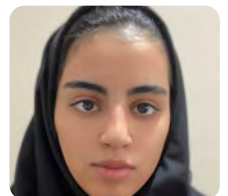
ملیکا ابراهیمی نژاد

دندانپزشکی
آزاد بروجرد



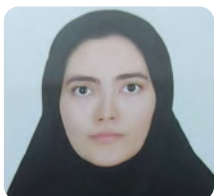
الینا بصیری

تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی همدان



فاطمه حبیبی

پزشکی
علوم پزشکی سمنان



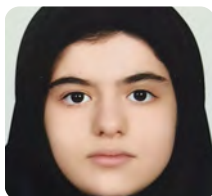
فاطمه محمد رحیمی

پرستاری
دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرند



زینب رنجبر

پرستاری
آزاد اسلامی واحد ساری



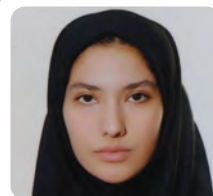
بهار اسلامی

پزشکی
علوم پزشکی رشت



محمدامین متین

پزشکی
علوم پزشکی دزفول



فاطمه شریفی پیرکوهی

فیزیوتراپی
دانشگاه علوم پزشکی جندی شاپور



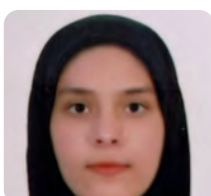
محمدفرحان کریمی

پرستاری
علوم پزشکی بابل



نرگس کلیج

پزشکی
علوم پزشکی سمنان



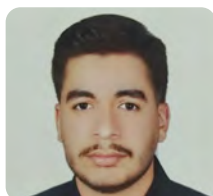
شایان جعفری

کار درمانی
علوم توانبخشی و سلامت اجتماعی تهران



فاطمه میرزایی

پزشکی
علوم پزشکی زنجان



محمدرضا اسپرانی

پزشکی
دانشگاه آزاد اسلامی واحد زاهدان



مینو رسولی

پزشکی
علوم پزشکی شیراز



ساناز جعفری

علوم تغذیه
علوم پزشکی اصفهان



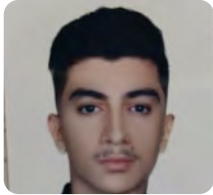
فاطمه علی پناه

پزشکی
علوم پزشکی مازندران



الهه غلامپور

پزشکی
علوم پزشکی مازندران



عرشیا نادری

پزشکی
آزاد اسلامی واحد نجف آباد



هانیه اعتمادی

پرستاری
دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری



زهرا حمدی

پزشکی
علوم پزشکی زنجان



سحر قنبری

داروسازی
علوم پزشکی کرمان



سجاد قویدل

مهندسی صنایع
دانشگاه صنعتی اصفهان



نرگس دهاقین

داروسازی
علوم پزشکی همدان



امیرعلی جهانشاهی

داروسازی
علوم پزشکی مازندران



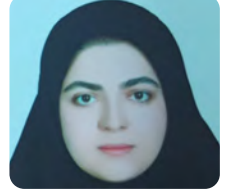
فاطمه رحمانی

دندانپزشکی
علوم پزشکی زنجان



پاریس یوسفی

پرستاری
دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرند



فرناز اقایبی

پرستاری
علوم پزشکی کاشان



محمد اکبری

مهندسی برق
دانشگاه صنعتی اصفهان



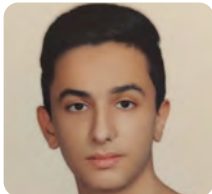
ثنا شریفی

آمار
دانشگاه علامه طباطبایی تهران



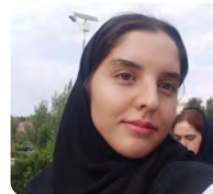
سوگند احمدی

مهندسی نفت
دانشگاه شیراز



علی فتاح

مهندسی صنایع
دانشگاه یزد



مهتاب سلیمی

ریاضیات و کاربرد ها
دانشگاه الزهراء(س)



عرشیا شفیع زاده

مهندسی برق
شهید باهنر کرمان



مهسا یاری

بیم سنجی
دانشگاه شهید بهشتی تهران



محمد شیرزایی

مهندسی مکانیک
دانشگاه فردوسی مشهد



ماهان استرکی

مهندسی شیمی
دانشگاه صنعت نفت آبادان



یاس سنجرانی

مهندسی مکانیک
دانشگاه کاشان



کوثر صحتی

مهندسی معماری
دانشگاه خوارزمی تهران



حمید رضا بهزادی

مهندسی مکانیک
دانشگاه صنعتی شریف



مهلا الهی

مهندسی علم و مواد
دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل



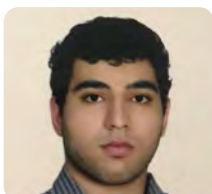
محمد هادی تاجیکی

مهندسی مکانیک
دانشگاه شهید رجایی



آرمن دارابی

مهندسی مکانیک
دانشگاه قم



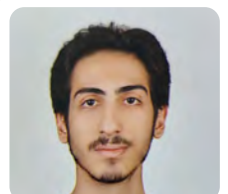
حامد لاوی

مهندسی شیمی
صنعتی نوشیروانی بابل



مبینا مروتی

حسابداری
دانشگاه تهران



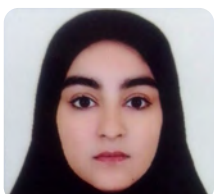
محمد حسن نوابی

مهندسی مکانیک
دانشگاه بوعلی همدان



ساره کریمی

اقتصاد
دانشگاه خوارزمی تهران



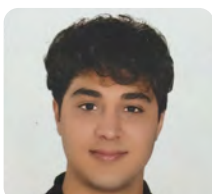
مبینا رودنی

حسابداری
دانشگاه زاهدان



زینب میرزائی

حسابداری
دانشگاه اراک



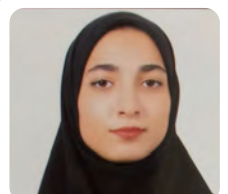
ایلید پورمهدی

سینما
دانشگاه دامغان



فهیمه امیری مقدم

نوازندگی موسیقی جهانی
دانشگاه تهران



نگار مشهدی

عکاسی
دانشگاه سمنان