
شورتکات جاده نهایی
هندسه یازدهم
رشته ریاضی

MEDICAL STUS

خوبیا برمیگرده

اشتراک

مدیکال پلاس

تمام آموزش‌های مدیکال، در **یک اشتراک**!

اشتراک MEDICAL PLUS فقط شامل محصولات آموزشی زیر است

73 CORE

- آموزش پربازده کنکور
- به جای اتلاف وقت، برو سر اصل مطلب!
- جزوات هدفمند و به‌روز
- تدریس اسکرین رکورد
- تمرکز بر تیپ تست‌های پرتکرار

جاده نهایی

- روزی فقط ۱ ساعت برای ۲۰ نهایی
- برنامه تا خود امتحانات
- جزوه کامل و به‌روز
- فیلم آموزشی متناسب با جزوه
- تمرین + نمونه سوال + آزمون

صد فرهنگیان

- ۲۵ ساعت آموزش کامل اختصاصی فرهنگیان
- هوش + تعلیم و تربیت + دین و زندگی
- جزوه و تدریس کامل (حدود ۲۵ ساعت)
- جزوه کامل مصاحبه (۱۰۰ صفحه)
- دسترسی به گروه VIP آزمون

مزایای اشتراک مدیکال پلاس

ضمانت عودت وجه تا ۱۴ روز	پشتیبانی شروع کار (ویژه اشتراک ۳ ساله)	دسترسی دائمی و نامحدود	آپدیت مداوم محتوا	دسترسی کامل به سه محصول برتر آموزشی

با یک اشتراک، **سه محصول** قدرتمند آموزشی را در اختیار شماست!

خوبیا برمیگرده | medicalstus.ir | @medical_stus

MEDICAL STUS

خوبیا برمیگرده

طرح های مشاوره

۳ سطح پشتیبانی، متناسب با نیاز تو

MENTORING

برای دانش‌آموزان
خودران و مستقل

- بدون برنامه‌ریزی
- آزمونای مبحثی و کویزای شبانه
- گزارش شبانه
- تماس هفتگی

اگه خودت برنامه می‌ریزی و فقط به همراه مطمئنم
لازم داری تا ادامه بدی و بهتر بشی، این طرح برای تونه!

TASK PLAN

برای دانش‌آموزان
نیازمند برنامه کامل

- برنامه‌ریزی شخصی
- آزمونای مبحثی و کویزای شبانه
- گزارش شبانه
- تماس هفتگی

اگه می‌خوای از صفر تا صد، با یه برنامه شخصی دقیق
و منظم جلو بری و هیچ چیزی رو از دست ندی!

TASK PLAN PRO

برای دانش‌آموزان
با نیاز به پشتیبانی بالا

- برنامه‌ریزی شخصی
- آزمونای مبحثی و کویزای شبانه
- ۲ گزارش در روز
- ۲ تماس در هفته

اگه می‌خوای پیشترین پیگیری و همراهی رو داشته باشی
و با قدرت و تمرکز کامل به هدفت برسی!

پشتیبانی واقعی
در کنار تو هستیم
تا به هدفت برسی

سیستم آزمونی مداوم با سوالات به روز
سوالات مداوم و به‌روز متناسب
با سطح و برنامه‌ات

امکان خروج در صورت کم‌کاری مشاور
اگه عملکرد مشاور رضایت‌بخش
نبود، می‌تونی خارج بشی

امکان تغییر مشاور
تغییر مشاور در صورت
نیاز، سریع و راحت

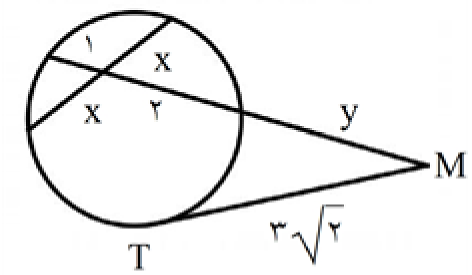
با هر طرح مشاوره، اشتراک MEDICAL PLUS با تخفیف ویژه در دسترسه!

@medical_stus | medicalstus.ir

فصل یک هندسه

۱۵ سوال

۱ در شکل مقابل MT به طول $۳\sqrt{۲}$ مماس بر دایره است. مقادیر عددی x و y را به دست آورید.

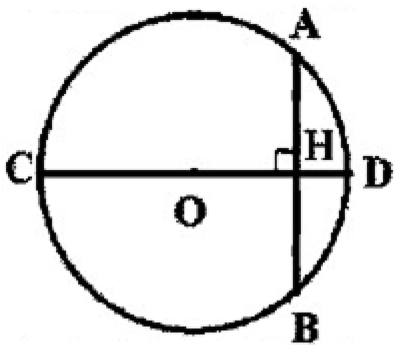


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۲ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع زاویه قائمه ۳ و ۴، شعاع دایرهٔ محاطی داخلی را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۳ در شکل مقابل وتر AB بر قطر CD عمود است. ثابت کنید قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می‌کند.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۴ ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محاطی باشد، آنگاه دو زاویهٔ مقابل آن مکمل هستند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۵ ثابت کنید هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M (بیرون دایره) یکدیگر را قطع کنند،
آنگاه: $\mathrm{MA.MB} = \mathrm{MC.MD}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

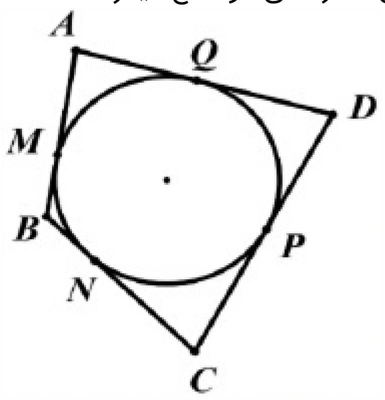
۶ جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.
الف) اندازهٔ هر زاویه ظلی برابر است با .... اندازه کمان روبه‌رو به آن زاویه.
ب) اگر r_a، r_b و r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی یک مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر ۴ باشد، حاصل $\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}$ برابر .... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۳

۷ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
الف) هر چندضلعی منتظم، هم محاطی و هم محیطی است.
ب) طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس برون به شعاع‌های R و R' برابر $2\sqrt{R+R'}$ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۳

۸ در چهارضلعی محیطی مقابل ثابت کنید مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر با مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر است.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۴

۹ مثلثی به طول اضلاع a، b و c با شعاع دایره محاطی داخلی به اندازه r و سه ارتفاع به طول‌های h_a، h_b و h_c را در نظر بگیرید. نشان دهید: $\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{r}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۴

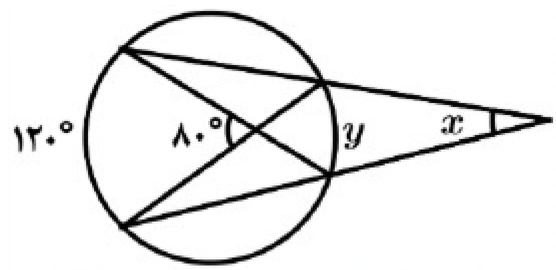
۱۰ دو دایره متخارج داریم که طول مماس مشترک داخلی و خارجی آن‌ها به ترتیب برابر ۱۰ و ۲۴ سانتی‌متر و طول خط‌المرکزین آن‌ها مساوی ۲۶ سانتی‌متر است. طول شعاع‌های دو دایره را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۴

۱۱ از نقطهٔ P خارج دایره، مماس PT و خط قاطعی نسبت به دایره رسم می‌کنیم. خط قاطع دایره را در نقاط A و B قطع می‌کند. ثابت کنید: $\mathrm{PT}^2=\mathrm{PA}\times\mathrm{PB}$

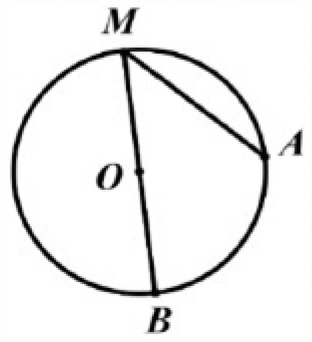
سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۴

۱۲ با توجه به شکل، مقدار x را محاسبه کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۴

۱۳ در شکل مقابل O مرکز دایره است. ثابت کنید اندازهٔ زاویهٔ محاطی $\widehat{M}$، برابر با نصف اندازهٔ کمان مقابل به آن زاویه است.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۱۴ در هر قسمت، پاسخ مناسب را بنویسید.

الف) فاصلهٔ مرکز دایره‌ای از یک خط، کمتر از شعاع آن دایره است. این خط و دایره .... نقطهٔ اشتراک دارند. (یک / دو)

ب) در هر مثلث، نقطهٔ همرسی نیمسازها، مرکز دایرهٔ .... مثلث است. (محیطی / محاطی)

ج) شیب خط ....، همواره حفظ می‌شود. (انتقال / دوران)

د) دورانی به مرکز O و زاویهٔ ....، تبدیلی همانی است. (۱۸۰° / ۳۶۰°)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۱۵ درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

الف) در هر دایره، طول یک کمان، برابر با اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل به آن کمان است.

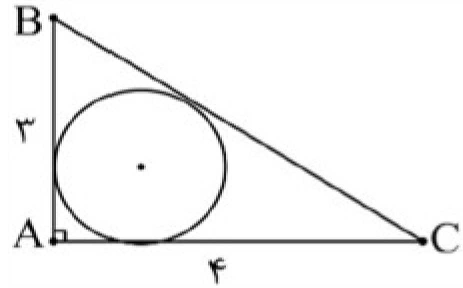
ب) دو دایره به طول شعاع‌های ۳ و ۵ سانتی‌متر و طول خط‌المرکزین ۲ سانتی‌متر، مماس برون هستند.

ج) تبدیل انتقال، جهت شکل را حفظ می‌کند.

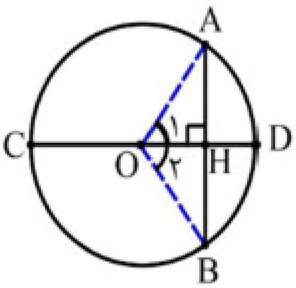
د) تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطهٔ ثابت دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۱
$$x \times x = ۲ \times ۱ \Rightarrow x^۲ = ۲ \Rightarrow x = \sqrt{۲}$$
$$(۳\sqrt{۲})^۲ = y(y+۳) \Rightarrow y^۲ + ۳y - ۱۸ = ۰ \Rightarrow y = ۳$$

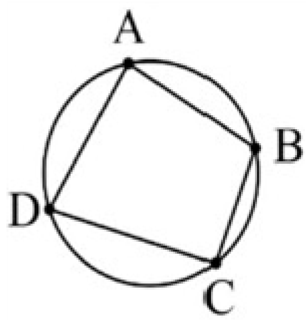
۲


$$BC = ۵$$
$$۳ + ۴ + ۵ = ۲P \Rightarrow P = ۶ \Rightarrow S = \frac{۳ \times ۴}{۲} = ۶$$
$$r = \frac{S}{P} = \frac{۶}{۶} = ۱$$

۳


$$\begin{cases} OA = OB \\ OH = OH \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر ضلع}} \Delta AOH \cong \Delta BOH$$
$$\Rightarrow AH = BH \Rightarrow \widehat{O}_۱ = \widehat{O}_۲ \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BD}$$

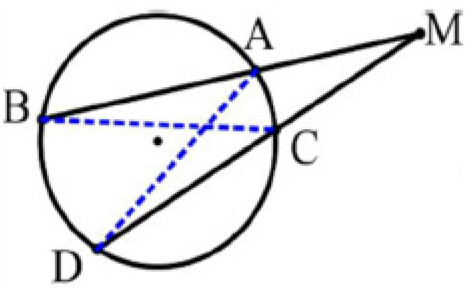
۴ طبق فرض می‌دانیم نقاط A، B، C و D، روی دایره هستند. (اشاره به محاطی بدون چهارضلعی، از طریق شکل نیز قابل قبول است.)



$$\begin{cases} \widehat{A} = \frac{\overset{\frown}{DCB}}{۲} \\ \widehat{C} = \frac{\overset{\frown}{DAB}}{۲} \end{cases} \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{C} = \frac{\overset{\frown}{DCB} + \overset{\frown}{DAB}}{۲} = \frac{۳۶۰^\circ}{۲} = ۱۸۰^\circ$$

به طور مشابه $\widehat{B} + \widehat{D} = ۱۸۰^\circ$.

۵ مثلث‌های MBC و MAD مشابه هستند.



$$\begin{cases} \widehat{B} = \widehat{D} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} \\ \widehat{M} = \widehat{M} \end{cases} \xrightarrow{\text{زز}} \frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MA}$$
$$\Rightarrow MA \times MB = MC \times MD$$

۶ الف) نصف ب) $\frac{۱}{۴}$

۷ الف) درست ب) نادرست

۸ روش اول:

$$AB + CD = (AM + BM) + (DP + CP) = (AQ + BN) + (DQ + CN)$$
$$= (AQ + DQ) + (BN + CN) = AD + BC$$

روش دوم:

$$AM = AQ = x, QD = DP = y \Rightarrow \begin{cases} MB = BN = AB - x \\ PC = NC = DC - y \end{cases}$$
$$\Rightarrow AD + CB = (x + y) + (AB - x + CD - y) = AB + CD$$

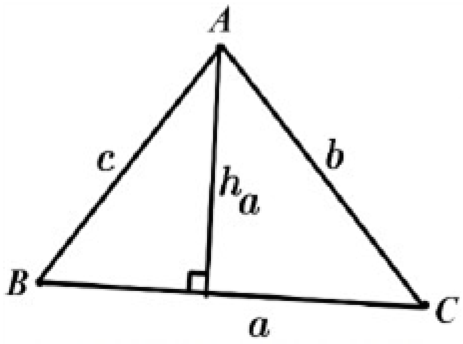
۹ روش اول:

$$S=\frac{1}{2}ah_a \Rightarrow \frac{1}{h_a}=\frac{a}{2S}\quad(1)$$

به طور مشابه $\frac{1}{h_c}=\frac{c}{2S},\ \frac{1}{h_b}=\frac{b}{2S}\quad(2)$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{a}{2S}+\frac{b}{2S}+\frac{c}{2S}=\frac{2P}{2S}=\frac{1}{r}$$

روش دوم: با توجه به شکل داریم:



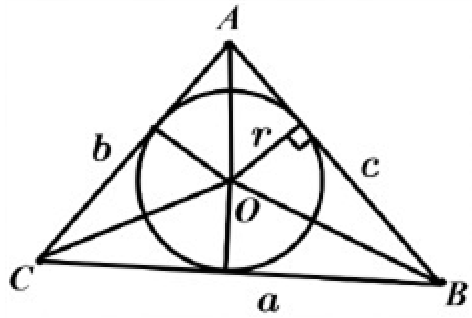
$$h_a=c\,\text{Sin}\,B \Rightarrow \frac{1}{h_a}=\frac{1}{c\,\text{Sin}\,B}\quad(1)$$

به طور مشابه $\frac{1}{h_c}=\frac{1}{b\,\text{Sin}\,A},\ \frac{1}{h_b}=\frac{1}{a\,\text{Sin}\,C}\quad(2)$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{c\,\text{Sin}\,B}+\frac{1}{a\,\text{Sin}\,C}+\frac{1}{b\,\text{Sin}\,A}$$

$$=\frac{a}{\text{ca Sin}\,B}+\frac{b}{\text{ab Sin}\,C}+\frac{c}{\text{bc Sin}\,A}=\frac{a}{2S}+\frac{b}{2S}+\frac{c}{2S}=\frac{2P}{2S}=\frac{P}{S}=\frac{1}{r}$$

روش سوم: ابتدا دایره محاطی داخلی مثلث را رسم می‌کنیم. حال با توجه به شکل داریم:



$$S_{\text{OBC}}+S_{\text{OAC}}+S_{\text{OAB}}=S_{\text{ABC}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\text{ar}+\frac{1}{2}\text{br}+\frac{1}{2}\text{cr}=S=\frac{1}{2}ah_a$$

$$\Rightarrow h_a=\frac{\text{ar+br+cr}}{a}=\frac{2\,\text{rP}}{a}\Rightarrow\frac{1}{h_a}=\frac{a}{2\,\text{rP}}\quad(1)$$

به طور مشابه $\frac{1}{h_c}=\frac{c}{2\,\text{rP}},\ \frac{1}{h_b}=\frac{b}{2\,\text{rP}}\quad(2)$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{a}{2\,\text{rP}}+\frac{b}{2\,\text{rP}}+\frac{c}{2\,\text{rP}}=\frac{2P}{2\,\text{rP}}=\frac{1}{r}$$

روش چهارم:

$$S=\frac{1}{2}ah_a\Rightarrow \text{rP}=\frac{1}{2}ah_a\Rightarrow\frac{1}{h_a}=\frac{a}{2\,\text{rP}}\quad(1)$$

به طور مشابه $\frac{1}{\text{hc}}=\frac{c}{2\,\text{rP}},\ \frac{1}{h_b}=\frac{b}{2\,\text{rP}}\quad(2)$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{a}{2\,\text{rP}}+\frac{b}{2\,\text{rP}}+\frac{c}{2\,\text{rP}}=\frac{2P}{2\,\text{rP}}=\frac{1}{r}$$

روش پنجم: فرض کنیم R شعاع دایره محیطی مثلث باشد. پس:

$$\left.\begin{array}{l}S=\frac{1}{2}\text{ab Sin}\,C=\frac{1}{2}\text{ab}\left(\frac{c}{2R}\right)=\frac{\text{abc}}{4R}\\ S=\frac{1}{2}ah_a\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{1}{h_a}=\frac{2R}{\text{bc}},\ \text{abc}=4\,\text{RS}\quad(1)$$

به طور مشابه $\frac{1}{h_c}=\frac{2R}{\text{ab}},\ \frac{1}{h_b}=\frac{2R}{\text{ac}}\quad(2)$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{2R}{\text{bc}}+\frac{2R}{\text{ac}}+\frac{2R}{\text{ba}}=\frac{2R(a+b+c)}{\text{abc}}=\frac{4\,\text{RP}}{4\,\text{RS}}=\frac{1}{r}$$

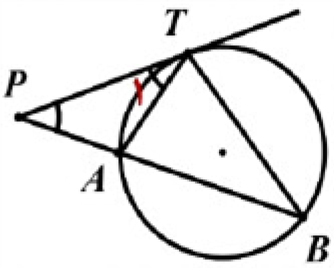
۱۰ فرض کنیم طول خط‌المرکزین دو دایره برابر d و طول شعاع‌های آنها R و R' باشد. $(R > R')$

$\sqrt{d^۲ - (R - R')^۲} =$ طول مماس مشترک خارجی و $\sqrt{d^۲ - (R + R')^۲} =$ طول مماس مشترک داخلی

در نتیجه:

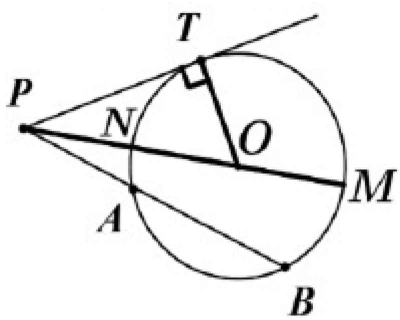
$$۱۰^۲ = ۲۶^۲ - (R + R')^۲ \text{ و } ۲۴^۲ = ۲۶^۲ - (R - R')^۲ \Rightarrow R + R' = ۲۴, R - R' = ۱۰$$
$$\Rightarrow R = ۱۷, R' = ۷$$

۱۱ روش اول: از نقطهٔ T به A و B وصل می‌کنیم.



$$\begin{cases} \widehat{P} = \widehat{P} \\ \widehat{T}_۱ = \widehat{B} = \dfrac{\overset{\frown}{TA}}{۲} \end{cases} \Rightarrow P\overset{\triangle}{A}T \sim P\overset{\triangle}{B}T$$
$$\Rightarrow \frac{PT}{PA} = \frac{PB}{PT} \Rightarrow PT^۲ = PA \times PB$$

روش دوم: نقطهٔ P را به مرکز دایره وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم. سپس نقاط برخورد با دایره را M و N می‌نامیم. قرار می‌دهیم $OP = d$. پس:



$$PN \times PM = PA \times PB \Rightarrow (d - R)(d + R)$$
$$= PA \times PB \Rightarrow PA \times PB = d^۲ - R^۲ \ (۱)$$

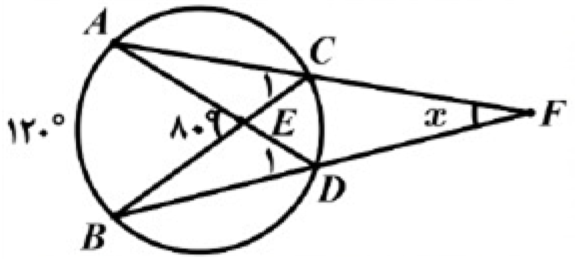
از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه $O\overset{\triangle}{P}T$ داریم:

$$OT^۲ + PT^۲ = OP^۲ \Rightarrow PT^۲ = d^۲ - R^۲ \ (۲)$$

بنابر روابط (۱) و (۲) داریم $PT^۲ = PA \times PB$. (در صورتی‌که PA از مرکز بگذرد، اثبات به روش مشابه برقرار است.)

۱۲ روش اول:
$$\frac{۱۲۰^\circ + y}{۲} = ۸۰^\circ , \frac{۱۲۰ - y}{۲} = x \Rightarrow y = ۴۰^\circ , x = ۴۰^\circ$$

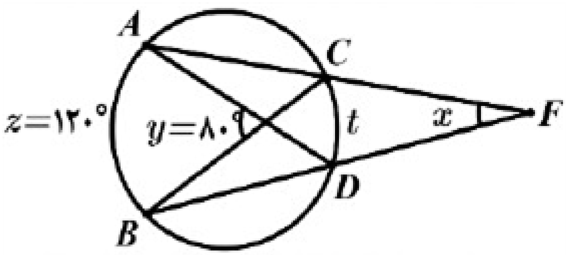
روش دوم: با استفاده از ویژگی‌های زاویه محاطی و زاویه خارجی داریم:



$$۸۰^\circ = \widehat{C}_۱ + \widehat{A} = \frac{۱۲۰^\circ}{۲} + \widehat{A} \Rightarrow \widehat{A} = ۲۰^\circ (*)$$

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{D}_۱ = \frac{۱۲۰^\circ}{۲} = ۶۰^\circ \\ \widehat{D}_۱ = \widehat{A} + x \overset{(*)}{=} ۲۰^\circ + x \end{array}\right\} \Rightarrow x = ۴۰^\circ$$

روش سوم:



$$y = \frac{z+t}{۲} , x = \frac{z-t}{۲} \Rightarrow x + y = z$$
$$\Rightarrow x + ۸۰^\circ = ۱۲۰^\circ \Rightarrow x = ۴۰^\circ$$

۱۳ روش اول: مرکز دایره را به نقطهٔ A وصل می‌کنیم.

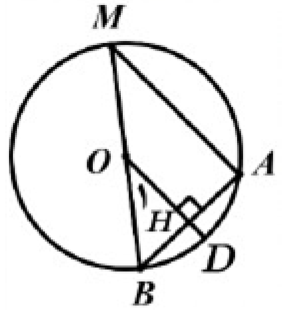
$$OM = OA = R \Rightarrow \widehat{M}_۱ = \widehat{A} \quad (۱)$$

زاویهٔ $\widehat{O}_۱$ در مثلث $O\overset{\triangle}{A}M$ خارجی است لذا:

$$\widehat{O}_۱ = \widehat{M}_۱ + \widehat{A} \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \widehat{O}_۱ = ۲\widehat{M}_۱ \Rightarrow \overset{\frown}{BA} = ۲\widehat{M}_۱ \Rightarrow \widehat{M}_۱ = \frac{\overset{\frown}{BA}}{۲}$$

روش دوم: وتر AB و شعاع عمود بر آن را رسم می‌کنیم. در نتیجه:

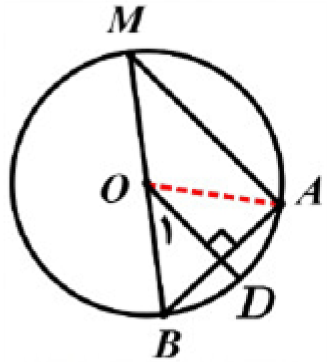


$$OH \perp AB \Rightarrow BH = AH,\ \overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{DA}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{BO}{BM} = \frac{BH}{BA} = \frac{۱}{۲} \\ \widehat{B} = \widehat{B} \end{array}\right\} \Rightarrow O\overset{\triangle}{B}H \sim M\overset{\triangle}{A}B$$

$$\Rightarrow \widehat{M} = \widehat{O}_۱ = \overset{\frown}{BD} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$$

روش سوم: وتر AB و شعاع عمود بر آن را رسم می‌کنیم. در نتیجه:



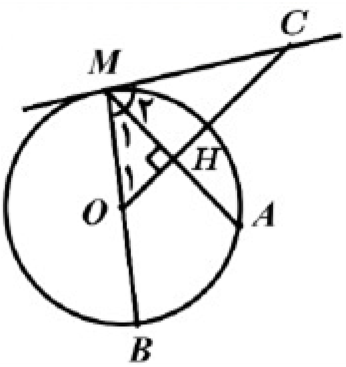
$$OD \perp AB \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{DA} \Rightarrow \widehat{O}_۱ = \frac{\overset{\frown}{BA}}{۲} \quad (۱)$$

از طرفی چون در مثلث AMB میانه وارد بر یک ضلع، نصف آن ضلع است، لذا مثلث قائم‌الزاویه است. پس:

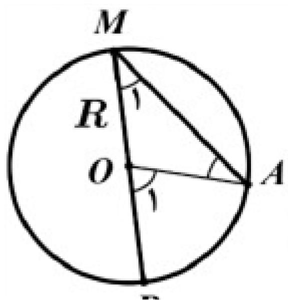
$$\left.\begin{array}{l} MA \perp AB \\ OD \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow MA \parallel OD \Rightarrow \widehat{M} = \widehat{O}_۱ \overset{(۱)}{\rightarrow} \widehat{M} = \frac{\overset{\frown}{BA}}{۲}$$

روش چهارم: از نقطه M خطی بر دایره، مماس می‌کنیم. همچنین، از نقطه O به وتر AM عمود می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا خط مماس را در نقطه C قطع کند. در نتیجه:

$$\left.\begin{array}{c} OH \perp AM \Rightarrow \widehat{O}_۱ = \frac{\overset{\frown}{AM}}{۲} \\ \widehat{O}_۱ + \widehat{M}_۱ = \widehat{M}_۲ + \widehat{M}_۱ = ۹۰^\circ \Rightarrow \widehat{M}_۲ = \widehat{O}_۱ \\ \widehat{M}_۱ + \widehat{M}_۲ = ۹۰^\circ = \frac{۱۸۰^\circ}{۲} = \frac{\overset{\frown}{BA}+\overset{\frown}{AM}}{۲} \end{array}\right\}$$



$$\Rightarrow M_۱ + \frac{\overset{\frown}{AM}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{BA}+\overset{\frown}{AM}}{۲} \Rightarrow M_۱ = \frac{\overset{\frown}{BA}}{۲}$$

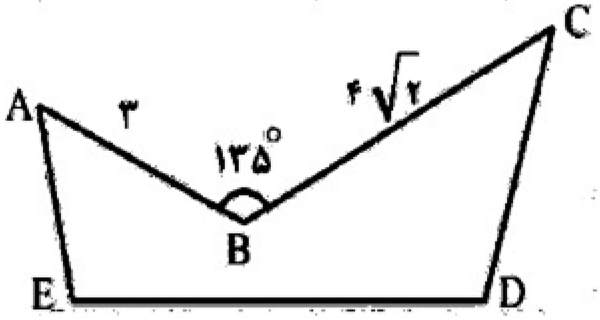


۱۴ الف) دو　ب) محاطی　ج) انتقال　د) ۳۶۰°

۱۵ الف) نادرست　ب) نادرست　ج) درست　د) درست

فصل دو هندسه
۱۳ سوال

۱ در شکل زیر، می‌خواهیم بدون آنکه محیط تغییر کند، مساحت را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را حساب کنید.

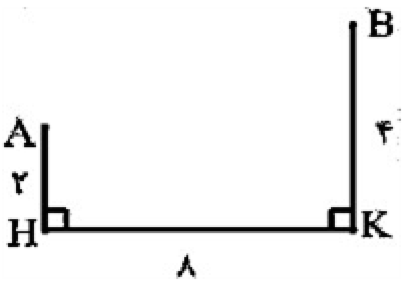


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۲ با توجه به شکل، نقطهٔ M روی پاره‌خط $\mathrm{HK} = ۸$ را به گونه‌ای بیابید که:

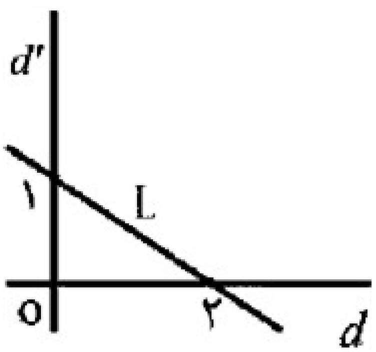
الف) مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد.

ب) کمترین مقدار عددی $\mathrm{AM} + \mathrm{MB}$ را محاسبه کنید.



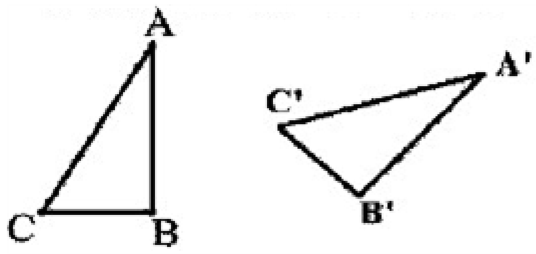
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۳ در شکل روبه‌رو اگر خط L را در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $\frac{۷}{۴}$ تصویر کنیم و آن را 'L بنامیم، مساحت بین خط L و 'L و خطوط d و 'd چقدر است؟



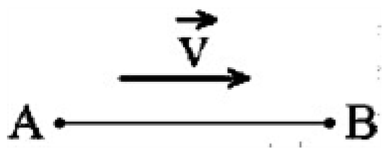
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۴ نقاط A'، B' و C' به‌ترتیب دوران یافتهٔ نقاط A، B و C هستند. روش یافتن مرکز دوران را شرح دهید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۳

۵ با توجه به شکل مقابل نشان دهید در تبدیل انتقال، اندازهٔ هر پاره‌خط و اندازهٔ تصویر آن با هم برابرند.
($\overrightarrow{V} \parallel \mathrm{AB}$ و اندازه $\overrightarrow{V}$ از اندازهٔ پاره‌خط AB کوچک‌تر است.)



سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۳

۶ برای هر کدام از عبارات گروه A، تبدیل مناسب را از گروه B انتخاب کنید. (یک مورد از گروه B اضافی است.)

گروه A	گروه B
	دوران
	همانی
	بازتاب
	انتقال

سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۳

۷ محل برخورد قطرهای مستطیلی را O می‌نامیم. در تجانسی به مرکز O و نسبت $\frac{۲}{۳}$، مساحت بین آن مستطیل و تصویرش برابر ۱۰ است. مساحت مستطیل اولیه را محاسبه کنید.

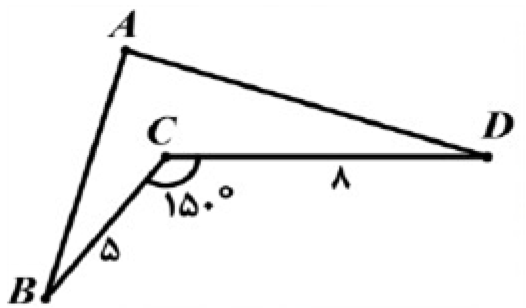
سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۴

۸ ثابت کنید، در هر تبدیل طولپا، تبدیل یافتهٔ یک زاویه، زاویه‌ای هم‌اندازهٔ آن است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۴

۹ در شکل مقابل، می‌خواهیم بدون تغییر طول ضلع‌ها، مساحت شکل را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را به دست آورید.

($B\widehat{C}D = ۱۵۰^\circ$ و $\mathrm{BC} = ۵$ ،$\mathrm{CD} = ۸$)

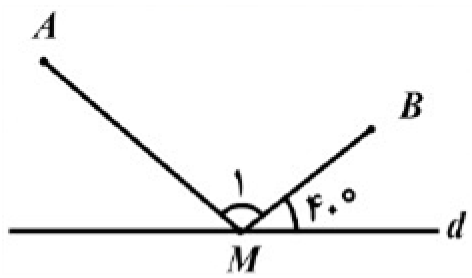


سوالات امتحانات نهایی متوسطه–یازدهم–خردادماه۱۴۰۴

۱۰ مطابق شکل زیر، نقطه O روی پاره‌خط AB است. ثابت کنید تحت دورانی به مرکز O و هر زاویهٔ حادهٔ a، اندازهٔ پاره‌خط AB با تصویر آن با هم برابرند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۱۱ مطابق شکل، نقطهٔ M را روی خط d چنان در نظر می‌گیریم که $AM + MB$ کمترین مقدار ممکن شوند. اندازهٔ زاویهٔ $\widehat{M}_1$ را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۴

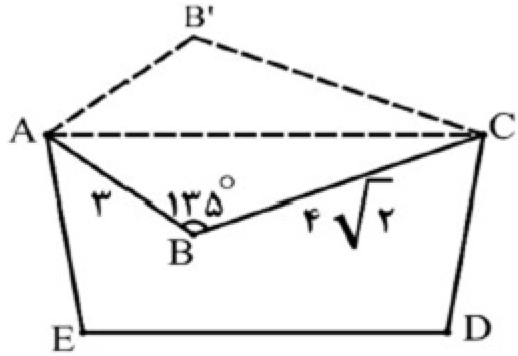
۱۲ در هر قسمت، پاسخ مناسب را بنویسید.
الف) فاصلهٔ مرکز دایره‌ای از یک خط، کمتر از شعاع آن دایره است. این خط و دایره .... نقطهٔ اشتراک دارند. (یک / دو)
ب) در هر مثلث، نقطهٔ همرسی نیمسازها، مرکز دایرهٔ .... مثلث است. (محیطی / محاطی)
ج) شیب خط ....، همواره حفظ می‌شود. (انتقال / دوران)
د) دورانی به مرکز O و زاویهٔ ....، تبدیلی همانی است. (۱۸۰° / ۳۶۰°)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۱۳ درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.
الف) در هر دایره، طول یک کمان، برابر با اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل به آن کمان است.
ب) دو دایره به طول شعاع‌های ۳ و ۵ سانتی‌متر و طول خط‌المرکزین ۲ سانتی‌متر، مماس برون هستند.
ج) تبدیل انتقال، جهت شکل را حفظ می‌کند.
د) تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطهٔ ثابت دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۱

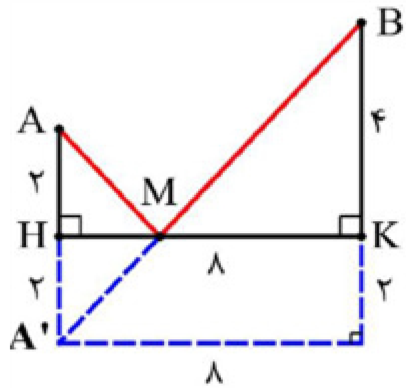


$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}\times ۳\times ۴\sqrt{۲}\times \text{Sin}\,۱۳۵^\circ = ۶\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۶$$

$$S_{ABCB'} = ۲S_{ABC} = ۱۲$$

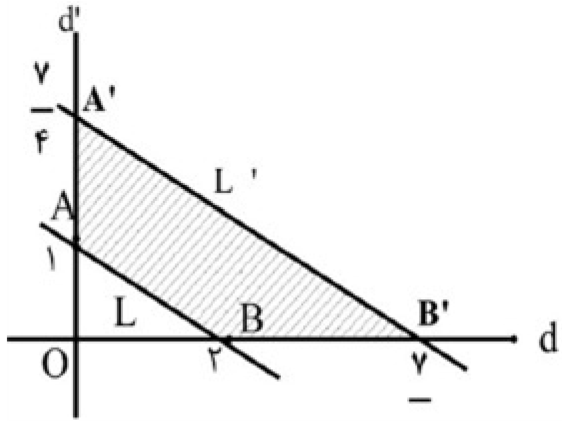
۲ الف) بازتاب نقطه A را نسبت به محور HK نقطه 'A می‌نامیم.

محل تلاقی $A'B$ با HK را M می‌نامیم. مسیر AMB پاسخ مسأله است.



ب) $\text{AM} + \text{MB} = A'B \Rightarrow A'B = \sqrt{۸^۲ + ۶^۲} = ۱۰$

۳

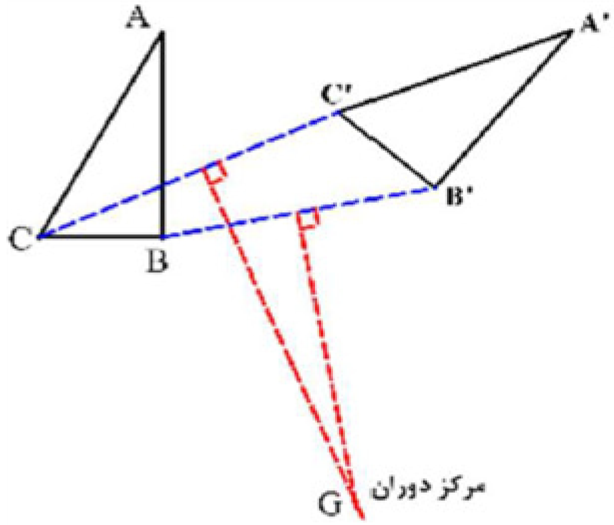


$$\frac{\text{OA}'}{\text{OA}} = \frac{۷}{۴} \Rightarrow \text{OA}' = \frac{۷}{۴}$$

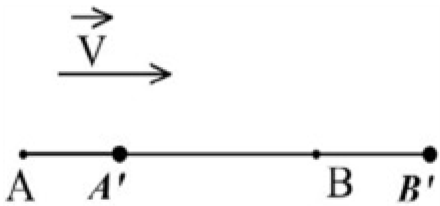
$$\frac{\text{OB}'}{\text{OB}} = \frac{۷}{۴} \Rightarrow \text{OA}' = \frac{۷}{۲}$$

$$S = S_{\Delta OA'B'}\ S_{\Delta OAB} = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۷}{۴}\times\frac{۷}{۲}\right) - \frac{۱}{۲}(۱\times ۲) = \frac{۳۳}{۱۶}$$

۴ روش اول: محل همرسی عمودمنصف‌های پاره‌خط‌های واصل بین هر نقطه و تصویرش، مرکز دوران است.



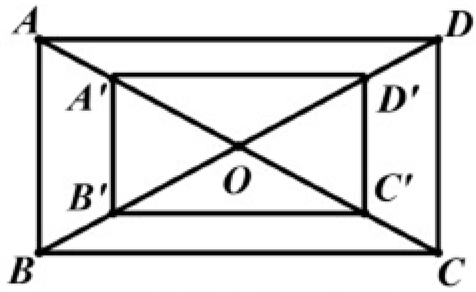
۵



$$\begin{cases} AB = AA' + A'B \\ A'B' = BB' + A'B \end{cases} \xrightarrow{AA'=BB'} AB = A'B'$$

۶ الف) بازتاب   ب) دوران   پ) همانی

۷ روش اول: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد، داریم:



$$S - S' = ۱۰ \Rightarrow S - \frac{۴}{۹}S = ۱۰ \Rightarrow S = ۱۸$$

روش دوم: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد، داریم:

$$S - S' = ۱۰ \Rightarrow AB \times AD \times A'B' \times A'D' = AB \times AD - \frac{۲}{۳}AB \times \frac{۲}{۳}AD = ۱۰$$

$$\Rightarrow S = AB \times AD = ۱۸$$

روش سوم: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد، داریم:

$$\frac{S'}{S} = k^۲ = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ = \frac{۴}{۹} \Rightarrow \frac{S - S'}{S} = \frac{۵}{۹} \Rightarrow \frac{۱۰}{S} = \frac{۵}{۹} \Rightarrow S = ۱۸$$

روش چهارم: فرض کنیم S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشند و α یکی از زاویه‌های بین دو قطر مستطیل باشد. می‌دانیم در هر مثلث میانه، مثلث را به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند. بنابراین:

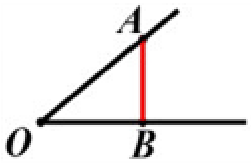
$$S - S' = ۱۰ \Rightarrow ۴S_{OAB} - ۴S_{OA'B'} = ۱۰ \Rightarrow ۴\left(\frac{۱}{۲}OA \times OB \times \sin\alpha\right) - ۴\left(\frac{۱}{۲}OA' \times OB' \times \sin\alpha\right)$$

$$= ۱۰ \Rightarrow OA \times OB \times \sin\alpha - \frac{۴}{۹}OA \times OB \times \sin\alpha = ۵ \Rightarrow OA \times OB \times \sin\alpha = ۹$$

$$\Rightarrow S = ۴\left(\frac{۱}{۲} \times OA \times OB \times \sin\alpha\right) = ۱۸$$

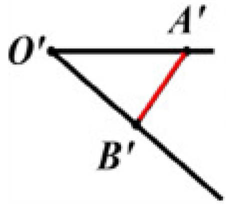
۸ فرض کنیم T یک تبدیل طولپا باشد. در این صورت با توجه به شکل تحت T داریم:

$$T(O)=O', T(A)=A', T(B)=B'$$



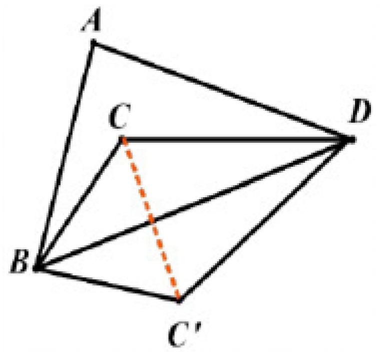
در نتیجه پاره‌خط‌های OA، OB و AB به ترتیب به پاره‌خط‌های $O'A'$، O'B' و A'B' تصویر می‌شود. چون تبدیل طولپاست داریم:

$$OA=O'A'\ ,\ OB=O'B'\ ,\ AB=A'B'$$
$$\Rightarrow \overset{\triangle}{AOB}\approx \overset{\triangle}{A'OB'}\Rightarrow \widehat{O}=\widehat{O}'$$



۹ روش اول: ابتدا بازتاب نقطه C را تحت BD به دست می‌آوریم و آن را C' می‌نامیم. بنابراین میزان افزایش مساحت برابر است با:

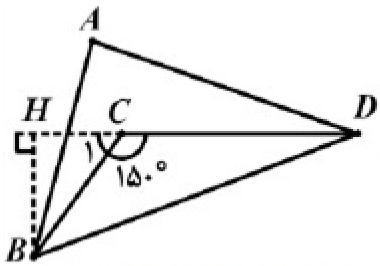
$$S_{BC'DC}=۲S_{BDC}=۲\left(\frac{۱}{۲}\mathrm{CB}\times \mathrm{CD}\ \mathrm{Sin}\,C\right)$$
$$=۵\times ۸\times \frac{۱}{۲}=۲۰$$



روش دوم: ارتفاع BH را رسم می‌کنیم. $\widehat{C}_۱=۳۰^\circ$ لذا $\mathrm{BH}=\frac{۱}{۲}\mathrm{BC}=\frac{۵}{۲}$.

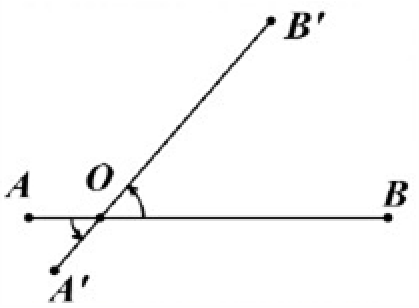
بنابراین میزان افزایش مساحت برابر است با:

$$۲S_{BDC}=۲\left(\frac{۱}{۲}\mathrm{BH}\times \mathrm{CD}\right)=۲\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۵}{۲}\times ۸\right)=۲۰$$

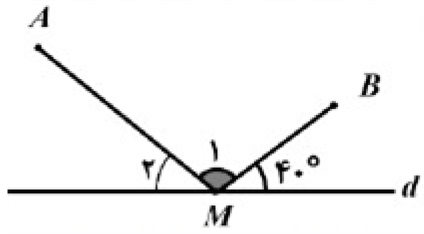


۱۰ اگر T یک دوران به مرکز O و زاویه α باشد، با توجه به شکل تحت T داریم:

$$T(A)=A', T(B)=B'$$
$$\Rightarrow \mathrm{OA}=\mathrm{OA}', \mathrm{OB}=\mathrm{OB}'$$
$$\Rightarrow \mathrm{AB}=\mathrm{OA}+\mathrm{OB}=\mathrm{OA}'+\mathrm{OB}'=A'B'$$



۱۱



$$\widehat{M}_{۲} = ۴۰^\circ \Rightarrow \widehat{M}_{۱} = ۱۰۰^\circ$$

۱۲ الف) دو ب) محاطی ج) انتقال د) ۳۶۰°

۱۳ الف) نادرست ب) نادرست ج) درست د) درست

فصل سوم :روابط طولی مثلث — ۴ سوال

۱ در مثلث ABC، $AB = ۷$، $AC = ۴$ و $BC = ۱۰$ است. طول نیمساز داخلی زاویهٔ C را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۲ مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a را به کمک دستور هرون بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

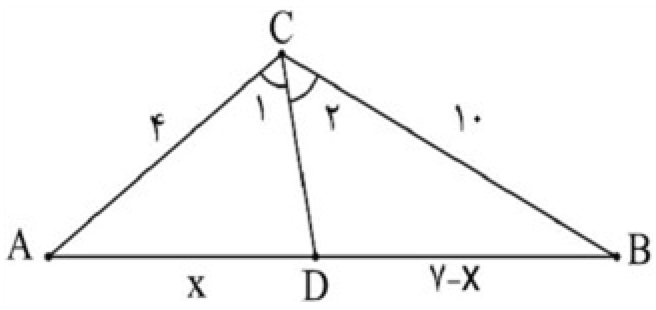
۳ در مثلث ABC که $(\widehat{A} < ۹۰^\circ)$، ثابت کنید: $a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲\,\mathrm{bc}.\,\mathrm{Cos}\,A$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۴ در مثلث ABC که $AB = ۴$، $AC = ۶$ و $BC = ۸$، نقطهٔ M وسط ضلع BC است. محیط مثلث AMC را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۱



$$\frac{۴}{۱۰} = \frac{x}{۷-x} \Rightarrow ۲۸ - ۴x = ۱۰x \Rightarrow x = ۲ = \mathrm{AD}$$

$$\Rightarrow \mathrm{BD} = ۵$$

$$\mathrm{DC}^۲ = ۴\times۱۰ - ۵\times۲ = ۳۰ \Rightarrow \mathrm{DC} = \sqrt{۳۰}$$

۲

$$a + a + a = ۲P \Rightarrow P = \frac{۳}{۲}a$$

$$S = \sqrt{\frac{۳}{۲}a\left(\frac{۳}{۲}a - a\right)\left(\frac{۳}{۲}a - a\right)\left(\frac{۳}{۲}a - a\right)} = \sqrt{\frac{۳}{۲}a\left(\frac{۱}{۲}a\right)\left(\frac{۱}{۲}a\right)\left(\frac{۱}{۲}a\right)} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲$$

۳ روش اول:

$$\mathrm{Cos}\, A = \frac{\mathrm{AH}}{c} \Rightarrow \mathrm{AH} = c\,\mathrm{Cos}\, A$$

$$\mathrm{Sin}\, A = \frac{\mathrm{BH}}{c} \Rightarrow \mathrm{BH} = c\,\mathrm{Sin}\, A$$

$$\mathrm{CH} = b - \mathrm{AH} = b - c\,\mathrm{Cos}\, A$$

$$\Delta\mathrm{HBC} : a^۲ = \mathrm{BH}^۲ + \mathrm{CH}^۲ = (c\,\mathrm{Sin}\, A)^۲ + (b - c\,\mathrm{Cos}\, A)^۲$$

$$\Rightarrow a^۲ = c^۲\,\mathrm{Sin}^۲ A + b^۲ + c^۲\,\mathrm{Cos}^۲ A - ۲\,\mathrm{bc}\,\mathrm{Cos}\, A$$

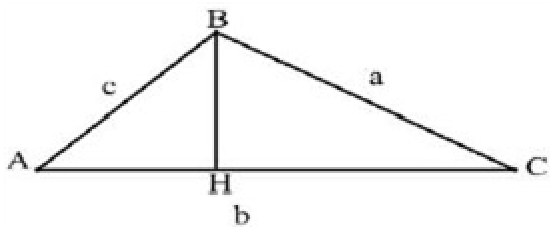
$$a^۲ = b^۲ + c^۲(\mathrm{Sin}^۲ A + \mathrm{Cos}^۲ A) - ۲\,\mathrm{bc}\,\mathrm{Cos}\, A \Rightarrow a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲\,\mathrm{bc}\,\mathrm{Cos}\, a$$

روش دوم:

$$\Delta\mathrm{HBC} : a^۲ = \mathrm{BH}^۲ + \mathrm{CH}^۲$$

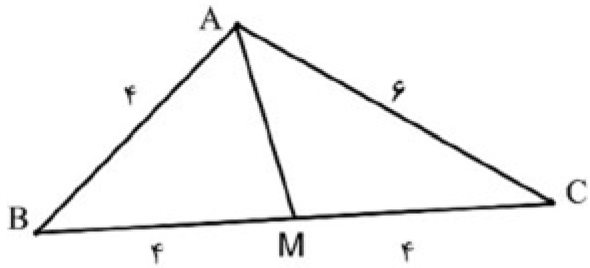
$$= (c^۲ - \mathrm{AH}^۲) + (b - \mathrm{AH})^۲$$

$$\Rightarrow a^۲ = c^۲ - \mathrm{AH}^۲ + b^۲ + \mathrm{AH}^۲ - ۲\,\mathrm{bAH}$$



$$\Rightarrow a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲\mathrm{bAH} \xrightarrow{\mathrm{AH}=c.\mathrm{Cos}\, A} a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲\,\mathrm{bc}\,\mathrm{Cos}\, A$$

۴



$$۶^۲ + ۴^۲ = ۲\text{AM}^۲ + \frac{۸^۲}{۲} \Rightarrow ۳۶ + ۱۶ = ۲\text{AM}^۲ + ۳۲$$

$$\Rightarrow \text{AM}^۲ = ۱۰ \Rightarrow \text{AM} = \sqrt{۱۰}$$

$$\Rightarrow ۲P_{\text{AMC}} = ۶ + ۴ + \sqrt{۱۰} = ۱۰ + \sqrt{۱۰}$$

۱ در مثلث ABC، $BC = ۱۰\ cm$، $\widehat{A} = ۳۰^\circ$، مقدار شعاع دایره محیطی کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۲ مثلثی به طول اضلاع ۶، ۱۰ و ۱۴ را در نظر بگیرید.
الف) با استفاده از قضیه کسینوس‌ها، اندازهٔ زاویه مقابل به بزرگ‌ترین ضلع مثلث را محاسبه کنید.
ب) به کمک دستور هرون، طول ارتفاع وارد بر کوچک‌ترین ضلع مثلث را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۳ در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ با فرض $AC = b$، $AB = c$ و $BC = a$، ثابت کنید $\widehat{A} > ۹۰^\circ$ اگر و تنها اگر $a^۲ > b^۲ + c^۲$.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۴ در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ با شعاع دایره محیطی R می‌دانیم: $BC = ۱۰$، $\widehat{B} = ۱۳۵^\circ$ و $R = ۱۰$. اندازهٔ زاویهٔ $\widehat{A}$ و طول ضلع AC را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر قضیهٔ سینوسها داریم:

$$\frac{\mathrm{BC}}{\operatorname{Sin}\widehat{A}}=۲R\Rightarrow\frac{۱۰}{\operatorname{Sin}۳۰^\circ}=۲R\Rightarrow ۲R=۲۰\Rightarrow R=۱۰$$

۲ الف) فرض کنیم $a=۶, b=۱۰, c=۱۴$.

$$c^۲=a^۲+b^۲-۲\,\mathrm{ab}\operatorname{Cos}C\Rightarrow ۱۴^۲=۶^۲+۱۰^۲-۲(۶)(۱۰)\operatorname{Cos}C$$

$$\Rightarrow\operatorname{Cos}C=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow C=۱۲۰^\circ$$

ب) $P=\frac{۶+۱۰+۱۴}{۲}=۱۵$

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{۱۵\times۹\times۵\times۱}=۱۵\sqrt{۳}, S=\frac{۱}{۲}\times۶\times h_a=۱۵\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow h_a=۵\sqrt{۳}$$

۳ روش اول:

$$a^۲>b^۲+c^۲\Leftrightarrow b^۲+c^۲-۲\,\mathrm{bc}\operatorname{Cos}A>b^۲+c^۲\Leftrightarrow -۲\,\mathrm{bc}\operatorname{Cos}A>۰\Leftrightarrow\operatorname{Cos}A<۰\Leftrightarrow A>۹۰^\circ$$

روش دوم: فرض کنیم R شعاع دایره محیطی مثلث باشد. در نتیجه:

$$a^۲>b^۲+c^۲\Leftrightarrow ۴R^۲\operatorname{Sin}^۲A>۴R^۲\operatorname{Sin}^۲B+۴R^۲\operatorname{Sin}^۲C$$

$$\Leftrightarrow\operatorname{Sin}^۲A>\operatorname{Sin}^۲B+\operatorname{Sin}^۲C\Leftrightarrow\operatorname{Sin}^۲(B+C)>\operatorname{Sin}^۲B+\operatorname{Sin}^۲C$$

$$\Leftrightarrow\operatorname{Sin}^۲B\operatorname{Cos}^۲C+\operatorname{Cos}^۲B\operatorname{Sin}^۲C+۲\operatorname{Sin}B\operatorname{Cos}B\operatorname{Sin}C\operatorname{Cos}C>\operatorname{Sin}^۲B+\operatorname{Sin}^۲C$$

$$\Leftrightarrow\operatorname{Sin}^۲B(\operatorname{Cos}^۲C-۱)+\operatorname{Sin}^۲C(\operatorname{Cos}^۲B-۱)+۲\operatorname{Sin}B\operatorname{Cos}B\operatorname{Sin}C\operatorname{Cos}C>۰$$

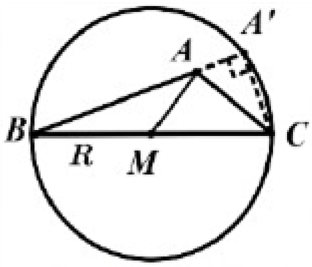
$$\Leftrightarrow\operatorname{Sin}^۲B(-\operatorname{Sin}^۲C)+\operatorname{Sin}^۲C(-\operatorname{Sin}^۲B)+۲\operatorname{Sin}B\operatorname{Cos}B\operatorname{Sin}C\operatorname{Cos}C>۰$$

$$\Leftrightarrow\operatorname{Cos}B\operatorname{Cos}C>\operatorname{Sin}B\operatorname{Sin}C\Leftrightarrow\operatorname{Cos}B\operatorname{Cos}C-\operatorname{Sin}B\operatorname{Sin}C>۰$$

$$\Leftrightarrow\operatorname{Cos}(B+C)>۰\Leftrightarrow B+C<۹۰^\circ\Leftrightarrow A>۹۰^\circ$$

روش سوم: با توجه به شکل اگر $\mathrm{BC}=a, \mathrm{AM}=m_a$ ابتدا ثابت می‌کنیم:

$$\widehat{A}>۹۰^\circ\Leftrightarrow m_a<\frac{a}{۲}$$



دایره‌ای به قطر BC و به مرکز M وسط ضلع BC می‌زنیم. با توجه به شکل و ویژگی‌های زاویهٔ خارجی داریم:

$$۲m_a<a\xLeftrightarrow{a=۲R}m_a<R\Leftrightarrow(\text{نقطه درون دایره باشد }A)\Leftrightarrow\widehat{A}>۹۰^\circ$$

بنابراین:

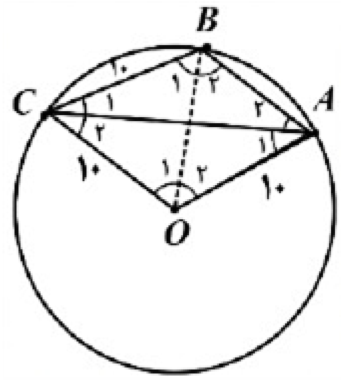
$$\widehat{A}>۹۰^\circ\Leftrightarrow m_a<\frac{a}{۲}\Leftrightarrow m_a^۲<\frac{a^۲}{۴}\Leftrightarrow ۲m_a^۲<\frac{a^۲}{۲}\Leftrightarrow ۲m_a^۲+\frac{a^۲}{۲}<a^۲\Leftrightarrow b^۲+c^۲<a^۲$$

۴ روش اول:

$$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{Sin}\,A}=\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{Sin}\,B}=۲R\Rightarrow\frac{۱۰}{\mathrm{Sin}\,A}=\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{Sin}\,۱۳۵}=۲\times۱۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{Sin}\,A=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}A=۱۵۰^\circ & \text{غ ق ق}\\ \widehat{A}=۳۰^\circ & \text{ق ق}\end{cases}\\ \mathrm{AC}=۲۰\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۱۰\sqrt{۲}\end{cases}$$

روش دوم: دایره محیطی مثلث را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:



$$\mathrm{OA}=\mathrm{OC}=\mathrm{OB}=\mathrm{CB}=۱۰$$

$$\left.\begin{array}{r}\Rightarrow \overset{\triangle}{COB}:O_۱=B_۱=۶۰^\circ\ (۱)\\ B_۱+B_۲=۱۳۵^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow B_۲=۷۵^\circ$$

$$\overset{\triangle}{AOB}:A_۱+A_۲=B_۲=۷۵^\circ\Rightarrow O_۲=۳۰^\circ\ (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}A\widehat{O}C=۹۰^\circ\Rightarrow \mathrm{CA}^۲=۱۰^۲+۱۰^۲\Rightarrow \mathrm{CA}=۱۰\sqrt{۲}$$

$$A\widehat{O}C=۹۰^\circ\Rightarrow \overset{\triangle}{COA}:C_۲=A_۱=۴۵^\circ\Rightarrow A_۲=۳۰^\circ$$

روش سوم: در مثلث ABC، اگر $\mathrm{AB}=c, \mathrm{AC}=b, \mathrm{BC}=a=۱۰$ و با فرض این‌که S مساحت مثلث باشد داریم:

$$S=\frac{۱}{۲}\mathrm{ac}\,\mathrm{Sin}\,B\Rightarrow S=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times c\times\mathrm{Sin}\,۱۳۵^\circ=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}c\ \ (۱)$$

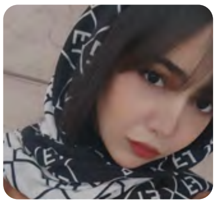
$$S=\frac{۱}{۲}\mathrm{ab}\,\mathrm{Sin}\,C=\frac{۱}{۲}\mathrm{ab}\left(\frac{c}{۲R}\right)=\frac{\mathrm{abc}}{۴R}\Rightarrow R=\frac{\mathrm{abc}}{۴S}\xrightarrow{(۱)}۱۰=\frac{۱۰\,\mathrm{bc}}{۴\times\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}c}\Rightarrow \mathrm{AC}=b=۱۰\sqrt{۲}$$

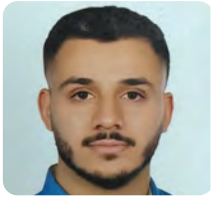
$$S=\frac{۱}{۲}\mathrm{bc}\,\mathrm{Sin}\,\widehat{A}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}c\Rightarrow \mathrm{Sin}\,A=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\widehat{A}=۱۵۰^\circ & \text{غ ق ق}\\ \widehat{A}=۳۰^\circ & \text{ق ق}\end{cases}$$

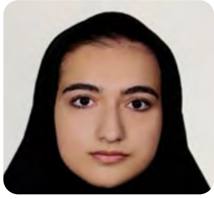

مهشید فاطمی
پزشکی
علوم پزشکی کاشان


هانیه مصدق
پرستاری
آزاد نیشابور


یاسینا نوروزی
پزشکی
جندی شاپور


نرگس مردانی
پرستاری
علوم پزشکی ایران

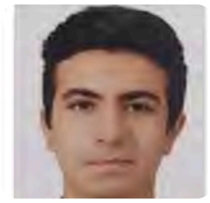

شایان جعفری
دندانپزشکی
علوم پزشکی بندرعباس


مهدیس رفیعی
اعضای مصنوعی و وسایل کمکی
علوم پزشکی ایران


ابراهیم هناره
دندانپزشکی
علوم پزشکی ارومیه


زهرا حمدی
علوم آزمایشگاهی
علوم پزشکی دزفول


محمدحسین نظری
پزشکی
علوم پزشکی همدان


ابوالفضل حسینی ارسون
دندانپزشکی
علوم پزشکی رشت


مائده نظری
تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی گرگان


مبینا گودرزی
تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی سبزوار


پریسا سادات موسوی
زیست شناسی سلولی و مولکولی
دانشگاه تهران

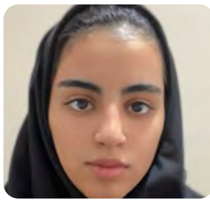

سحر درخشان
پزشکی
آزاد نجف آباد


نگار دلاوری
پرستاری
آزاد رشت


شنتیا زمانی
دندانپزشکی
علوم پزشکی شهید بهشتی


سارا مرادی
پرستاری
دانشگاه آزاد واحد شهرکرد


هستی عباسلو
هوشبری
علوم پزشکی رفسنجان

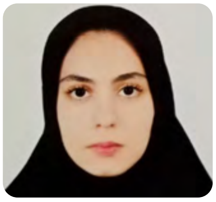

فاطمه حبیبی
پزشکی
علوم پزشکی سمنان


النا بصیری
تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی همدان


ملیکا ابراهیمی نژاد
دندانپزشکی
آزاد بروجرد


محمدصفا مارمائی
پزشکی
علوم پزشکی گرگان

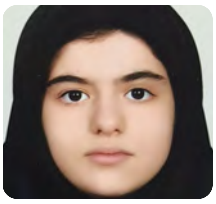

محدثه خان محمدی
تکنولوژی اتاق عمل
علوم پزشکی زنجان


سوگند تیموری
پزشکی
علوم پزشکی کرمانشاه


محمدفرحان کرمی
پرستاری
علوم پزشکی بابل


فاطمه شریفی پیرکوهی
فیزیوتراپی
دانشگاه علوم پزشکی جندی شاپور


محمدامین متین
پزشکی
علوم پزشکی دزفول


بهار اسلامی
پزشکی
علوم پزشکی رشت


زینب رنجبر
پرستاری
آزاد اسلامی واحد ساری


فاطمه محمد رحیمی
پرستاری
دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرند

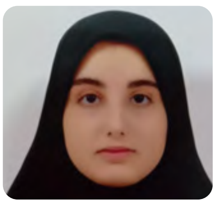

ساناز جعفری
علوم تغذیه
علوم پزشکی اصفهان


مینو رسولی
پزشکی
علوم پزشکی شیراز


محمدرضا اسپرجانی
پزشکی
دانشگاه آزاد اسلامی واحد زاهدان


فاطمه میرزایی
پزشکی
علوم پزشکی زنجان


شایان جعفری
کار درمانی
علوم توانبخشی و سلامت اجتماعی تهران


نرگس کلیج
پزشکی
علوم پزشکی سمنان

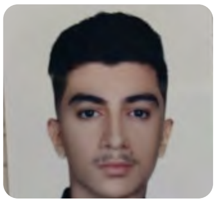
رتبه برترهای کنکور ۱۴۰۴ مدیکال

گروه آموزشی مدیکال استوز


سحر قنبری
داروسازی
علوم پزشکی کرمان

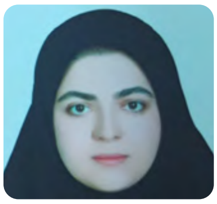

زهرا حمدی
پزشکی
علوم پزشکی زنجان


هانیه اعتمادی
پرستاری
دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری


عرشیا نادری
پزشکی
آزاد اسلامی واحد نجف آباد


الهه غلامپور
پزشکی
علوم پزشکی مازندران


فاطمه علی پناه
پزشکی
علوم پزشکی مازندران


فرناز اقایی
پرستاری
علوم پزشکی کاشان


پارمیس یوسفی
پرستاری
دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرند

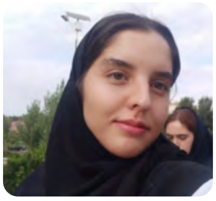

فاطمه رحمانی
دندانپزشکی
علوم پزشکی زنجان

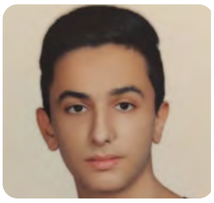

امیرعلی جهانشاهی
داروسازی
علوم پزشکی مازندران


نرگس دهاقین
داروسازی
علوم پزشکی همدان


سجاد قوید
مهندسی صنایع
دانشگاه صنعتی اصفهان


عرشیا شفیع زاده
مهندسی برق
شهید باهنر کرمان


مهتاب سلیمی
ریاضیات و کاربرد ها
دانشگاه الزهرا(س)


علی فتاح
مهندسی صنایع
دانشگاه یزد


سوگند احمدی
مهندسی نفت
دانشگاه شیراز


ثنا شریفی
آمار
دانشگاه علامه طباطبایی تهران


محمد اکبری
مهندسی برق
دانشگاه صنعتی اصفهان


حمید رضا بهزادی
مهندسی مکانیک
دانشگاه صنعتی شریف


کوثر صحتی
مهندسی معماری
دانشگاه خوارزمی تهران

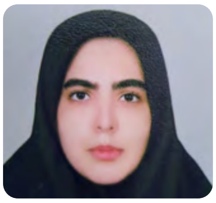

یاس سنجرانی
مهندسی مکانیک
دانشگاه کاشان


ماهان استرکی
مهندسی شیمی
دانشگاه صنعت نفت آبادان


محمد شیرزایی
مهندسی مکانیک
دانشگاه فردوسی مشهد


مهسا یاری
بیم سنجی
دانشگاه شهید بهشتی تهران


محمد حسن نوابی
مهندسی مکانیک
دانشگاه بوعلی همدان


مبینا مروتی
حسابداری
دانشگاه تهران


حامد لاوی
مهندسی شیمی
صنعتی نوشیروانی بابل


آرمین دارابی
مهندسی مکانیک
دانشگاه قم


محمد هادی تاجیکی
مهندسی مکانیک
دانشگاه شهید رجایی


مهلا الهی
مهندسی علم و مواد
دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل


نگار مشهدی
عکاسی
دانشگاه سمنان


فهیمه امیری مقدم
نوازندگی موسیقی جهانی
دانشگاه تهران


ایلیاد پورمهدی
سینما
دانشگاه دامغان


زینب میرزائی
حسابداری
دانشگاه اراک


مبینا رودنی
حسابداری
دانشگاه زاهدان


ساره کریمی
اقتصاد
دانشگاه خوارزمی تهران