

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است. ب) هیچ عدد صحیحی مانند x و y وجود ندارند که رابطه $x^2 + y^2 = (x + y)^2$ برقرار باشد.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. الف) a و b اعدادی صحیح و a مخالف صفر است. اگر $a b$ آن گاه عدد شمارنده عدد است. ب) m عددی صحیح است. حاصل $(2m, 6m^3)$ برابر با است.	۰/۷۵
۳	به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن ها است.	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اگر $p \geq 5$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می شود.	۰/۷۵
۵	باقی مانده تقسیم عدد $11 + 9 \times (1000)^{25}$ را بر ۷ بیابید.	۰/۷۵
۶	معادله $x \equiv 1 \pmod{7}$ را حل کنید.	۱
۷	گراف G که به صورت مقابل است را در نظر بگیرید. الف) $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید. ب) بزرگ ترین درجه در گراف $\bar{G}$ مربوط به کدام رأس و چند است؟ پ) دوری به طول ۵ برای رأس a بنویسید. ت) آیا گراف G همبند است؟	۲
۸	تفاوت بین مجموعه احاطه گر مینیمال و مینیمم چیست؟ توضیح دهید.	۱
۹	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۰	عدد احاطه گری گراف شکل زیر را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	الف) یک گراف ۶ رأسی که γ - مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که γ - مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید.	۱/۵
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. می خواهیم با حروف «ب» و «ج» و ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۸، رمزی شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است: الف) تعداد رمزهایی که هر یک از آن ها با یک حرف آغاز و حرف دیگر خاتمه یابد. ب) تعداد رمزهایی که در آن ها حروف کنار هم باشند.	۱

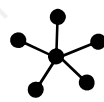
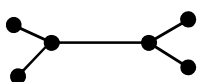
« بقیه سؤالات در صفحه دوم »

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل ۱۲ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم : از گل نوع اول حداقل یک شاخه، از گل نوع چهارم بیش از ۳ شاخه و از گل نوع ششم فقط یک شاخه انتخاب کنیم.	۲
۱۴	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم مربع A را جابه جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جابه جا کنید و مربع حاصل را B نام گذاری کنید. متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.	۱/۵
	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	
۱۵	در یک کلاس ۳۴ نفری، ۱۵ نفر فوتبال، ۱۱ نفر والیبال و ۹ نفر بسکتبال بازی می کنند. اگر بدانیم ۳ نفر هم فوتبال، هم والیبال و هم بسکتبال بازی می کنند و ۵ نفر فوتبال و والیبال، ۶ نفر والیبال و بسکتبال و ۳ نفر فوتبال و بسکتبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر فقط در یک رشته بازی می کنند؟	۱/۷۵
۱۶	الف) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟ ب) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداکثر یک کلاه داده شود؟	۱
۱۷	۵۴ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟	۰/۷۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
راهنمای تصحیح		نمره		ردیف			
۱ (الف) درست (۰/۲۵) (سوال ۱۵ صفحه ۱۷)		۰/۵ (ب) نادرست (۰/۲۵) (سوال ۴ صفحه ۸)		۱			
۲ (الف) عدد a شمارنده عدد b است. (۰/۵) (مفهوم عاد کردن صفحه ۹)		۰/۷۵ (ب) $2m$ (۰/۲۵) (ب سوال ۱۶ صفحه ۱۷)		۲			
۳ (الف) $xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow 2xy \leq x^2 + y^2$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵)		۱/۲۵ گزاره همواره درست (۰/۲۵) (مشابه الف سوال ۱ صفحه ۸)		۳			
۴ (الف) $p = 4k$ (۱) ، $p = 4k + 1$ (۲) ، $p = 4k + 2 = 2(2k + 1)$ (۳) ، $p = 4k + 3$ (۴) (۰/۲۵)		۰/۷۵ در حالت (۱) و (۳) ، p عددی زوج است که با اول بودن آن تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین اعداد اول به فرم (۲) یا (۴) خواهند بود. (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)		۴			
۵ (الف) $1000 \equiv -1 \pmod{25} \Rightarrow \underbrace{(1000)^{25} \times 9 + 11}_{(۰/۲۵)} \equiv (-1)^{25} \times 9 + 11 \equiv 2 \pmod{25} \Rightarrow r = 2$ (۰/۲۵)		۰/۷۵ (مشابه مثال صفحه ۲۱)		۵			
۶ (الف) $7x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow 7x \equiv 4 \times 5 + 1 \pmod{5} \Rightarrow 7x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow x = 4k + 3$ (۰/۲۵)		۱ (ب) $7x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow 7x \equiv 4 \times 5 + 1 \pmod{5} \Rightarrow 7x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow x = 4k + 3$ (۰/۲۵)		۶			
۷ (الف) $N_G(c) = \{a, e, d\}$ (۰/۷۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)		۲ (ب) رأس f و 5 (۰/۵) (مکمل گراف صفحه ۳۷)		۷			
۸ (الف) $abecda$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)		۲ (ب) $abecda$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)		۸			
۹ (الف) $D = \{a, c, i, d\}$ (۱)		۱ (ب) $D = \{a, c, i, d\}$ (۱)		۹			
۱۰ (الف) $2 \leq \gamma(G) = \left\lfloor \frac{10}{4+1} \right\rfloor = 2$ (۰/۵) از طرفی مجموعه $D = \{e, j\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) . بنابراین $\gamma(G) = 2$ (ب سوال ۳ صفحه ۵۲)		۱/۵ (ب) $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) . بنابراین $\gamma(G) = 2$ (ب سوال ۳ صفحه ۵۲)		۱۰			
۱۱ (الف) 		۱/۵ (ب) 		۱۱			
۱۲ (الف) $6! \times 2!$ (۰/۵)		۱ (ب) $2! \times 7!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶)		۱۲			
۱۳ (الف) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ ، $x_1 \geq 1$ ، $x_2 > 3$ ، $x_6 = 1$ (۰/۵)		۲ (ب) $y_1 = x_1 - 1$ ، $y_1 \geq 0$ (۰/۲۵) ، $y_2 = x_2 - 4$ ، $y_2 \geq 0$ (۰/۲۵)		۱۳			
۱۴ (الف) $y_1 + 1 + x_2 + x_3 + y_2 + 4 + x_5 + 1 = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_2 + x_5 = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \mathcal{C} = \binom{10}{4}$ (۰/۵)		۲ (ب) $y_1 + 1 + x_2 + x_3 + y_2 + 4 + x_5 + 1 = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_2 + x_5 = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \mathcal{C} = \binom{10}{4}$ (۰/۵)		۱۴			
ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																												
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸																														
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																														
راهنمای تصحیح		نمره		ردیف																														
۱۴		<table><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr></table> (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $B =$ <table><tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr></table> (۰/۲۵) $\Rightarrow$ <table><tr><td>۲۱</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td></tr><tr><td>۱۲</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr></table> (۰/۵) متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵) (مشابه سوال ۱۳ صفحه ۷۲)						۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۱	۳	۲	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۲۱	۳۳	۱۲	۱۲	۲۱	۳۳	۳۳	۱۲	۲۱
۱	۲	۳																																
۲	۳	۱																																
۳	۱	۲																																
۱	۳	۲																																
۲	۱	۳																																
۳	۲	۱																																
۲۱	۳۳	۱۲																																
۱۲	۲۱	۳۳																																
۳۳	۱۲	۲۱																																
۱۵		$F =15, V =11, B =9, F \cap V =5, B \cap V =6, F \cap B =3$ $F \cap B \cap V =3$ $= F - F \cap V - F \cap B + F \cap B \cap V =15-5-3+3=10$ (۰/۵) فقط فوتبال بازی کنند. $= V - F \cap V - V \cap B + F \cap B \cap V =11-5-6+3=3$ (۰/۵) فقط والیبال بازی کنند. $= B - F \cap B - V \cap B + F \cap B \cap V =9-3-6+3=3$ (۰/۵) فقط بسکتبال بازی کنند. $\Rightarrow \text{ج} = 10+3+3=16$ (۰/۲۵) (ت سوال ۳ صفحه ۸۳)																																
۱۶		الف) $3^4 - (3 \times 2^4 - 3) = 36$ (۰/۵) (مثال صفحه ۷۷) ب) $\frac{8!}{4!} = 1680$ (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)																																
۱۷		$k+1=5 \Rightarrow k=4$ (۰/۲۵), $kn+1=54 \Rightarrow 4n=53$ (۰/۲۵), $n = \left\lceil \frac{53}{4} \right\rceil = 13$ (۰/۲۵) (سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۸۲)																																
جمع نمره		۲۰																																

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»