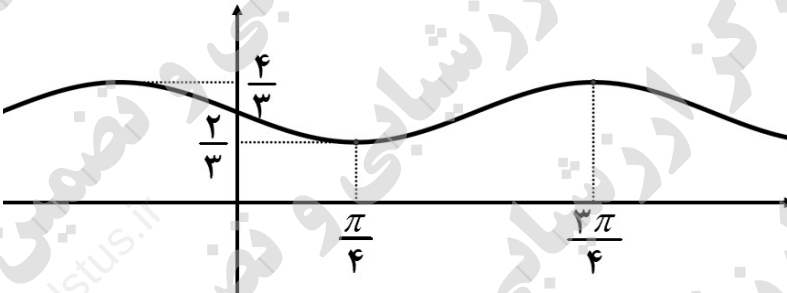
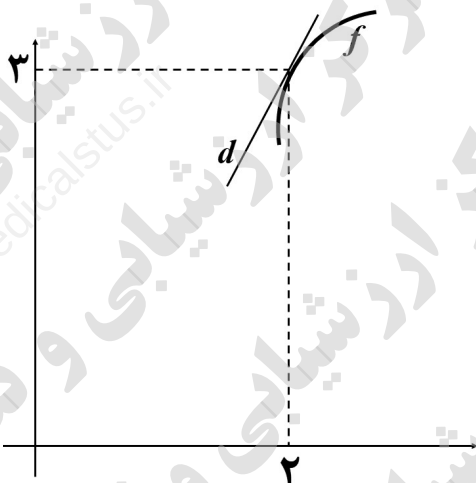
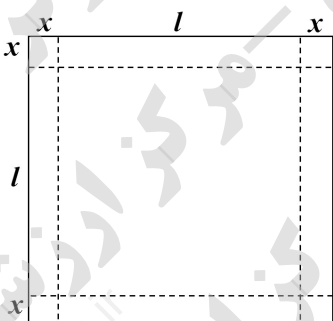
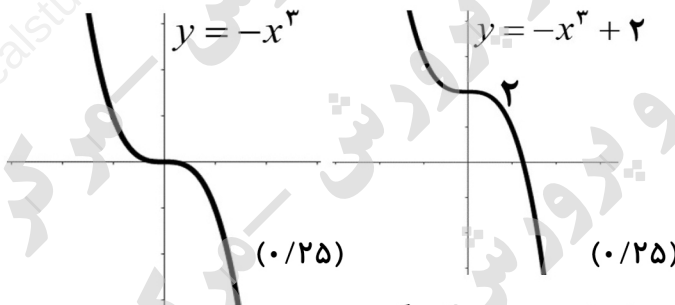


سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		تعداد صفحه: ۳	رشته:	علوم تجربی		ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳		نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳						
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir						
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.					
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y = f(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ مفروض است. برد تابعهای $y = f(3x)$ و $y = f(5x)$ یکسان است. ب) تابع $y = \tan x$ در بازه $(\pi, 2\pi)$ صعودی است. پ) تابع $f(x) = x - 1$ در تمام نقاط حقیقی پیوسته است پس در $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است.					
۲	هر یک از جملههای زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. الف) تابع هم صعودی و هم نزولی است. ب) در تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر $x + 2$، باقی مانده تقسیم برابر است. پ) دو پیشامد را گوئیم هرگاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد. ت) اگر صفحه‌ای سطح مخروطی را هم در قسمت بالایی و هم در قسمت پایینی قطع کند و از رأس نگذرد شکل حاصل را می نامیم.					
۳	نمودار تابع $y = -x^3 + 2$ را رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص کنید.					
۴	اگر $f(x) = \frac{2}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ باشند آنگاه D_{fog} را با استفاده از تعریف به دست آورید.					
۵	فرض کنید $f(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ و $g(x) = x^3 - 1$ باشند. در این صورت $(gof)^{-1}(7)$ را بیابید.					
۶	نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ به صورت زیر است. ضابطه‌ی آن را مشخص کنید. 					
۷	الف) با توجه به محورهای کسینوس و تانژانت، اگر $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ باشد آنگاه مقادیر $\cos \alpha$ و $\tan \alpha$ را با هم مقایسه کنید. ب) معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید. $\cos 2x - 13 \cos x - 6 = 0$					

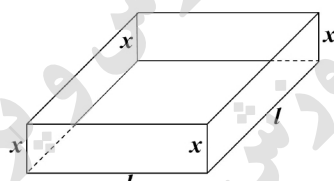
سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		تعداد صفحه: ۳		رشته:		علوم تجربی		ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	
دوازدهم		تاریخ آزمون:		۱۴۰۳/۰۵/۲۳		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir							
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.								
۸	حدود زیر را محاسبه کنید.								
۱.۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - 1}{2 - \frac{3}{x^2}} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{1}{\sin x} =$ پ) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt[3]{x} + 1} =$								
۹	با توجه به شکل، اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5f(x) - 15}{x - 2} = 10$ باشد معادله خط d را به دست آورید.								
۱.۲۵									
۱۰	مشتق تابع داده شده را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)								
۱.۲۵	$h(x) = \left(\frac{\sqrt{1-3x}}{7+x} \right)^6$								
۱۱	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x < 2 \\ 6x - 4 & x = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 6 & x > 2 \end{cases}$ را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید.								
۱									

ساعات شروع: ۸:۰۰ صبح		علوم تجربی		رشته:		تعداد صفحه: ۳		سوالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳	
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		نام و نام خانوادگی:		۱۴۰۳/۰۵/۲۳		تاریخ آزمون:		دوازدهم	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir				دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳					
ردیف		سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.							
نمره									
۱۲		گنجایش ظرفی ۲۰ لیتر مایع است. در لحظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود اگر حجم مایع باقیمانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V = 20 \left(1 - \frac{t}{50}\right)^2$ به دست آید در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 50]$ می‌شود؟							
۱۳		با رسم جدول تغییرات تابع، طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع زیر را در صورت وجود بیابید. $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 15x + 4$							
۱۴		ورق فلزی مربع شکلی به طول ضلع 30 cm را در نظر بگیرید. مطابق شکل می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم. سپس با تا کردن ورق در امتداد خط چین‌های مشخص شده در شکل، یک جعبه‌ی دربار بسازیم. مقدار x چقدر باشد تا حجم قوطی، حداکثر مقدار ممکن گردد؟ 							
۱۵		اگر خروج از مرکز یک بیضی $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و طول قطر کوچک آن ۱۰ باشد آنگاه فاصله‌ی کانونی را محاسبه کنید.							
۱۶		معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که بر خط $3x + 4y - 1 = 0$ مماس بوده و مرکز آن $(1, 2)$ باشد.							
۱۷		یک سکه را پرتاب می‌کنیم اگر «پشت» بیاید ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم و اگر «رو» بیاید ۲ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً دو سکه «رو» ظاهر شود چقدر است؟							

علوم تجربی		رشته:	ریاضی ۳		راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	نمره	راهنمای تصحیح			
۱	۰.۷۵	الف) درست ص ۲۱ ب) نادرست ص ۳۹ پ) نادرست ص ۷۸ هر مورد (۰/۲۵)			
۲	۱	الف) ثابت ص ۷ ب) صفر ص ۵۰ و ۵۱ پ) مستقل ص ۱۴۴ ت) هذلولی ص ۱۲۷ هر مورد (۰/۲۵) در قسمت الف کلمه «ثابت» یا هر مثالی از تابع ثابت نمره لحاظ گردد.			
۳	۰.۷۵	تابع اکیداً نزولی است. (۰/۲۵)  توجه ۱: در صورتی که دانش آموز از کلمه «نزولی» استفاده کند، نمره تعلق گیرد. توجه ۲: با رسم شکل نهایی نمره کامل شکل لحاظ شود. صفحه ۹			
۴	۱	$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \overbrace{\{x \geq -1\}}^{(۰/۲۵)} \mid \overbrace{\sqrt{x+1} \in \mathbb{R} - \{1\}}^{(۰/۲۵)}$ $\sqrt{x+1} \neq 1 \Rightarrow x \neq 0$ (۰/۲۵) $D_{fog} = [-1, 0) \cup (0, +\infty) \text{ یا } [-1, +\infty) - \{0\} \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۲۲			
۵	۰.۷۵	روش اول: $(gof)^{-1}(7) = \overbrace{(f^{-1}og^{-1})(7)}^{(۰/۲۵)} = \overbrace{f^{-1}(2)}^{(۰/۲۵)} = \overbrace{3}^{(۰/۲۵)}$ روش دوم: $(gof)(x) = 7 \Rightarrow \underbrace{\left((1 + \sqrt{x-2})^3 - 1\right)}_{(۰/۵)} = 7 \Rightarrow \underbrace{x=3}_{(۰/۲۵)}$ روش سوم: $(gof)(x) = (1 + \sqrt{x-2})^3 - 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow (gof)^{-1}(x) = \left(\sqrt[3]{x+1} - 1\right)^2 + 2 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow (gof)^{-1}(7) = 3 \quad (۰/۲۵)$ روش چهارم: $(gof)^{-1}(x) = \underbrace{(f^{-1}og^{-1})(x)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\left(\sqrt[3]{x+1} - 1\right)^2 + 2}_{(۰/۲۵)} \quad \underline{\underline{x=7}} \quad \underline{\underline{3}} \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۲۹			

علوم تجربی		رشته:	ریاضی ۳		راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳		دوازدهم
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح				نمره
۶	$\begin{cases} a + c = \frac{4}{3} \\ - a + c = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \\ a = \frac{\max - \min}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \frac{(\cdot/25)}{c=1} \\ \frac{(\cdot/25)}{ a =\frac{1}{3}} \end{matrix}$ $T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow \frac{(\cdot/25)}{ b =2}$ $\Rightarrow y = -\frac{1}{3}\sin(2x) + 1 \quad \text{یا} \quad y = \frac{1}{3}\sin(-2x) + 1 \quad (\cdot/25)$				صفحه ۳۵ و ۳۶
۷	$\tan \alpha > \cos \alpha \quad (\cdot/25)$ $2\cos^2 x - 1 - 13\cos x - 6 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 13\cos x - 7 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = +7 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{غ ق ق} \\ (\cdot/25) \end{matrix}$ $\Rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (\cdot/25)$				الف) صفحه ۴۱ ب) صفحه ۴۸
۸	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)}{\sqrt{x} + 1} \times \frac{\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)}{(x+1)(x+2)(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)} = \frac{(\cdot/25)}{3}$				الف) صفحه ۶۴ ب) صفحه ۵۷ پ) صفحه ۵۳

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		رشته: علوم تجربی												
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح												
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir												
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳														
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۹	صفحه ۷۲ و ۷۳ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\Delta(f(x) - f(2))}{x - 2} = \Delta f'(2) \quad (0/5) \rightarrow \overbrace{f'(2) = 2}^{(0/25)} \rightarrow \overbrace{y = 2x - 1}^{(0/5)}$	۱.۲۵												
۱۰	صفحه ۸۸ و ۹۲ $h'(x) = \frac{(\frac{0}{25})}{6} \left(\frac{\sqrt{1-3x}}{7+x} \right)^5 \left(\frac{(\frac{0}{25})}{\left(\frac{-3}{2\sqrt{1-3x}} \right) (7+x) - (1)(\sqrt{1-3x})} \right) \frac{(\frac{0}{25})}{(7+x)^2}$	۱.۲۵												
۱۱	روش اول: در $x = 2$ پیوسته است. (۰/۲۵) پس در $x = 2$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) صفحه ۹۱ روش دوم: در $x = 2$ پیوسته است. (۰/۲۵) پس در $x = 2$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) توجه: اگر دانش آموز از روش دیگر تعریف مشتق استفاده کند به تناسب، نمره تعلق گیرد. صفحه ۹۱ $f'(x) = \begin{cases} 4x & x < 2 \\ 2 \left(\frac{1}{2\sqrt{x-1}} \right) & x > 2 \end{cases} \Rightarrow \overbrace{f'_+(2) = 1}^{(0/25)}, \overbrace{f'_-(2) = 8}^{(0/25)}$ $\begin{cases} f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2\sqrt{x-1} + 6) - 8}{x - 2} = 1 & (0/25) \\ f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(2x^2) - 8}{x - 2} = 8 & (0/25) \end{cases}$	۱												
۱۲	از برابری آهنگ متوسط و لحظه‌ای نتیجه می‌گیریم $t = 25$ $\text{آهنگ لحظه‌ای} = 20 \cdot (2) \left(1 - \frac{t}{50} \right) \left(-\frac{1}{50} \right) \quad \text{یا} \quad -\frac{4}{5} \left(1 - \frac{t}{50} \right) \quad (0/5)$ $\text{آهنگ متوسط} = \frac{0 - 20}{50 - 0} \quad (0/25) = \frac{-2}{5} \quad (0/25)$ صفحه ۱۰۰	۱.۲۵												
۱۳	طول نقاط min و max هر مورد ۰/۲۵ و جدول ۰/۲۵ صفحه ۱۱۲ $f'(x) = 2x^2 - x - 15 = 0 \rightarrow \begin{cases} \overbrace{x = 3}^{(0/25)} \\ \overbrace{x = -\frac{5}{2}}^{(0/25)} \end{cases}$ <table><tr><td>x</td><td>$-\frac{5}{2}$</td><td>3</td></tr><tr><td>f'</td><td>$+$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>f</td><td>$\nearrow$</td><td>$\searrow$</td></tr><tr><td></td><td>max</td><td>min</td></tr></table>	x	$-\frac{5}{2}$	3	f'	$+$	$-$	f	$\nearrow$	$\searrow$		max	min	۱.۵
x	$-\frac{5}{2}$	3												
f'	$+$	$-$												
f	$\nearrow$	$\searrow$												
	max	min												

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		رشته: علوم تجربی																
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح																
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir																
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳																		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																
۱۴	 $v = xl^2$$2x + l = 30 \rightarrow l = 30 - 2x \rightarrow v = x(30 - 2x)^2 \text{ یا } 4x^3 - 120x^2 + 900x, x \in [0, 15] \quad (۰/۲۵)$$v'(x) = (30 - 2x)^2 + 2(-2)(30 - 2x)x = 0 \text{ یا } v'(x) = 12x^2 - 240x + 900 = 0 \quad (۰/۲۵)$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 15 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$<table><tr><td>$x$</td><td>۰</td><td>۵</td><td>۱۵</td></tr><tr><td>v'</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>v</td><td></td><td>↗</td><td>↘</td></tr><tr><td></td><td>۰</td><td>۲۰۰۰</td><td>۰</td></tr></table> بیشترین حجم برای $x = 5$ به دست می آید (۰/۲۵) صفحه ۱۱۵	x	۰	۵	۱۵	v'		+	-	v		↗	↘		۰	۲۰۰۰	۰	۱۵
x	۰	۵	۱۵															
v'		+	-															
v		↗	↘															
	۰	۲۰۰۰	۰															
۱۵	$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow c = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad (۰/۲۵)$$a^2 = 25 + \frac{3}{4}a^2 \rightarrow a = 10 \quad (۰/۲۵)$$c = 5\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$$BB' = 2b = 10 \rightarrow b = 5 \quad (۰/۲۵)$$FF' = 2c = 10\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$ یا $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}}c \quad (۰/۲۵)$$\frac{4}{3}c^2 = 25 + c^2 \rightarrow c = 5\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$$\rightarrow FF' = 2c = 10\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$$BB' = 2b = 10 \rightarrow b = 5 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \begin{cases} a = 2k \\ c = \sqrt{3}k \end{cases} \quad (۰/۲۵)$$2k^2 = 25 + 3k^2 \rightarrow k = 5 \quad (۰/۲۵)$$\Rightarrow c = 5\sqrt{3} \rightarrow FF' = 2c = 10\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$$BB' = 2b = 10 \rightarrow b = 5 \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۱۳۲	۱۶																
۱۶	$r = \frac{ 3(1) + 4(2) - 1 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (۰/۲۵)$$\rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۱۳۹	۱۷																
۱۷	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{7}{16}$ توجه: نمایید که فضای نمونه‌ای هم‌شانس نیست. تذکر: اگر دانش آموزی پاسخ صحیح را به روش نمودار درختی بدست آورد به تناسب پاسخ، نمره تعلق گیرد. صفحه ۱۴۸																	