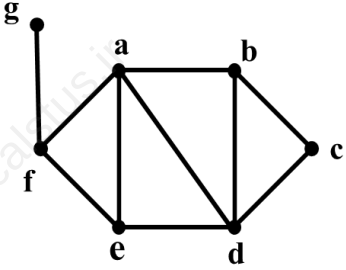


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		
	نمره		

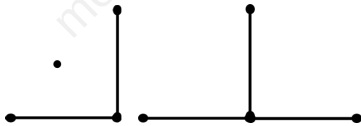
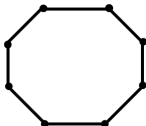
۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) حاصل $(3m+2, 3m+1)$ برابر ۱ می باشد. ج) تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است. د) عدد احاطه گری P_1 برابر عدد ۳ است.	۱
۱/۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) در یک گراف از مرتبه p ، اگر $\gamma(G)=1$ باشد، در این صورت حداقل تعداد یالها برابر است. ب) در یک مربع لاتین چرخشی 4×4 مجموع درایه های روی قطر اصلی برابر است. ج) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی برابر است.	۲
۰/۷۵	اگر x, y و z سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$	۳
۱	اگر $a \mid m+3$ و $a \mid m+7$ در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد؟	۴
۱/۵	باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می باشد، باقی مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه حل)	۵
۱/۲۵	در معادله سیاله $15x + 19y = 7$ ، بزرگترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می باشد؟ (با راه حل)	۶
۱	به گراف ۸ رأسی ۳-منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل)	۷
۰/۷۵	گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید. ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. ج) درجه رأس c در گراف $\overline{G}$ (مکمل گراف G) را مشخص کنید.	۸
		
« بقیه سوالات در صفحه دوم »		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		
	نمره		

۹	گراف زیر را در نظر بگیرید. الف) یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ج) با اضافه کردن چه یالی به گراف، عدد احاطه گری گراف ۲ خواهد شد؟	۱/۵
۱۰	الف) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد. ب) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۳ داشته باشد.	۱
۱۱	الف) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید. ب) این گراف چند γ -مجموعه دارد؟	۱/۷۵
۱۲	اگر داشته باشیم $A = \{7, 8, 9\}$ و $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ در این صورت چند کد با شش کاراکتر متمایز می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟	۱/۵
۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟	۲
۱۴	قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یکبار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسأله برنامه ریزی کنید.	۱/۵
۱۵	چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می توان نوشت به طوری که هر رمز، حداقل یک رقم ۳ و یک رقم ۲ را شامل باشد؟ (نیاز به محاسبه پاسخی نهایی نمی باشد)	۲
۱۶	(این سوال حذف و بارم آن طبق اصلاحیه راهنمای تصحیح در سوالات ۱۲-۱۳-۱۵ توزیع شده است)	
	"موفق باشید"	جمع نمره
	۲۰	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۵) ب) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۷) ج) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۴۰) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۵۳)	۱
۲	الف) $p-1$ (۰/۵) (صفحه ۵۳) ب) ۴ (۰/۵) (صفحه ۶۳) ج) $\frac{5!}{2!} = 60$ (۰/۵) (صفحه ۷۸)	۱/۵
۳	(صفحه ۸) (۰/۲۵) همواره بدیهی است $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + z^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 + z^2 + 1 \geq 0$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۴	(صفحه ۱۱) $\begin{cases} a \mid 2m+3 \\ a \mid m+7 \end{cases} \xrightarrow[\text{(۰/۲۵)}]{\times 2} \begin{cases} a \mid 2m+3 \\ a \mid 2m+14 \end{cases} \xrightarrow[\text{(۰/۲۵)}]{a \mid 11} a \mid 11 \rightarrow \underbrace{a=1, a=11}_{\text{(۰/۵)}}$	۱
۵	(صفحه ۱۶) $\begin{cases} a = 5q_1 + 4 \quad (\text{۰/۲۵}) \xrightarrow{\times 4} 4a = 20q_1 + 16 \quad (\text{۰/۲۵}) \\ a = 4q_2 + 3 \quad (\text{۰/۲۵}) \xrightarrow{\times 5} 5a = 20q_2 + 15 \quad (\text{۰/۲۵}) \end{cases}$ $\xrightarrow{-} a = 20q' - 1 \quad (\text{۰/۲۵}) \rightarrow a = 20q'' + 19 \quad (\text{۰/۲۵})$	۱/۵
۶	$15x \equiv 7 \pmod{19} \xrightarrow{19} 15x \equiv 45 \pmod{19} \xrightarrow{(15,19)=1} x \equiv 3 \pmod{19}$ $\rightarrow x = 19k + 3 \quad (\text{۰/۲۵}) \xrightarrow{k=5} x = 98 \quad (\text{۰/۲۵})$ (صفحه ۲۸)	۱/۲۵
۷	(صفحه ۴۰) $\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \quad (\text{۰/۲۵}) \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \quad (\text{۰/۲۵}) \end{cases} \rightarrow 28 - 12 = 16 \quad (\text{۰/۵})$	۱
۸	الف) $\{f\}$ (۰/۲۵) ب) $abdefa$ یا $abcdea$ (۰/۲۵) ج) ۴ (۰/۲۵) (صفحه ۴۱)	۰/۷۵
۹	الف) $\{c, e, h, f\}$ (۰/۵) ب) $\{c, g, i, e\}$ (۰/۵) ج) fh (۰/۵) (صفحه ۴۷) در قسمت الف و ب و ج به جواب های درست دیگر نمره تعلق بگیرد.	۱/۵
۱۰	الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) در قسمت الف و ب برای شکل های درست دیگر نمره تعلق بگیرد. (صفحه ۵۳)	۱

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																																																
۱۱	الف) می‌دانیم $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left\lfloor \frac{8}{5+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ در نتیجه $2 \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) از طرفی مجموعه ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است) یک مجموعه احاطه گر برای گراف (G) می باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۵) بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰) ب) ۳ (۰/۵)	۱/۷۵																																																
۱۲	به هر قسمت درست نیم نمره داده شود (صفحه ۷۱) (۱/۵) $\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 2 \end{smallmatrix} \right) \times \left(\begin{smallmatrix} 6 \\ 4 \end{smallmatrix} \right) \times 6!$	۱/۵																																																
۱۳	(صفحه ۷۱) $\begin{cases} x_f = 0 \xrightarrow{(-/25)} x_1 + x_r + x_r = 10 \xrightarrow{(-/25)} \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (0/25) \\ x_f = 1 \xrightarrow{(-/25)} x_1 + x_r + x_r = 8 \xrightarrow{(-/25)} \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix} = 66 + 45 = 111 \quad (0/5)$	۲																																																
۱۴	(صفحه ۷۲) <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> $\Rightarrow$ <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> </table> $\Rightarrow$ <table style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲۲</td><td>۳۱</td><td>۱۳</td></tr> </table> (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵) به مربع های لاتین متعامد صحیح دیگر نمره تعلق بگیرد.		a	b	c	شنبه	۱	۲	۳	یکشنبه	۳	۱	۲	دوشنبه	۲	۳	۱		a	b	c	شنبه	۱	۲	۲	یکشنبه	۳	۲	۱	دوشنبه	۲	۱	۳		a	b	c	شنبه	۱۱	۲۲	۳۲	یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱	دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳	۱/۵
	a	b	c																																															
شنبه	۱	۲	۳																																															
یکشنبه	۳	۱	۲																																															
دوشنبه	۲	۳	۱																																															
	a	b	c																																															
شنبه	۱	۲	۲																																															
یکشنبه	۳	۲	۱																																															
دوشنبه	۲	۱	۳																																															
	a	b	c																																															
شنبه	۱۱	۲۲	۳۲																																															
یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱																																															
دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳																																															
۱۵	(صفحه ۷۵) $S = 5^4$ (۰/۲۵) تعداد کل رمزها $A = 4^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۳ $B = 4^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۲ $A \cap B = 3^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۲ و ۳ $\bar{A} \cap \bar{B} = S - A \cup B$ (۰/۵) $S - A \cup B = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4)$ (۰/۵)	۲																																																
۱۶	اصلاحیه: سوال ۱۶ حذف شده است.																																																	
۲۰	جمع نمره																																																	