

## باسمه تعالی

|                                                                                  |                      |                                                                                      |                  |
|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     | نام و نام خانوادگی : | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۶/۲۳                                                              | ساعت شروع: ۸ صبح |
| سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                                 | رشته: ریاضی فیزیک    | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه                                                                | تعداد صفحه: ۲    |
| دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱ |                      | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |                  |

|      |                         |      |
|------|-------------------------|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

## سوالات فصل اول

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |   |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| ۱ | الف) اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2x-1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ مساوی باشند، آنگاه مقدار $x$ برابر با ..... است.<br>ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & m+1 \\ 2n+4 & 5 \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، با محاسبه $m$ و $n$ ماتریس $A + I$ را بیابید. ( $I$ ماتریس همانی مرتبه دو است). | ۲ |
| ۲ | اگر دو ماتریس مربعی $A$ و $B$ به صورت $A = [3i - 2j]_{3 \times 3}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشند،<br>الف) ماتریس $A$ را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید.<br>ب) ماتریس $B^2$ را محاسبه کنید.                                                                                                          | ۱ |
| ۳ | اگر $A$ و $B$ دو ماتریس مربعی مرتبه ۳ و تعویض پذیر باشند، ثابت کنید: $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$                                                                                                                                                                                                                                                    | ۱ |
| ۴ | اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، وارون ماتریس $A - 2I$ را بیابید. ( $I$ ماتریس همانی مرتبه دو است).                                                                                                                                                                                                                | ۱ |
| ۵ | الف) در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ آنگاه دستگاه بی شمار جواب دارد. (درست-نادرست)<br>ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $ A $ را بیابید.                                                           | ۱ |

## سوالات فصل دوم

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ۶ | الف) اگر صفحه $P$ بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد موازی نباشد فقط یکی از دو نیمه سطح مخروطی را قطع کند، در این صورت فصل مشترک صفحه $P$ و سطح مخروطی یک ..... است.<br>ب) سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست-نادرست) | ۰/۵ |
| ۷ | دو نقطه $A$ و $B$ و خط $d$ که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از $A$ و $B$ به یک فاصله بوده و از خط $d$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد.                                                                                                                                                                      | ۱/۵ |
|   | ادامه سوالات در صفحه دوم                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |     |

باسمه تعالی

|                                                                                  |                      |                                                     |                  |
|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-----------------------------------------------------|------------------|
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     | نام و نام خانوادگی : | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۶/۲۳                             | ساعت شروع: ۸ صبح |
| سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                                 | رشته: ریاضی فیزیک    | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه                               | تعداد صفحه: ۲    |
| دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱ |                      | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |                  |

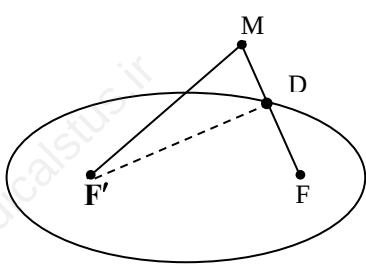
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|
|------|-------------------------|------|

|    |                                                                                                                                                                                     |      |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۸  | الف) حدود $a$ را طوری به دست آورید که $x^2 + y^2 - 4x + 6y + a = 0$ معادله یک دایره باشد.<br>ب) وضعیت خط $x + y = 1$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید. | ۲    |
| ۹  | اگر $M$ نقطه ای بیرون بیضی باشد، ثابت کنید<br>مجموع فواصل نقطه $M$ از کانونهای $F$ و $F'$<br>بزرگتر از طول قطر بزرگ بیضی است.                                                       | ۱/۲۵ |
| ۱۰ | اگر در یک بیضی طول $AA'$ (قطر بزرگ) برابر با ۱۶ و خروج از مرکز $\frac{3}{4}$ باشد، فاصله راس $A$ تا نزدیکترین کانون را به دست آورید.                                                | ۰/۷۵ |
| ۱۱ | الف) معادله سهمی را بنویسید که $A(2, 3)$ راس آن بوده و معادله خط هادی آن $x = 3$ باشد.<br>ب) مختصات کانون سهمی را بیابید.<br>پ) مختصات نقطه برخورد سهمی با محور طولها را حساب کنید. | ۲    |

سؤالات فصل سوم

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| ۱۲ | الف) در فضای سه بعدی، نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ، معادله محور ..... است.<br>ب) اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار دلخواه، $r$ عدد حقیقی و $\vec{b} = r\vec{a}$ آنگاه $ \vec{b}  = r \vec{a} $ (درست - نادرست)<br>پ) شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه $-1 < x \leq 2$ ، $y = x^2$ را در فضای دو بعدی رسم کنید.<br>ت) طول بردار $\vec{a} = (0, -3, 4)$ را به دست آورید. | ۱/۷۵     |
| ۱۳ | مقدار $m$ را چنان بیابید که دو بردار $\vec{a} = (2, m, -1)$ و $\vec{b} = (m+1, 3, 2)$ بر هم عمود باشند.                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱        |
| ۱۴ | اگر $ \vec{a}  = 3$ و $ \vec{b}  = 5$ و حاصل ضرب داخلی دو بردار ۱۰ باشد، مساحت مثلثی که توسط دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ تولید می شود چقدر است؟                                                                                                                                                                                                                                                            | ۲        |
| ۱۵ | حجم متوازی السطوحی را به دست آورید که توسط سه بردار $\vec{a} = (1, 0, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, 2)$ و $\vec{c} = (2, -3, 0)$ تولید می شود.                                                                                                                                                                                                                                                                     | ۱/۲۵     |
|    | موفق و سربلند باشید                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | جمع نمره |
|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۲۰       |

|                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                   |  |                                                     |  |                       |  |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|--|-----------------------------------------------------|--|-----------------------|--|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | رشته: ریاضی فیزیک |  | ساعت شروع: ۸ صبح                                    |  | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |  |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                   |  | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳                            |  |                       |  |
| دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                   |  | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |  |                       |  |
| ردیف                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | راهنمای تصحیح     |  |                                                     |  |                       |  |
| نمره                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                   |  |                                                     |  |                       |  |
| ۱                                                                           | <p>الف) <math>(x-1)^2 = 5 \xrightarrow{(+25)} x = 3 \quad (0/25)</math> ص ۱۳</p> <p>ب) <math>(0/25) \quad A + I = \begin{bmatrix} 2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 &amp; 0 \\ 0 &amp; 6 \end{bmatrix} \quad (0/25)</math></p> <p><math>\begin{cases} m+1=0 \\ 2n+4=0 \end{cases} \xrightarrow{(+5)} \begin{cases} m=-1 \\ n=-2 \end{cases} \quad (0/5)</math> ص ۱۹ و ۲۱</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                   |  |                                                     |  |                       |  |
| ۲                                                                           | <p>الف) <math>(0/5) \quad A = \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 &amp; -3 \\ 4 &amp; 2 &amp; 0 \\ 7 &amp; 5 &amp; 3 \end{bmatrix}</math></p> <p>ب) <math>(0/5) \quad B^T = B \times B = \begin{bmatrix} 1 &amp; 4 &amp; 6 \\ -3 &amp; 7 &amp; 6 \\ -2 &amp; 2 &amp; 7 \end{bmatrix}</math> ص ۲۱</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                   |  |                                                     |  |                       |  |
| ۳                                                                           | <p><math>(A-B)^T = (A-B)(A-B) = \underbrace{A^T - AB - BA + B^T}_{AB=BA} = A^T - 2AB + B^T \quad (0/25)</math> ص ۲۱</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                   |  |                                                     |  |                       |  |
| ۴                                                                           | <p><math>A - 2I = \begin{bmatrix} 4 &amp; 1 \\ 0 &amp; 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 \\ 0 &amp; 1 \end{bmatrix} \quad (0/25)</math></p> <p><math> A - 2I  = 2 \quad (0/25) \longrightarrow (A - 2I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 2 \end{bmatrix} \quad (0/5)</math> ص ۲۳</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                   |  |                                                     |  |                       |  |
| ۵                                                                           | <p>الف) نادرست <math>(0/25)</math> ص ۲۶</p> <p>ب) <math>(0/25) \quad  A  = 2 \quad   A A  =  A ^3  A  =  A ^4 = 16 \quad (0/25)</math> ص ۳۱ و ۲۹</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                   |  |                                                     |  |                       |  |
| ۶                                                                           | <p>الف) بیضی <math>(0/25)</math> ص ۳۵</p> <p>ب) درست <math>(0/25)</math> ص ۵۱</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                   |  |                                                     |  |                       |  |
| ۷                                                                           | <p>مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند عمود منصف پاره خط AB است این خط را رسم می کنیم و I می نامیم. <math>(0/25)</math> مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر هستند دو خط <math>d', d''</math> می باشند که موازی d هستند. <math>(0/25)</math> محل برخورد دو خط <math>d', d''</math> با خط l جواب مساله است.</p> <p>الف- اگر خط l دو خط <math>d', d''</math> را قطع کند مسله دو جواب دارد <math>(0/25)</math></p> <p>ب- اگر خط l بر یکی از دو خط <math>d'</math> یا <math>d''</math> منطبق باشد مسله بی شمار جواب دارد <math>(0/25)</math></p> <p>پ- اگر خط l هیچ یک از دو خط <math>d', d''</math> را قطع نکند مسله جواب ندارد. <math>(0/25)</math></p> <p>رسم یک مورد شکل برای مساله الزامی است <math>(0/25)</math></p> <p>ص ۳۸</p> |                   |  |                                                     |  |                       |  |
| « ادامه در صفحه دوم »                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                   |  |                                                     |  |                       |  |

|                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                  |                       |
|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                     | رشته: ریاضی فیزیک                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                  |                       |
| دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱ | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                  |                       |
| ردیف                                                                        | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                  |                       |
| نمره                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                  |                       |
| ۸                                                                           | <p>الف) (۰/۲۵) <math>a &lt; 13 \rightarrow 4a &lt; 52 \rightarrow 16 + 36 &gt; 4a \rightarrow a^2 + b^2 &gt; 4c</math> (۰/۲۵) ص ۴۶</p> <p>ب)</p> <p><math>(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4, O = (1,1), r = 2(0/5), d = \frac{ 1+1-1 }{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(0/5)</math></p> <p><math>d &lt; r(0/25)</math></p> <p>خط و دایره در دو نقطه متقاطع هستند. (۰/۲۵)</p>                                                                                           |                  |                       |
| ۹                                                                           | <p>از نقطه M به کانونهای بیضی وصل می کنیم تا بیضی را در نقطه D قطع کند ، نقطه D روی بیضی قرار دارد بنا بر تعریف بیضی : (۰/۲۵) <math>DF + DF' = 2a</math></p> <p>بنا بر نامساوی مثلثی در مثلث MDF' داریم:</p> <p><math>MD + MF' &gt; DF' \xrightarrow{+DF} DF + MD + MF' &gt; DF + DF' \xrightarrow{(0/25)} MF + MF' &gt; 2a</math> (۰/۲۵)</p> <p>ص ۴۷ تکمیل شکل (۰/۲۵)</p>  |                  |                       |
| ۱۰                                                                          | <p>ص ۴۹ <math>\frac{c}{a} = \frac{3}{4}(0/25) \xrightarrow{a=8} c=6 \xrightarrow{(0/25)} AF = a - c = 2(0/25)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                  |                       |
| ۱۱                                                                          | <p>الف) با توجه به جایگاه راس و معادله خط هادی ، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می باشد. (۰/۲۵)</p> <p>در این سهمی <math>a = 1(0/25)</math> و معادله آن برابر است با: <math>(y-3)^2 = -4(x-2)(0/5)</math></p> <p>ب) مختصات کانون سهمی <math>F(-a+h, k) = (-1+2, 3) = (1, 3)(0/25)</math></p> <p>پ) مختصات محل برخورد با محور طول ها برابر است با: <math>(\frac{-1}{4}, 0)(0/25), (0, \frac{-1}{4})(0/25)</math> ص ۵۴, ۵۸</p>                                   |                  |                       |
|                                                                             | « ادامه در صفحه سوم »                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                  |                       |

|                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  |                                                     |  |                       |      |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|--|-----------------------------------------------------|--|-----------------------|------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | رشته: ریاضی فیزیک |  | ساعت شروع: ۸ صبح                                    |  | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |      |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳                            |  |                       |      |
| دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |  |                       |      |
| ردیف                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | راهنمای تصحیح     |  |                                                     |  | نمره                  |      |
| ۱۲                                                                            | الف) عرض ها یا محور ها (۰/۲۵) ص ۶۷<br>ب- درست (۰/۲۵) ص ۷۵<br>پ) رسم نمودار ( به طوری که نقطه توپر و تو خالی مشخص باشد ) (۰/۷۵) ص ۶۳<br>ت) (۰/۲۵) $ \vec{a}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 5$ (۰/۲۵) ص ۷۳                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                   |  |                                                     |  |                       | ۱/۷۵ |
| ۱۳                                                                            | $\vec{a} \perp \vec{b} \longrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \xrightarrow{(۰/۲۵)} 2(m+1) + 3m - 2 = 0 \xrightarrow{(۰/۵)} m = 0$ (۰/۲۵) ص ۷۹                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                   |  |                                                     |  |                       | ۱    |
| ۱۴                                                                            | $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta \longrightarrow 10 = 3 \times 5 \cos \theta \longrightarrow \cos \theta = \frac{2}{3}, \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ (۰/۲۵)<br>$ \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}  \sin \theta = 5\sqrt{5}$ (۰/۲۵) $\longrightarrow s_{\Delta} = \frac{1}{2}  \vec{a} \times \vec{b}  = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ (۰/۲۵) ص ۸۴<br>اگر دانش آموز با استفاده از اتحاد لاگرانژ هم مساله را حل کند در صورت درست بودن راه حل نمره کامل داده شود. |                   |  |                                                     |  |                       | ۲    |
| ۱۵                                                                            | $(\vec{b} \times \vec{c}) = (6, 4, -4)$ (۰/۵)<br>$v =  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})  =  (1, 0, 1) \cdot (6, 4, -4)  = 10$ (۰/۲۵) ص ۸۳<br>اگر دانش آموز به صورت زیر حل کند نمره کامل داده شود :<br>$v =  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})  = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 10$ (۰/۷۵)                                                                                                                                                   |                   |  |                                                     |  |                       | ۱/۲۵ |
| "مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود" |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  |                                                     |  |                       |      |
| ۲۰                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  |                                                     |  |                       |      |