

# شورتکات جاده نهایی

## ریاضی دوازدهم

### فصل یک



Medical \_ Stus



Kolyze



MEDICAL STUS

خوبیا برمیگرده

اشتراک



# مدیکال پلاس

تمام آموزش‌های مدیکال، در یک اشتراک!

اشتراک MEDICAL PLUS فقط شامل محصولات آموزشی زیر است

## 73CORE

## 73 CORE



- آموزش پربازده کنگور
- به جای اتلاف وقت، برو سر اصل مطلب!
- جزوات هدفمند و به‌روز
- تدریس اسکرین رکورد
- تمرکز بر تیپ تست‌های پرتکرار

## جاده نهایی



- روزی فقط ۱ ساعت برای ۲۰ نهایی
- برنامه تا خود امتحانات
- جزوه کامل و به‌روز
- فیلم آموزشی متناسب با جزوه
- تمرین + نمونه سوال + آزمون

## جاده نهایی

کاملاً ویرایش شده برای ۲۰ نهایی

## صد فرهنگیان



- ۲۵ ساعت آموزش کامل اختصاصی فرهنگیان
- هوش + تعلیم و تربیت + دین و زندگی
- جزوه و تدریس کامل (حدود ۲۵ ساعت)
- جزوه کامل مصاحبه (۱۰۰ صفحه)
- دسترسی به گروه VIP آزمون

### مزایای اشتراک مدیکال پلاس



دسترسی کامل به سه محصول برتر آموزشی



آپدیت مداوم محتوا



دسترسی دائمی و نامحدود



پشتیبانی شروع کار (ویژه اشتراک ۳ ساله)



ضمانت عودت وجه تا ۱۴ روز



با یک اشتراک، سه محصول قدرتمند آموزشی را در اختیار شماست!



@medical\_stus



medicalstus.ir



خوبیا برمیگرده





# طرح‌های مشاوره

۳ سطح پشتیبانی، متناسب با نیاز تو



## MENTORING

برای دانش‌آموزان  
خودران و مستقل



تماس  
هفتگی



گزارش  
شبهانه



آزمونای مبحثی  
و کویزای شبهانه



بدون  
برنامه‌ریزی



اگه خودت برنامه می‌ریزی و فقط به همراه مطمئن  
لازم داری تا ادامه بدی و بهتر بشی، این طرح برای تونه!



## TASK PLAN

برای دانش‌آموزان  
نیازمند برنامه کامل



تماس  
هفتگی



گزارش  
شبهانه



آزمونای مبحثی  
و کویزای شبهانه



برنامه‌ریزی  
شخصی



اگه می‌خوای از صفر تا صد، با یه برنامه شخصی دقیق  
و منظم جلو بری و هیچ چیزی رو از دست ندی!



## TASK PLAN PRO

برای دانش‌آموزان  
با نیاز به پشتیبانی بالا



۲ تماس  
در هفته



۲ گزارش  
در روز



آزمونای مبحثی  
و کویزای شبهانه



برنامه‌ریزی  
شخصی



اگه می‌خوای پیشترین پیگیری و همراهی رو داشته باشی  
و با قدرت و تمرکز کامل به هدفت برسی!



امکان تغییر مشاور  
تغییر مشاور در صورت  
نیاز، سریع و راحت



امکان خروج در صورت  
کم‌کاری مشاور  
اگه عملکرد مشاور رضایت‌بخش  
نیود، می‌تونی خارج بشی



سیستم آزمونی مداوم  
با سوالات به روز  
سوالات مداوم و به‌روز متناسب  
با سطح و برنامه‌ات



پشتیبانی واقعی  
در کنار تو هستیم  
تا به هدفت برسی



با هر طرح مشاوره، اشتراک **MEDICAL PLUS** با تخفیف ویژه در دسترسه!



۱ ضابطه تابع وارون  $f(x) = \sqrt{x-2} + 5$  را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۲ نمودار تابع  $f(x) = |1-x^2|$  را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۳ اگر  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  و  $g(x) = \sqrt{x-3}$ ، آنگاه:

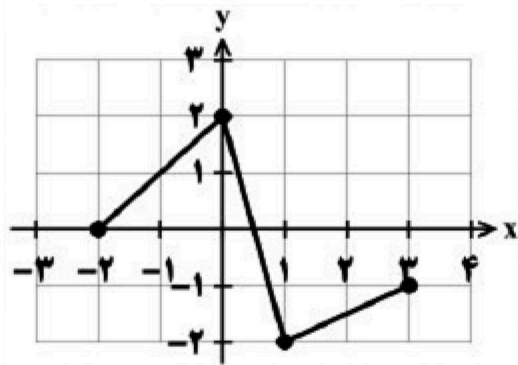
الف) ضابطه تابع fog را بنویسید. ب) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع  $y = \sin x$  یکنواست.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۵ نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع  $y = 2f\left(\frac{x}{2}\right)$  را رسم کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۶ فرض کنید تابع  $f$  در یک فاصله، اکیداً صعودی باشد و  $a$  و  $b$  متعلق به این فاصله باشند. اگر  $f(a) \leq f(b)$ ، نشان دهید  $a \leq b$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۷ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. نمودار تابع  $y = 2^{x-1}$  از انتقال ..... نمودار  $y = 2^x$  حاصل می‌شود. (افقی - عمودی)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۸ تابع  $f(x) = x^2 - 6x$ ، با دامنه  $(-\infty, 3]$  را در نظر بگیرید و ضابطه تابع وارون  $f$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۹ اگر  $f = \{(-2, 4), (0, -1)\}$  و  $g(x) = \sqrt{x + 5}$ ، تابع  $g \circ f$  را به صورت زوج مرتب بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۰ نقطه  $A(-3, 2)$  روی نمودار تابع  $y = f(x)$  قرار دارد. مختصات نقطه متناظر آن روی نمودار  $y = f(3x) + 1$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

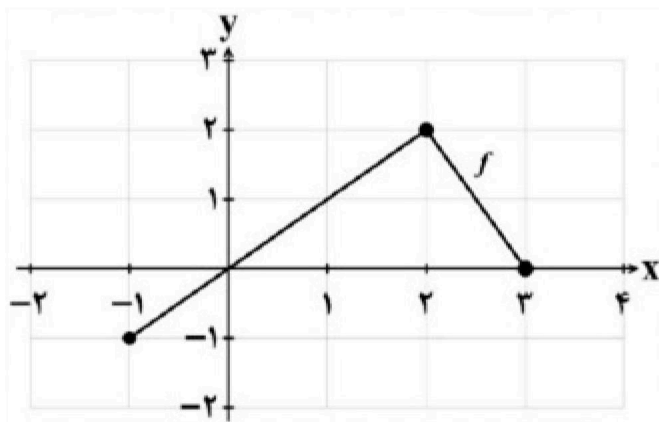
۱۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
تابع  $y = 7$  در دامنه‌اش هم صعودی و هم نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۲ اگر توابع  $f$  و  $g$  در یک فاصله اکیداً صعودی باشند، نشان دهید که تابع  $f + g$  نیز در این فاصله اکیداً صعودی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۳ در شکل زیر، نمودار تابع  $y = f(x)$  رسم شده است. نمودار تابع  $g(x) = -2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$  را رسم کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
نمودار تابع  $y = 3f(x)$  با انبساط نمودار  $y = f(x)$  در امتداد محور  $y$ ‌ها به دست می‌آید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

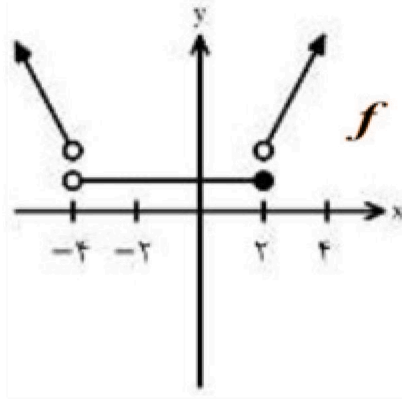
۱۵ اگر  $f(x) = \sqrt{x - 2}$  باشد، آنگاه:  
الف) دامنه تابع  $f^{-1}$  را به دست آورید.  
ب) مقدار  $f^{-1}(5)$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۶ اگر  $f(x) = 3\sqrt{x} + 2$  و  $f(g(x)) = 3x^2 - 4$ ، آنگاه ضابطه تابع  $g(x)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۷ با توجه به نمودار تابع  $f$ ، در جدول زیر برای هر یک از قسمت‌های ستون A قسمت صحیح از ستون B را انتخاب کنید. (یکی از قسمت‌های ستون B اضافه است.)

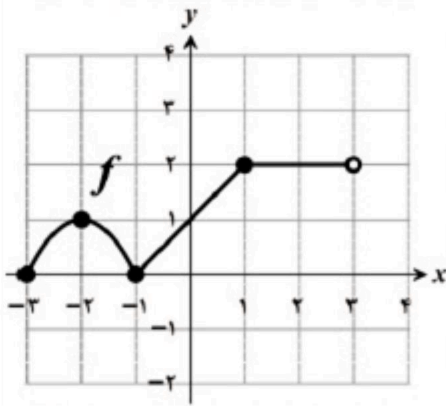


B	A
$(-\infty, -4)$ (۱)	الف) تابع در این بازه اکیداً صعودی است.
$(2, +\infty)$ (۲)	ب) تابع در این بازه اکیداً نزولی است.
$(-1, +\infty)$ (۳)	پ) تابع در این بازه ثابت است.
$(-4, 2]$ (۴)	

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۸ نمودار تابع  $f$  در شکل مقابل رسم شده است. اگر تابع  $g(x) = 3f\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$  باشد، آنگاه:

الف) دامنه و برد تابع  $g$  را به صورت بازه بنویسید.  
 ب) اگر  $A = (-2, 1)$  یک نقطه از نمودار تابع  $f$  باشد، آنگاه نقطه متناظر  $A$ ، روی نمودار تابع  $g$  را بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۹ اگر  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-2}$  باشد، حدود  $x$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

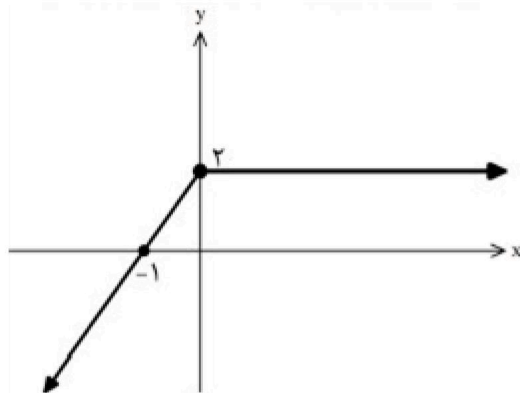
- تابع  $f(x) = (1-x)^3$ ، تابعی اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۱ نمودار تابع  $f(x) = -(x-2)^3 + 1$  را به کمک نمودار تابع  $y = x^3$  رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع  $f$  را بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۲ نمودار تابع  $f(x)$  در شکل زیر رسم شده است.



الف) نمودار تابع  $g(x) = -3f\left(\frac{1}{2}x\right)$  را رسم کنید.  
ب) مقدار  $g(5)$  را به دست آورید.

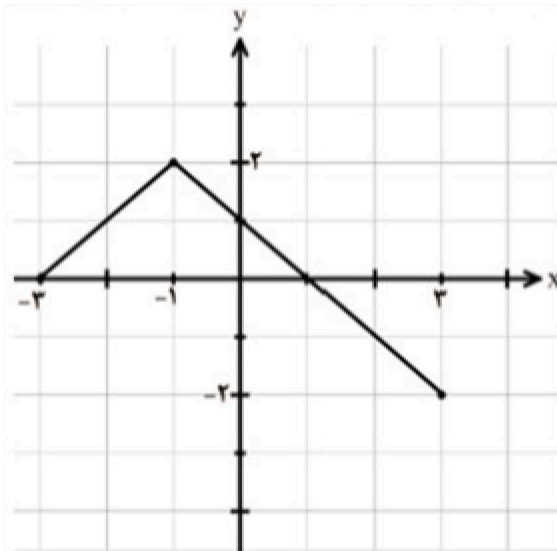
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۳ تابع‌های  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$  و  $g(x) = \sqrt{x-2}$  را در نظر بگیرید.

الف) دامنه تابع  $(f \circ g)(x)$  را با استفاده از تعریف به دست آورید.  
ب) مقدار  $(g \circ f^{-1})(2)$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۴ نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است. نمودار تابع  $y = -f(3x) + 1$  را رسم کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۵ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- اگر تابعی یک به یک باشد، آنگاه اکیداً یکنوا است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۶ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- دامنه تابع‌های  $y = -2f(x) + 4$  و  $y = \frac{1}{5}f(x)$  با یکدیگر برابر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۷ فرض کنید  $f(x) = 1 + \sqrt{x-2}$  و  $g(x) = x^2 - 1$  باشند. در این صورت  $(g \circ f)^{-1}(7)$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۸ اگر  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  و  $g(x) = \sqrt{x+1}$  باشند، آنگاه  $D_{fog}$  را با استفاده از تعریف به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۹ نمودار تابع  $y = -x^3 + 2$  را رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- تابع  $y = f(x)$  با دامنه  $R$  مفروض است. برد تابع‌های  $y = f(3x)$  و  $y = f(5x)$  یکسان است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

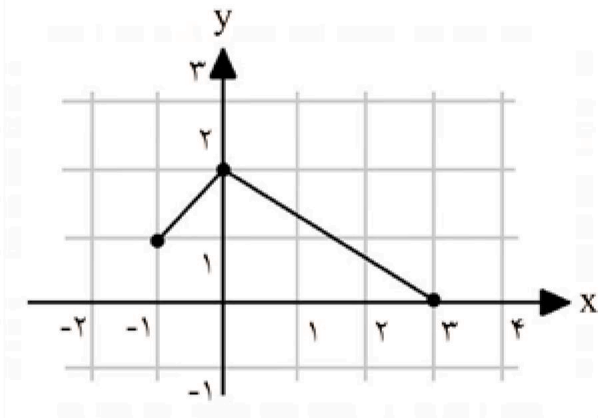
۳۱ نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & x < 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$  را رسم کنید. بزرگ‌ترین بازه‌ای که این تابع در آن اکیداً صعودی است را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۲ اگر دامنه تابع  $g$  بازه  $[-2, 4]$  باشد، آنگاه دامنه تابع  $k(x) = 3g(-2x)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۳ اگر نمودار تابع  $f$  به صورت زیر باشد، نمودار تابع  $y = f(2x + 1)$  را به کمک آن رسم کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

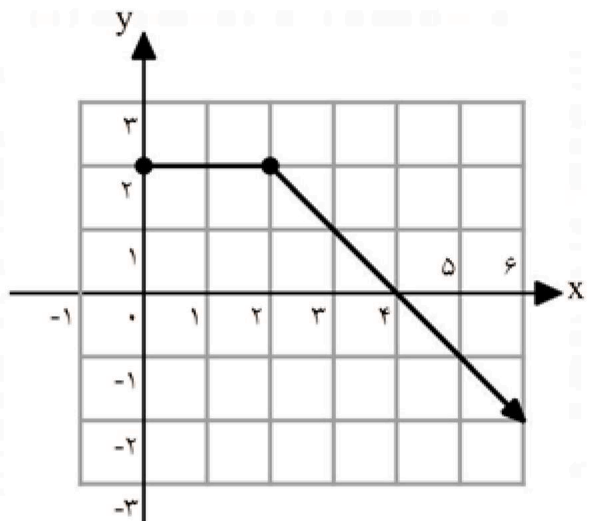
۳۴ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.  
- اگر نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را در راستای محور  $x$  ها، دو واحد به سمت چپ انتقال دهیم و آن را  $g(x)$  بنامیم، آنگاه نمودار تابع  $g^{-1}(x)$  از ناحیه ..... محورهای مختصات نمی‌گذرد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۵ تابع  $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$  را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه تابع وارون آن را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۶ در شکل روبه‌رو نمودار تابع  $f$  رسم شده است.  
الف) نمودار تابع  $g$  با ضابطه  $g(x) = f(2x)$  را رسم کنید.  
ب) مقدار  $g \circ f(0)$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۷ جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.  
تابع  $g(x) = x^2 - 4x + 5$  در بازه  $(-\infty, a]$  اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار  $a$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

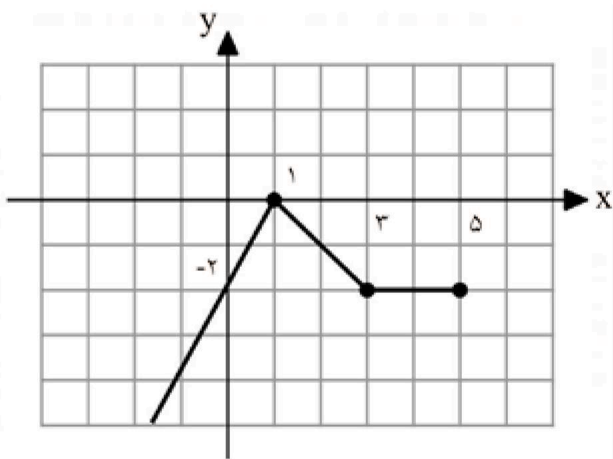
۳۸ به کمک انتقال نمودار تابع  $y = x^3$  نمودار تابع  $y = (x - 2)^3 + 1$  را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۹ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- در تابع  $f(x) = 4 + \sqrt{x - 1}$  دامنه تابع  $(f^{-1} \text{ of } f)(x)$  برابر  $[1, +\infty)$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۴۰ نمودار تابع  $f(x)$  در مقابل رسم شده است. نمودار تابع  $y = -f(2x - 1)$  را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۴۱ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.  
تابع  $f(x) = (x - 2)^3 + 1$  را در نظر بگیرید. نمودار  $f^{-1}$  از ناحیه ..... محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.

۴۲

- اگر توابع  $f$  و  $g$  در یک فاصله اکیداً نزولی باشند، تابع  $f + g$  نیز در آن فاصله اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

$$f(x) = -x^2 - 2; x \geq 0$$

ضابطه و دامنه تابع وارون تابع مقابل را به دست آورید.

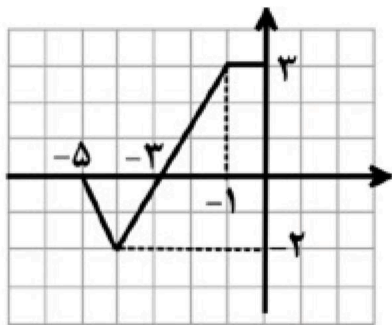
۴۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است.

۴۴

دامنه و برد تابع  $g(x) = 2f(-x)$  را بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

جای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

۴۵

اگر  $f(x) = \frac{|x|}{1+|x|}$ ، مقدار  $f \circ f(1)$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

۴۶

- نمودار تابع  $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$  از انقباض افقی نمودار تابع  $y = f(x)$  به دست می‌آید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

ابتدا نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 & x \geq 1 \\ -2 & 0 \leq x < 1 \\ |x+1| & x < 0 \end{cases}$  را رسم کنید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای

۴۷

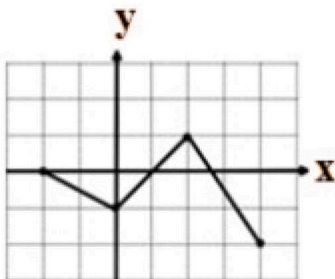
اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

نمودار تابع  $f(x)$  به صورت مقابل است. نمودار تابع  $g(x) = -3f\left(\frac{x}{2}\right) + 2$  را رسم کرده و سپس برد تابع  $g(x)$

۴۸

را تعیین کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۹ اگر دامنه تابع  $f(x) = x^2 + 4x + 3$  برابر  $[-2, +\infty)$  باشد، ضابطه و دامنه تابع وارون را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۰ اگر  $f(g(x)) = 4x^2 + 1$  و  $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ ، آن‌گاه ضابطه تابع  $g(x)$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۱ نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم، ضابطه تابع جدید را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

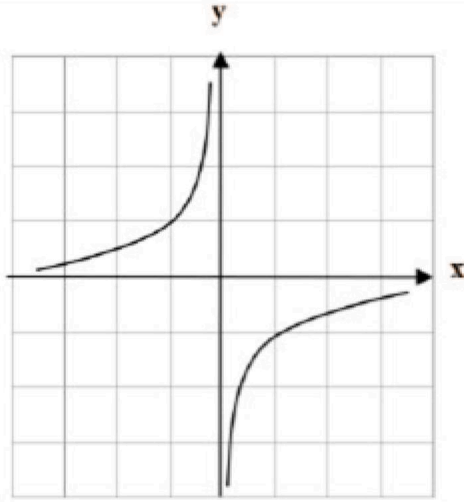
۵۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- تابع  $y = \sqrt{3x^2} - \pi x + 1$  یک تابع چندجمله‌ای است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- تابع  $y = \frac{1}{x}$  در دامنه‌اش یکنواست.

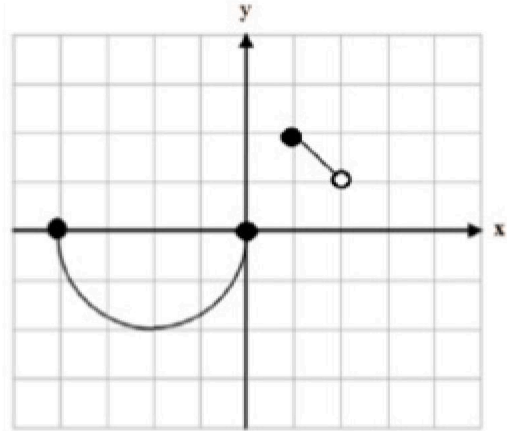
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۴ با توجه به نمودار تابع مقابل، تعیین کنید:  
الف) تابع  $f$  در چه بازه‌هایی اکیداً یکنوا است.  
ب) آیا تابع در کل دامنه خود اکیداً یکنوا است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۵ نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل زیر رسم شده است.



نمودار تابع  $y = f(1-x) + 1$  را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۶ جای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

اگر برد تابع  $y = \sqrt{x}$  بازه  $[0, 2]$  باشد، برد تابع  $y = 2 + \sqrt{x-2}$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۷ اگر  $f(x) = \sqrt{x+1}$  و  $g(x) = x-1$ ، آنگاه:

الف) دامنه تابع  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف به دست آورید.  
ب) ضابطه تابع  $f \circ g$  را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۵۸ در جای خالی عبارت مناسب را قرار دهید.

نقطه  $(-2, 4)$  روی نمودار تابع  $y = f(x)$  می‌باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع  $y = f(2x)$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۵۹ در جای خالی عبارت مناسب را قرار دهید.

اگر  $f(x) = 3 + \sqrt{2x-1}$  باشد، مقدار  $(f \circ f^{-1})(5)$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۶۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- بی‌شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۶۱ اگر  $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \frac{1}{125}$  باشد، حدود  $x$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۶۲ نمودار تابع  $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$  را به کمک انتقال نمودار  $f(x) = x^3$  رسم کنید، سپس اکیداً یکنوایی تابع

$g(x)$  را در تمام دامنه خود، بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۶۳ اگر دامنه تابع  $y = f(x)$  برابر  $[-1, 3]$  و برد آن  $(0, 2]$  باشد، دامنه و برد تابع  $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

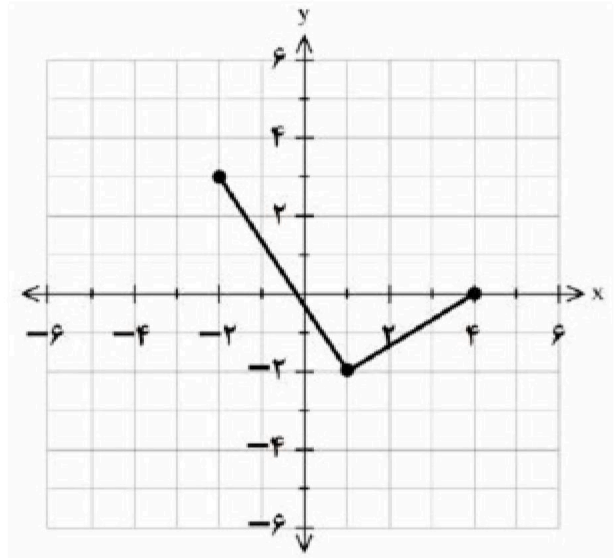
۶۴ اگر  $f(x) = 7 - 4x^2$  و  $g(x) = \sqrt{x+3}$  باشد:  
 الف) دامنه تابع  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف به دست آورید.  
 ب) مقدار  $(g \circ f)(1)$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۶۵ اگر  $f = \{(0, -1), (5, 9), (3, 7), (-2, 4)\}$  و  $g = \{(1, 2), (3, -1), (9, 0), (-1, 4), (7, 7)\}$  تابع  $g \circ f$  را در صورت وجود بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۶۶ نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است:



الف) نمودار تابع  $g(x) = 2f(x-1)$  را رسم کنید.  
 ب) دامنه تابع  $g$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۶۷ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.  
 - ضابطه تابع وارون  $y = x^3$ ، برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۶۸ اگر  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{27}\right)$  باشد، حدود  $x$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۶۹ الف) نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را در بازه  $[0, 4]$  رسم کنید.  
 ب) به کمک نمودار  $f(x)$  نمودار تابع  $g(x) = 2f(x-1)$  را رسم کنید. سپس دامنه و برد  $g$  را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۷۰ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.  
 - اگر تابعی در یک فاصله هم صعودی و هم نزولی باشد، تابع در آن فاصله ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۷۱ اگر ورودی ماشین مقابل ۳ باشد، مقدار خروجی آن چقدر است؟

$$\text{خروجی} \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} \Rightarrow 2x - 2 \Rightarrow x \text{ ورودی}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۷۲) برد تابع  $f$  بازه‌ی  $[-3, 1]$  است. برد تابع  $y = -2f(3x - 1) + 3$  کدام‌یک از موارد زیر است؟

- ۱)  $[-8, 0]$       ۲)  $[-12, 0]$       ۳)  $[1, 9]$       ۴)  $[-10, 2]$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۷۳) در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

- اگر  $f = \{(2, 3), (3, 5)\}$  باشد، حاصل  $f^{-1}(3)$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۷۴) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، مخروط نام دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۷۵) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- تابع  $f(x) = x^3$ ، تابعی اکیداً صعودی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۷۶) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

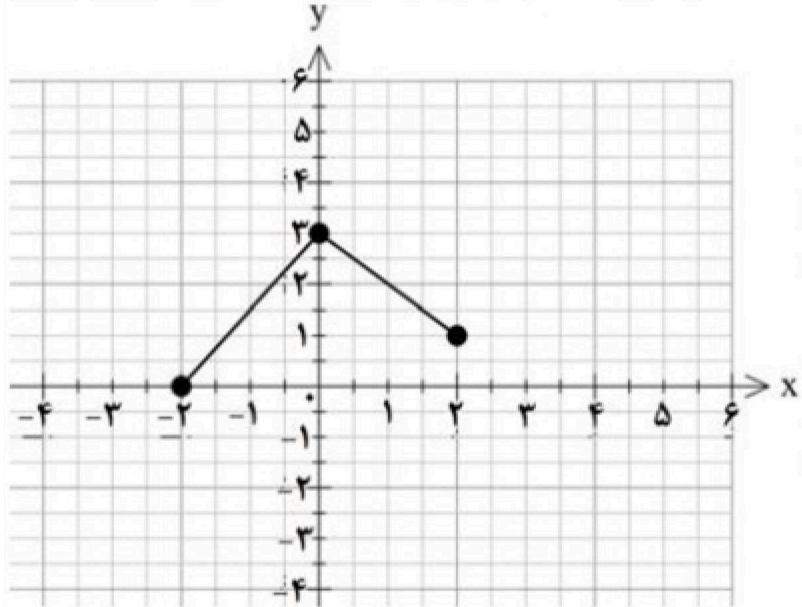
- تابع  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$  یک تابع درجه دوم است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۷۷) ابتدا نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 2x$  را رسم نمایید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۷۸) نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع  $g(x) = f(x - 1)$  را رسم کرده و دامنه تابع  $g$  را تعیین کنید.

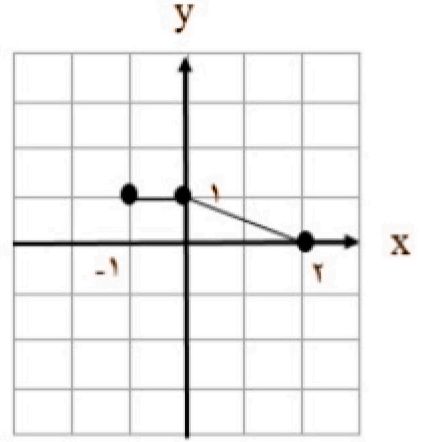


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۷۹) ابتدا نمودار تابع  $f(x) = |x - 1|$  را رسم کنید، سپس تعیین کنید که تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

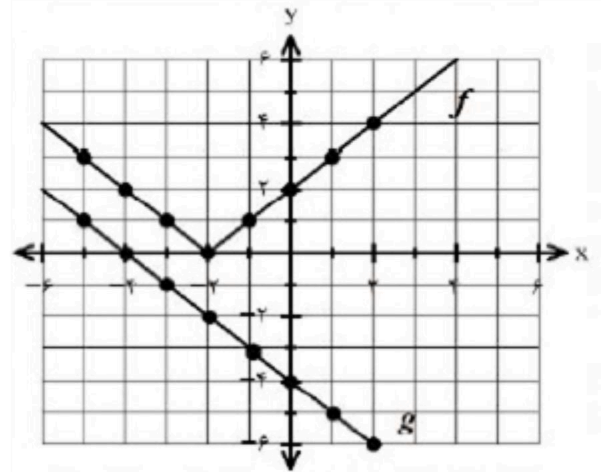
۸۰ نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر است.



نمودار تابع  $g(x) = f(x - 1) + 2$  را رسم کرده و دامنه تابع  $g(x)$  را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۸۱ نمودار تابع  $f(x - 2) - 3$  را رسم کنید.

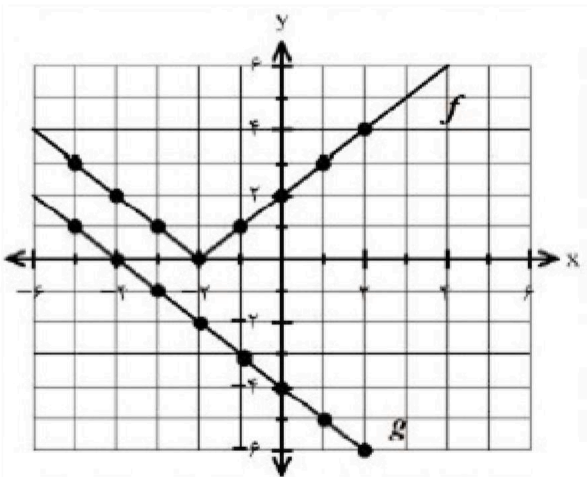


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۸۲ با توجه به نمودار تابع  $f$  و  $g$ ، مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید.

(۱)  $(g \circ f)(-1)$

(۲)  $(g^{-1} \circ f)(-2)$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۸۳ در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید.

- چند جمله‌ای  $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$  بر دو جمله‌ای ..... بخش پذیر است.  $((x + 1), (x - 1))$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید.

۸۴

- نمودار تابع  $f(x) = x^3$  در بازه  $(0, 1)$ ، ..... از نمودار تابع  $g(x) = x^2$  قرار دارد. (بالتر - پایین‌تر)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

۸۵

- دو تابع  $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$  و  $g(x) = -\frac{2x+7}{6}$  وارون یکدیگرند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

۸۶

- اگر  $f(7) = 5$  و  $g(4) = 7$ ، آن‌گاه  $(f \circ g)(4) = 5$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

۸۷

- تابع  $y = \sqrt{2x^3} - \frac{3}{4}x$  یک چندجمله‌ای از درجه ۳ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

۸۸

- تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x}$  در دامنه‌اش اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

۸۹

- دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = x^3$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  وارون یکدیگرند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

با توجه به جدول زیر، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.

۹۰

الف)  $(g \circ f)(1)$       ب)  $(f \circ (f + g))(0)$

x	-1	0	1	2
f(x)	0	-1	2	-5
g(x)	2	3	4	-2

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  را ابتدا دو واحد به سمت پایین سپس یک واحد به سمت چپ و در

۹۱

مرحله‌ی آخر نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم. ضابطه‌ی نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

۹۲

- دامنه توابع چندجمله‌ای برابر  $R$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

در  $\left(\frac{1}{3}\right)^{1-2x} \leq \left(\frac{1}{81}\right)$  حدود  $x$  را به دست آورید.

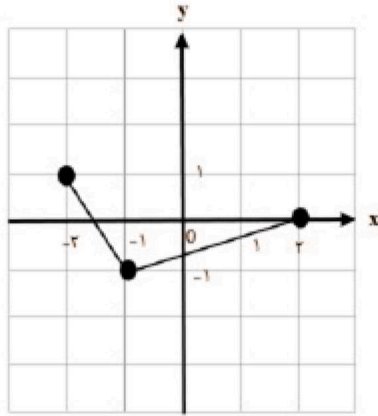
۹۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۴ با رسم نمودار  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & -2 \leq x < -1 \\ -x - 1 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & 1 \leq x \end{cases}$  تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی می‌باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۵ نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر است. نمودار  $g(x) = 2f(x + 1)$  را رسم کرده و دامنه و برد تابع  $g$  را تعیین کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۶ جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.  
- اگر  $k > 1$  باشد، نمودار  $y = f(kx)$  از ..... نمودار  $y = f(x)$  در راستای محور  $x$  ها به دست می‌آید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۷ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- تابع  $y = -\log_5 x + 1$  در دامنه خود، یک تابع اکیداً یک‌نوا است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۸ با رسم نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -3x & -1 < x < 0 \end{cases}$  تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی می‌باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۹۹ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.  
- به تابعی که در یک بازه صعودی یا نزولی باشد، ..... می‌گوییم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

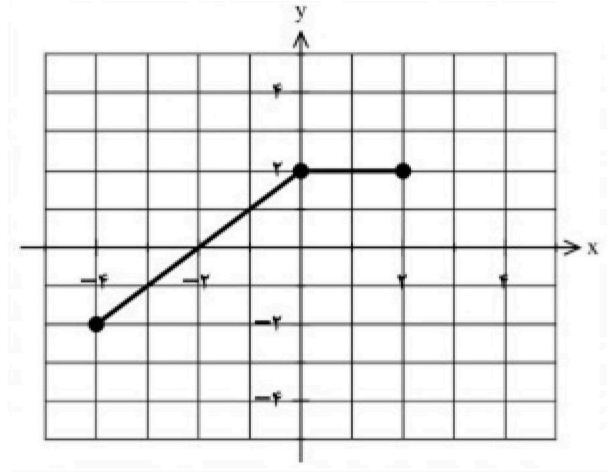
۱۰۰ نمودار تابع  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  را به کمک نمودار  $y = \cos x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۰۱ اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = 2x^2 - 1$  باشد:  
الف) دامنه‌ی تابع  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف به دست آورید.  
ب) مقدار  $(g \circ f)(2)$  را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۰۲ با توجه به نمودار تابع  $y = f(x)$ ، نمودار تابع  $y = f(-x) + 2$  را رسم کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

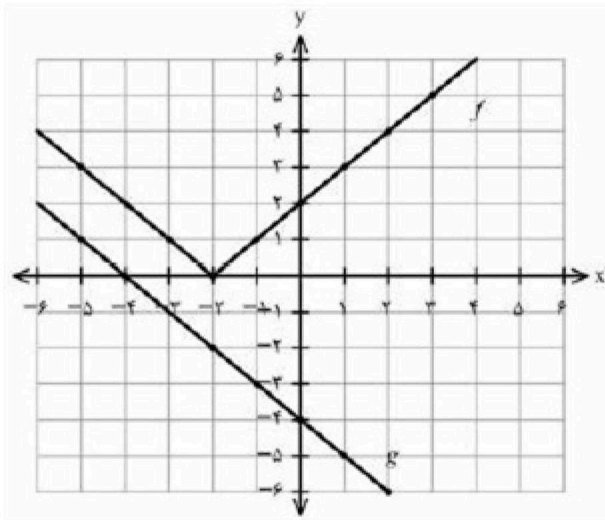
۱۰۳ در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.  
- بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع  $f(x) = x^2 - 3x$  در آن اکیداً نزولی است برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۰۴ ضابطه وارون تابع  $g(x) = -5 - \sqrt{3x + 1}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۰۵ با توجه به نمودارهای تابع  $f, g$  به سؤالات زیر پاسخ دهید.  
الف) مقدار  $f \circ g(-1)$  را محاسبه کنید.  
ب) اگر  $g(3t - 1) = 0$  آن‌گاه مقدار  $t$  را به دست آورید.  
پ) با محدود کردن دامنه  $f$ ، بازه‌ای را مشخص کنید که تابع  $f$  یک به یک شود.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۰۶ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
دامنه تابع با ضابطه  $y = kf(x)$  همان دامنه تابع  $y = f(x)$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

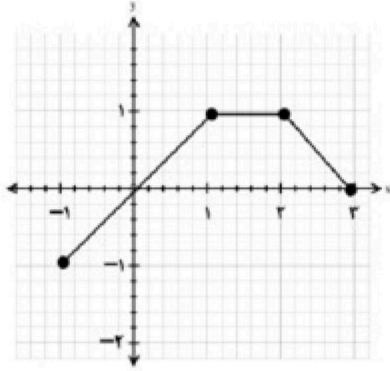
۱۰۷ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
تابع  $f(x)$  در بازه شامل  $a, b$  صعودی است. اگر  $f(a) \geq f(b)$  آن‌گاه  $a \leq b$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۰۸ با رسم نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & x \leq 1 \\ -1 & x > 1 \end{cases}$  تعیین کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی می‌باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۰۹ نمودار تابع  $f(x)$  به صورت زیر است. نمودار تابع  $g(x) = f(2x - 1)$  را رسم، دامنه و برد آن را تعیین کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

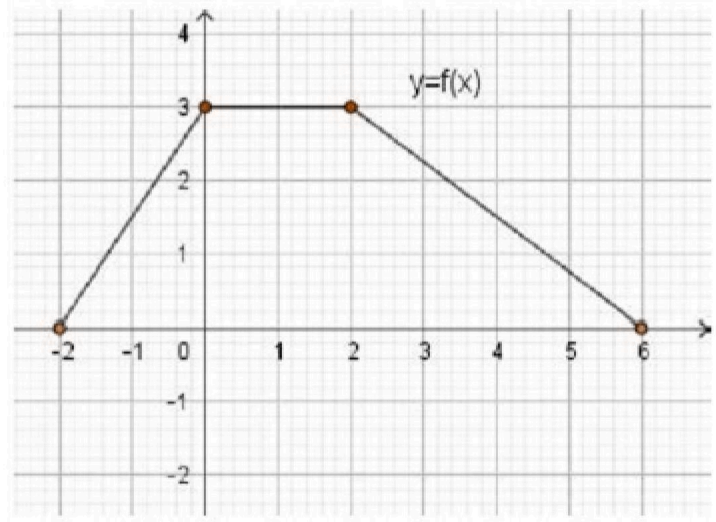
۱۱۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید. اگر تابع  $f$  در یک بازه نزولی اکید باشد، در این بازه نزولی نیز هست.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۱ ضابطه وارون تابع  $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۲ نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل زیر رسم شده است.



نمودار تابع  $y = \frac{1}{3}f(2x)$  را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۳ اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = x^2 - 24$  باشد: الف) دامنه‌ی تابع  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه‌ی تابع  $f \circ g$  را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۴ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.  
توابع اکیداً یک‌نوا، همواره ..... هستند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۵ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی  $y = kf(x)$  همان دامنه‌ی تابع  $y = f(x)$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۶ نمودار تابع مقابل را به کمک نمودار تابع  $y = \cos x$  رسم کنید.  
 $y = \cos 2x - 1$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۷ در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید.  
اگر بازه  $[-2, 1]$  دامنه تابع  $f(x)$  باشد، دامنه تابع  $f(3x + 1)$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید.  
چندجمله‌ای  $P(x) = (x - 2)^2(x + 1)^3$  یک چندجمله‌ای از درجه ۵ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

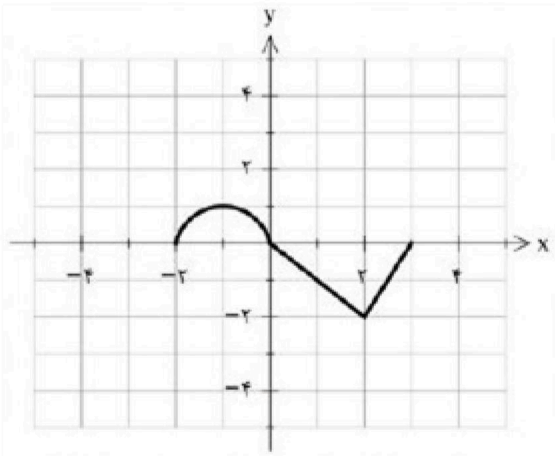
۱۱۹ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
اگر تابع  $f(x)$  در یک فاصله صعودی باشد، آن‌گاه اکیدا صعودی نیز خواهد بود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۲۰ اگر  $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$  و  $g(x) = x^2 + 2x - 1$  باشد،  
الف) دامنه‌ی تابع  $g \circ f$  را با استفاده از تعریف به دست آورید.  
ب) مقدار  $g \circ f(2) - \frac{f}{g}(0)$  تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۲۱ نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل مقابل رسم شده است.  
الف) نمودار تابع  $y = 3f\left(\frac{1}{2}x\right)$  را رسم کنید.  
ب) دامنه تابع  $y = 3f\left(\frac{1}{2}x\right)$  را تعیین کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

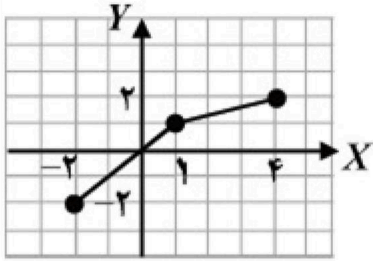
۱۲۲) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۲۳) نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 2$  را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه‌ای این تابع اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۲۴) با توجه به نمودار تابع  $f$  که در شکل مقابل آمده است، نمودار تابع  $g(x) = f(2x) - 1$  را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.



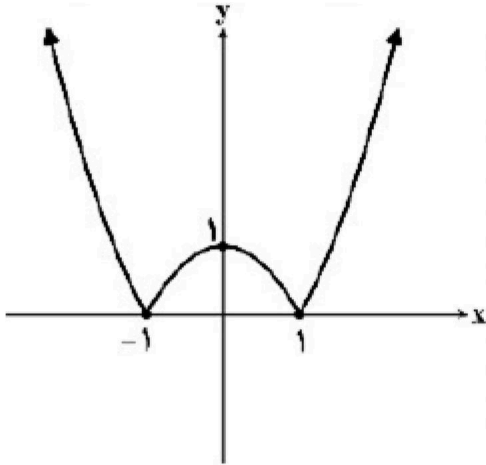
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱ روش اول:

$$y = \sqrt{x-2} + 5 \Rightarrow y - 5 = \sqrt{x-2} \Rightarrow (y-5)^2 = x-2 \Rightarrow (y-5)^2 + 2 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = (x-5)^2 + 2$$

روش دوم:

$$y = \sqrt{x-2} + 5 \Rightarrow x-5 = \sqrt{y-2} \Rightarrow (x-5)^2 = y-2 \Rightarrow y = (x-5)^2 + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x-5)^2 + 2$$



۲

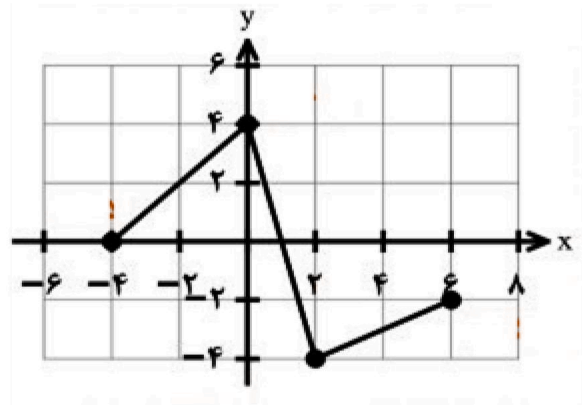
الف)  $(f \circ g)(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{x-3}}$

ب)  $D_f = \mathbb{R} - \{1\}, D_g = [3, +\infty)$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [3, +\infty) \mid g(x) \in \mathbb{R} - \{1\}\} = \{x \geq 3 \mid \sqrt{x-3} \neq 1\} = [3, +\infty) - \{4\}$$

۳

۴ نادرست



۵

$$a > b \Rightarrow f(a) > f(b)$$

برهان خلف: فرض می‌کنیم  $a > b$ . چون تابع  $f$  اکیداً صعودی است داریم:  $a \leq b$  پس، تناقض است.

۶

۷ افقی

$$y = (x - 3)^2 - 9 \Rightarrow \sqrt{y + 9} = -(x - 3)$$

$$x = 3 - \sqrt{y + 9} \Rightarrow f^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x + 9}$$

۸

$$\text{gof}(-2) = g(f(-2)) = g(4) = 3$$

$$\text{gof}(\cdot) = g(f(\cdot)) = g(-1) = 2$$

$$\text{gof} = \{(-2, 3), (\cdot, 2)\}$$

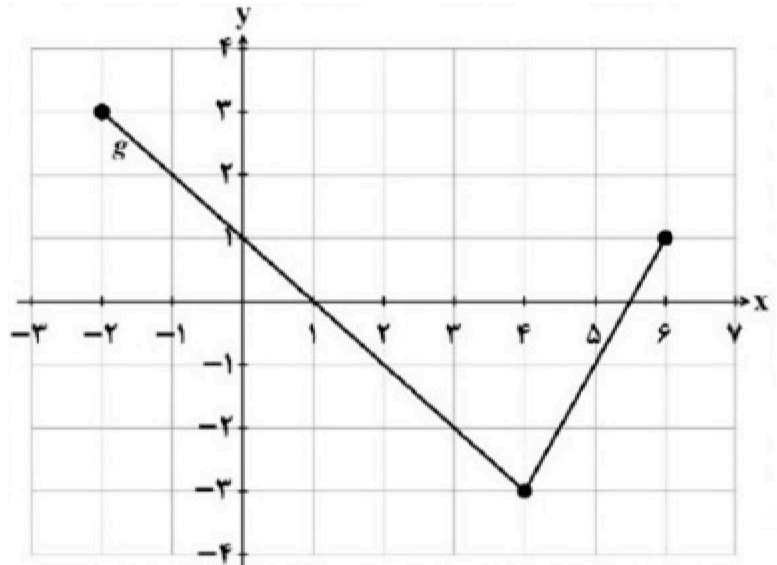
۹

$$(-1, 2)$$

۱۰

درست ۱۱

۱۲ فرض کنید  $a$  و  $b$  دو عدد دلخواه در این فاصله باشند که  $a < b$ . چون توابع  $f$  و  $g$  اکیداً صعودی هستند، نتیجه می‌شود که  $f(a) < f(b)$  و  $g(a) < g(b)$ . بنابراین،  $f(a) + g(a) < f(b) + g(b)$ . از این رو، نتیجه می‌شود که  $(f + g)(a) < (f + g)(b)$  پس،  $f + g$  روی این فاصله تابعی اکیداً صعودی است.



۱۳

درست ۱۴

$$D_{f^{-1} \circ f} = D_f = [2, +\infty)$$

۱۵ الف) روش اول:

روش دوم:

$$D_{f^{-1} \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_{f^{-1}}\} = \{x \in D_f \mid f(x) \in R_f\} = D_f = [2, +\infty)$$

$$f^{-1}(x) = x^2 + 2 \Rightarrow f^{-1}(5) = 27$$

ب) روش اول:

$$f^{-1}(5) = x \Rightarrow f(x) = 5 \Rightarrow \sqrt{x - 2} = 5 \Rightarrow x = 27$$

روش دوم:

$$f(g(x)) = 3\sqrt{g(x)} + 2$$

۱۶

$$3x^2 - 4 = 3\sqrt{g(x)} + 2 \Rightarrow \sqrt{g(x)} = x^2 - 2 \Rightarrow g(x) = (x^2 - 2)^2, |x| \geq 2$$

۱۷ الف) ۲

ب) ۱

پ) ۴

الف)  $D_g = [-6, 6)$

$R_g = [1, 7]$

ب)  $(-4, 4)$

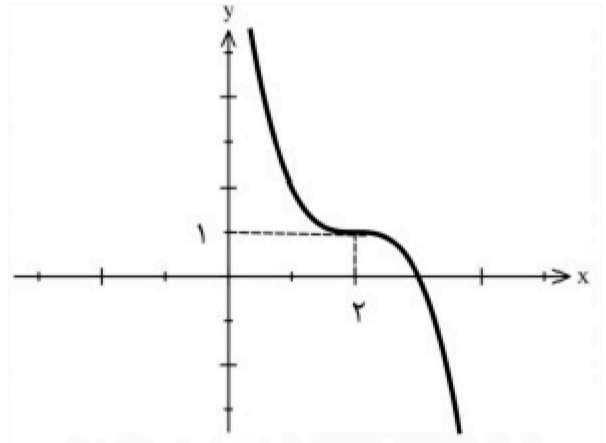
۱۸

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} \Rightarrow x + 1 \geq 2x - 3 \Rightarrow x \leq 4$$

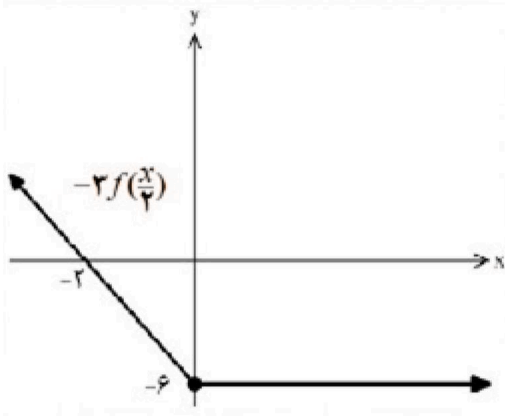
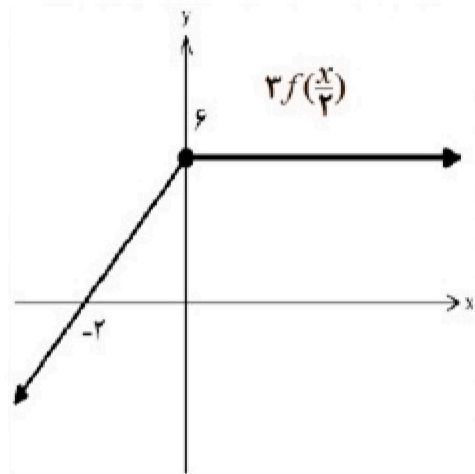
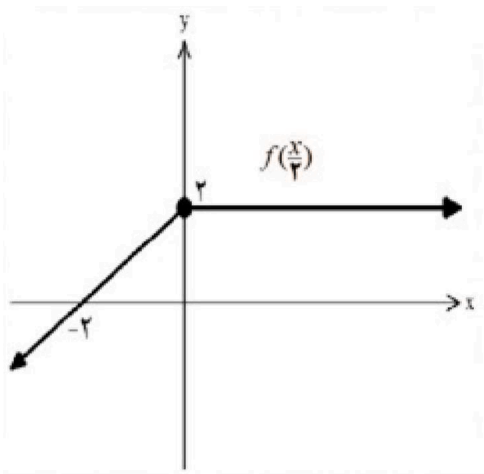
۱۹

۲۰ درست

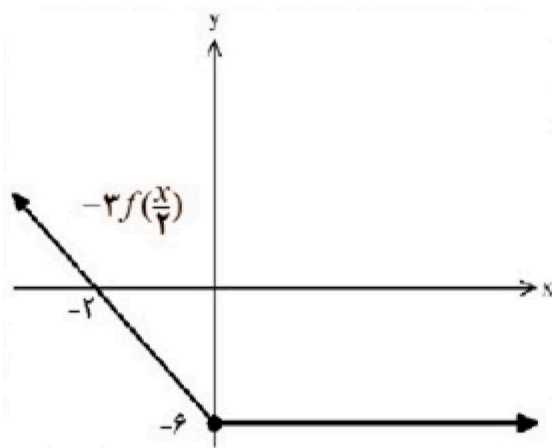
۲۱  $f(x)$  اکیداً نزولی (یا نزولی) است.



۲۲ روش اول:



روش دوم: انتقال نقاط



$$(-1, 0) \rightarrow (-2, 0)$$

$$(0, 2) \rightarrow (0, -6)$$

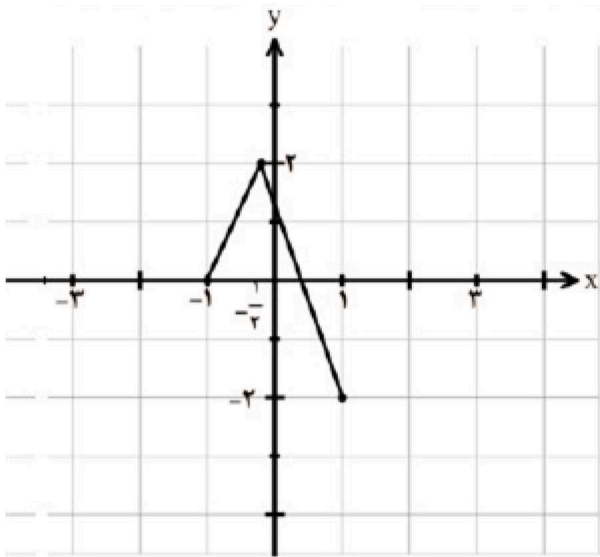
ب)  $g(5) = -6$

الف)  $D_g = [2, +\infty)$        $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

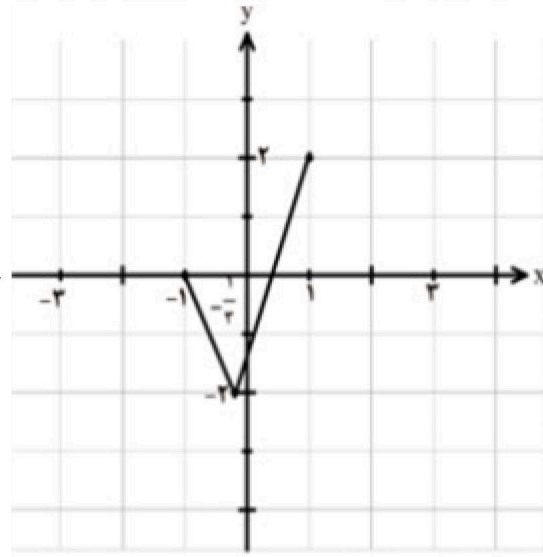
$$D_{f \circ g} = \{x \geq 2 \mid \sqrt{x-2} \neq 2\} = \{x \geq 2 \mid x \neq 6\} = [2, +\infty) - \{6\}$$

ب)  $g \circ f^{-1}(2) = g(5) = \sqrt{3}$

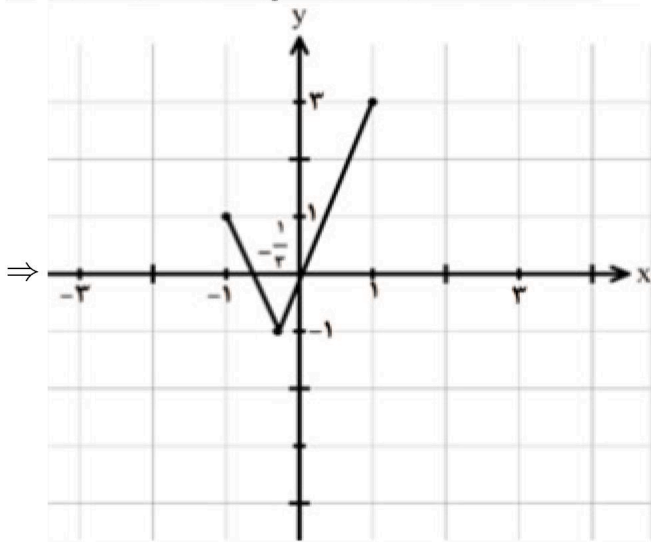
۲۳



⇒



۲۴



۲۵ نادرست

۲۶ درست

۲۷ روش اول:  $(\text{gof})^{-1}(v) = (f^{-1} \circ g^{-1})(v) = f^{-1}(2) = 3$

روش دوم:  $(\text{gof})(x) = v \Rightarrow ((1 + \sqrt{x-2})^2 - 1) = v \Rightarrow x = 3$

روش سوم:

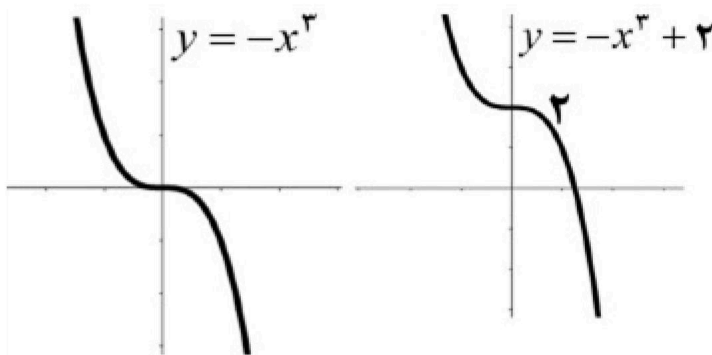
$$(\text{gof})(x) = (1 + \sqrt{x-2})^2 - 1 \Rightarrow (\text{gof})^{-1}(x) = (\sqrt{x+1} - 1)^2 + 2 \Rightarrow (\text{gof})^{-1}(v) = 3$$

$$D_{\text{fog}} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \{x \geq -1 | \sqrt{x+1} \in \mathbb{R} - \{1\}\}$$

۲۸

$$\sqrt{x+1} \neq 1 \Rightarrow x \neq 0$$

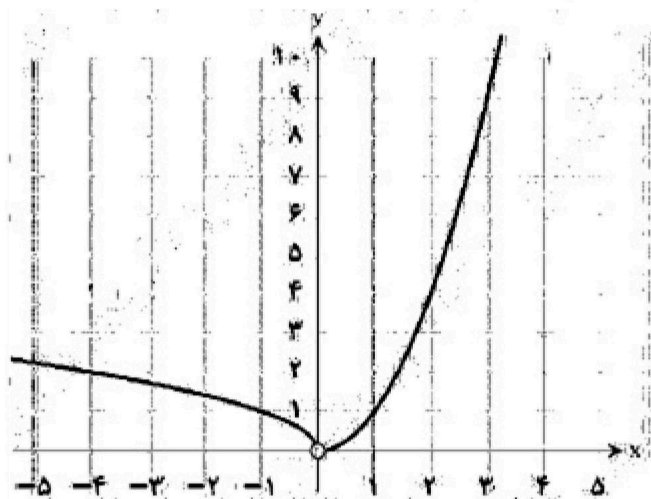
$$D_{\text{fog}} = [-1, 0) \cup (0, +\infty) \text{ یا } [-1, +\infty) - \{0\}$$



۲۹ تابع اکیداً نزولی است.

۳۰ درست

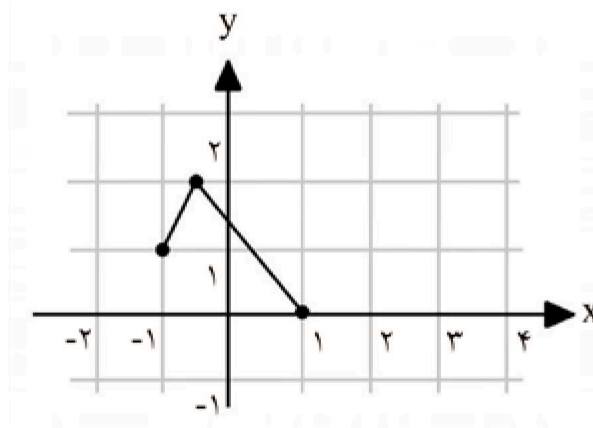
۳۱ در بازه  $(0, +\infty)$  اکیداً صعودی است.



$$D_k = [-2, 1]$$

۳۲

۳۳ ابتدا نقاط مشخص شده در نمودار  $f$  را در راستای محور طولها یک واحد به سمت چپ منتقل کرده، سپس طول آنها را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. یا (نقاط با استفاده از محاسبه به دست آورده شود).



۳۴ دوم

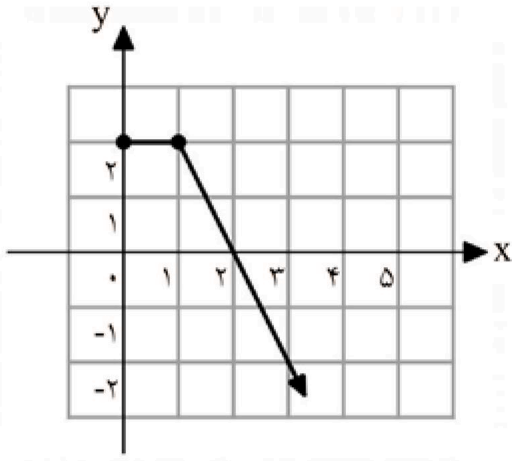
$$y = \sqrt{x+4} - 1 \Rightarrow y+1 = \sqrt{x+4} \Rightarrow (y+1)^2 = x+4 \Rightarrow (y+1)^2 - 4 = x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 4$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty)$$

۳۵

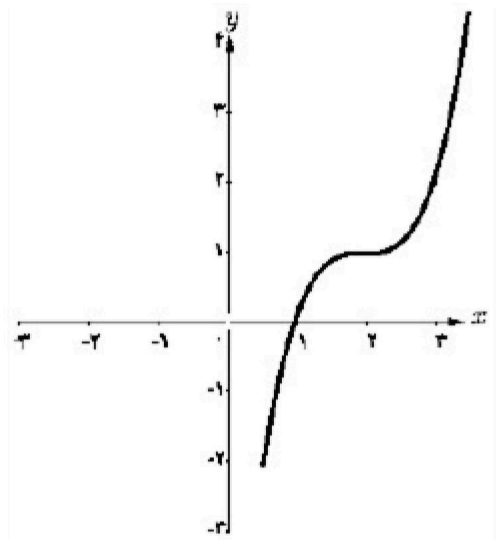
الف)



ب)  $g(f(0)) = g(2) = \cdot$

۳۶

۳۷

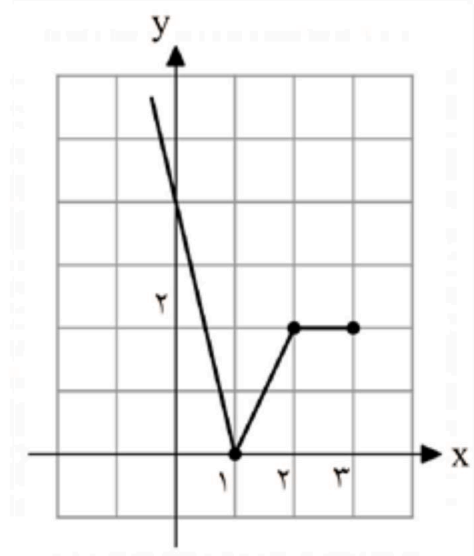


۳۸

۳۹ درست

۴۰ دامنه:  $(-\infty, 2]$

برد:  $[0, +\infty)$



چهارم ۴۱

درست ۴۲

$$y = -x^2 - 2 \xrightarrow{x \geq -1} x = \sqrt{-y-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{-x-2}$$

$$D_{f^{-1}} = (-\infty, -2]$$

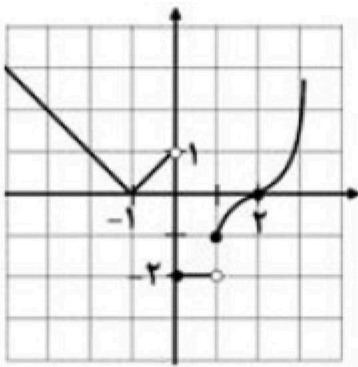
$$D_g = [0, 5], R_g = [-4, 6]$$

۴۳

۴۴

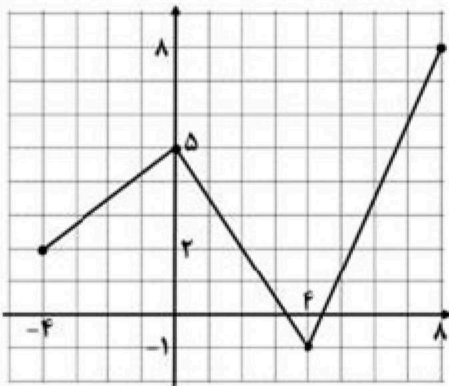
۴۵  
 $\frac{1}{3}$

نادرست ۴۶



اکیدا صعودی  $[1, +\infty)$  و  $[-1, 0)$   
اکیدا نزولی  $(-\infty, -1]$

۴۷



$$R = [-1, 8]$$

۴۸

$$f(x) = (x+2)^2 - 1 \Rightarrow y+1 = (x+2)^2 \xrightarrow{x \geq -2} \sqrt{y+1} = x+2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 2$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1}} = [-1, +\infty)$$

۴۹

$$f(g(x)) = \frac{g(x)}{2} - 1 \Rightarrow \frac{g(x)}{2} - 1 = 4x^2 + 1$$

$$g(x) = 8x^2 + 4$$

۵۰

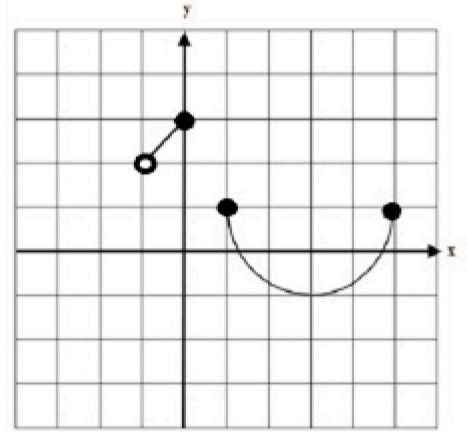
$$y = 2\sqrt{x-3}$$

۵۱

۵۲ درست

۵۳ نادرست

۵۴ الف)  $(-\infty, 0)$  اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) و  $(0, +\infty)$  اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) (ب) خیر، در کل دامنه اکیداً یکنوا نیست.



۵۵

۵۶  $[2, 4]$

الف)  $D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 \geq -1\} = [0, +\infty)$

۵۷

ب)  $f(g(x)) = \sqrt{x - 1 + 1} = \sqrt{x}$

۵۸  $(-1, 4)$

۵۹ ۵

۶۰ درست

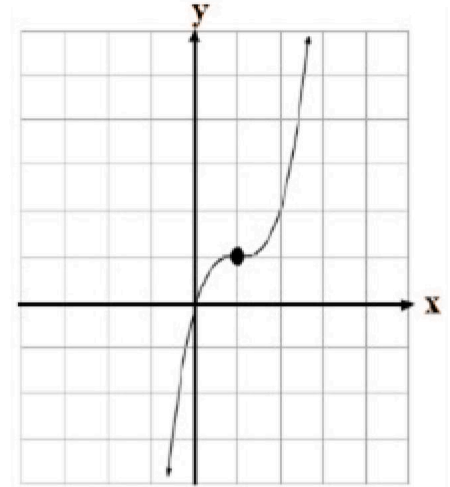
$$\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Rightarrow 2x+1 \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$$

۶۱

$$g(x) = x^2 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x - 1)^2 + 1$$

۶۲

اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)



$$D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} \Rightarrow -1 < \frac{x}{2} \leq 3 \Rightarrow D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} = (-2, 6]$$

۶۳

برد تغییر نمی‌کند.

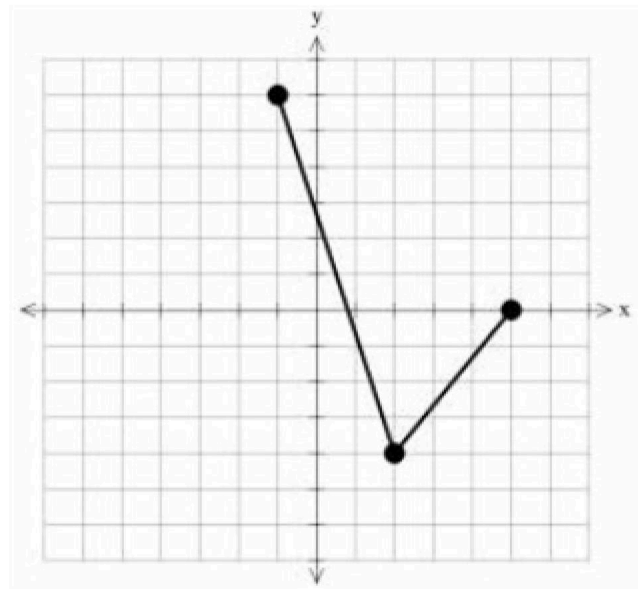
الف)  $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-3, +\infty) \mid \sqrt{x+3} \in \mathbb{R}\} = [-3, +\infty)$

۶۴

ب)  $(g \circ f)(1) = g(3) = \sqrt{6}$

$g \circ f = \{(0, 3), (3, 6), (5, 0)\}$

۶۵



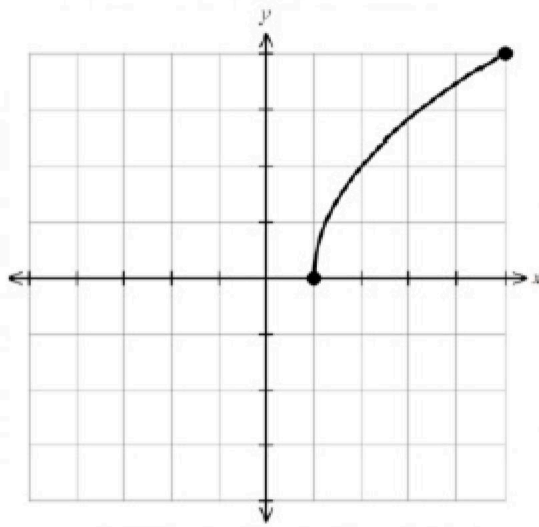
الف) ۶۶

ب)  $[-1, 5]$

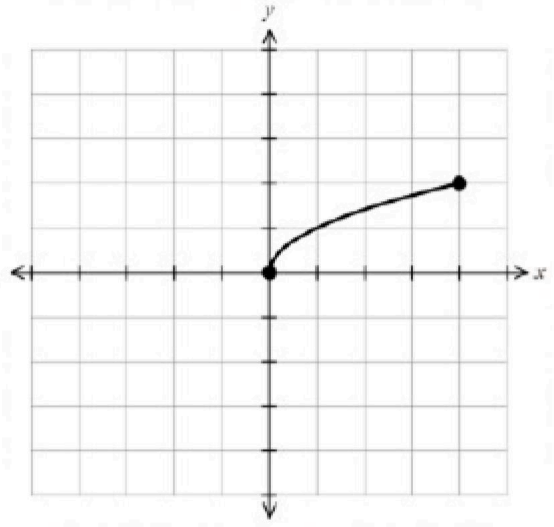
۶۷  $\sqrt{x}$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow 2x+1 \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

۶۸



ب



الف

۶۹

$$R_g = [0, 4], D_g = [1, 5]$$

$$x = 3 \Rightarrow 2(3) - 2 = 4 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{(4) + 1}} = \frac{4}{3}$$

ثابت ۷۰

۷۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۲

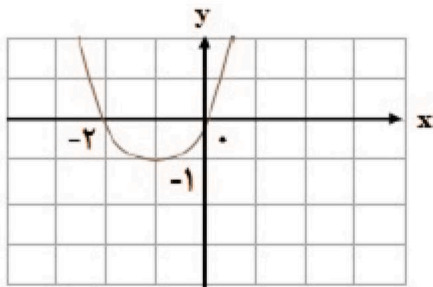
$$-3 < f(3x - 1) \leq 1 \xrightarrow{\times(-2)} -2 \leq -2f(3x - 1) < 6 \xrightarrow{+3} 1 \leq y < 9$$

۲ ۷۳

نادرست ۷۴

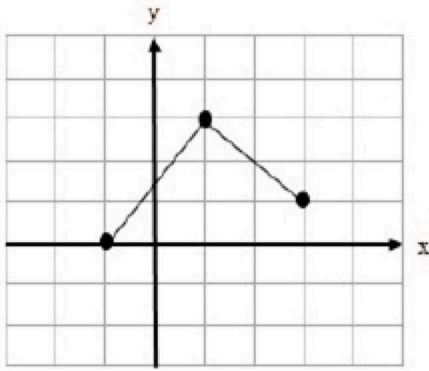
درست ۷۵

درست ۷۶



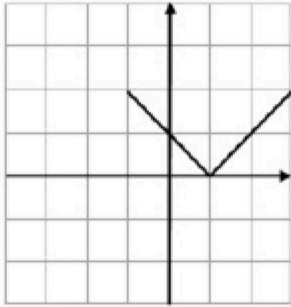
اکیدا صعودی  $[-1, +\infty)$   
اکیدا نزولی  $(-\infty, -1]$

۷۷



$$D_g = [-1, 2]$$

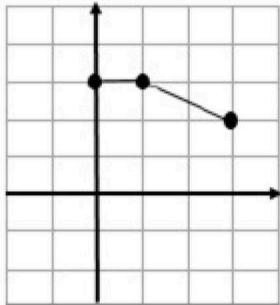
۷۸



اکیدا صعودی  $(1, +\infty)$

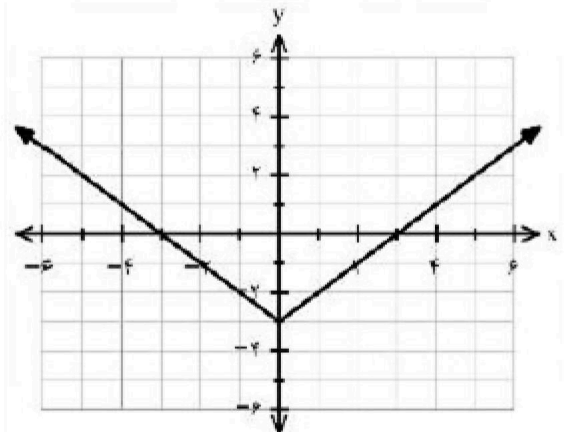
اکیدا نزولی  $(-\infty, 1]$

۷۹



$$D_g = [0, 2]$$

۸۰



۸۱

$$۱) (g \circ f)(-۱) = g(f(-۱)) = g(۱) = -۵$$

$$۲) (g^{-1} \circ f)(-۲) = g^{-1}(f(-۲)) = g^{-1}(-۲) = -۴$$

۸۲

$(x + 1)$  ۸۳

پایین‌تر ۸۴

نادرست ۸۵

درست ۸۶

درست ۸۷

نادرست ۸۸

درست ۸۹

۹۰

الف)  $g(f(1)) = g(2) = -2$

ب)  $(f + g)(\cdot) = -1 + 3 = 2 \Rightarrow (f((f + g)(\cdot))) = f(2) = -5$

مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳
$f(x) - 2 = (x - 1)^2 - 2$	$f(x + 1) - 2 = x^2 - 2$	$-f(x + 1) + 2 = -x^2 + 2$

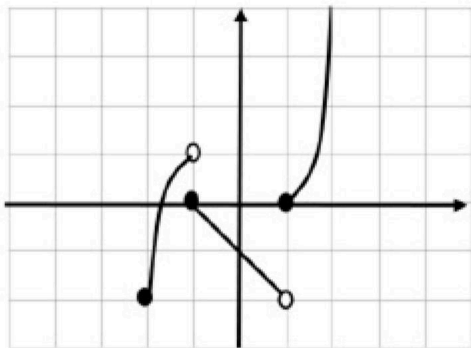
۹۱

درست ۹۲

$3^{2x-10} \leq 3^{-4}$

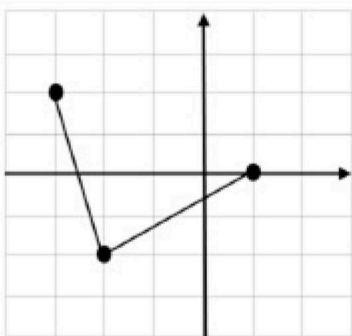
$2x - 10 \leq -4 \Rightarrow x \leq 3$

۹۳



صعودی  $[-2, -1)$  , صعودی  $[1, +\infty)$   
نزولی  $[-1, 1)$

۹۴

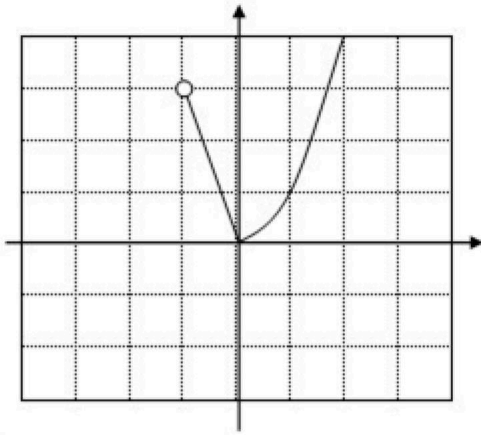


$D_f = [-3, 1]$   
 $R_f = [-2, 2]$

۹۵

انقباض افقی ۹۶

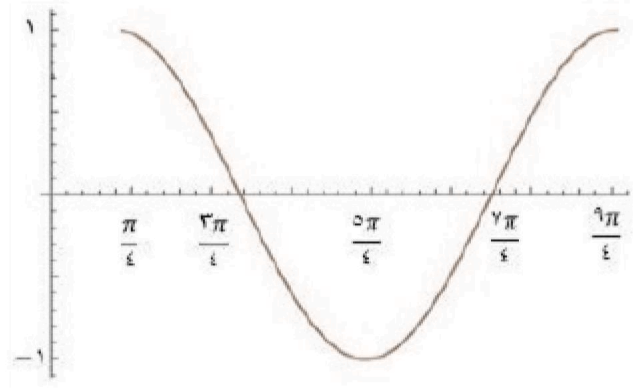
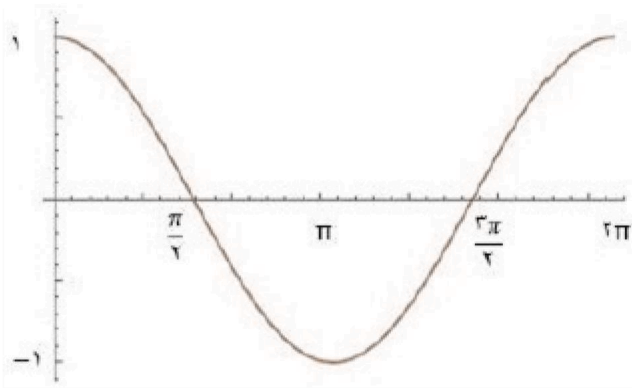
درست ۹۷



اکیدا نزولی  $(-1, 0]$   
اکیدا صعودی  $[0, +\infty)$

۹۸

۹۹ یکنوا



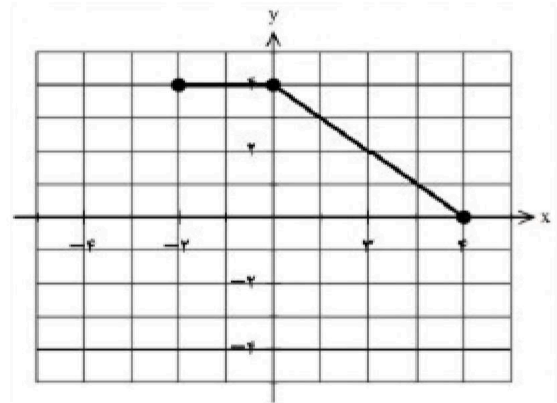
۱۰۰

الف)  $D_f = [1, +\infty), D_g = R$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid 2x^2 - 1 \in D_f\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

ب)  $(g \circ f)(2) = 1$

۱۰۱



۱۰۲

۱۰۳  $[-1, 1]$

$$-5 - \sqrt{3x + 1} = y \Rightarrow 3x + 1 = (y + 5)^2 \Rightarrow x = \frac{(y + 5)^2 - 1}{3} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{(x + 5)^2 - 1}{3}$$

$$D_{g^{-1}} = (-\infty, -5]$$

۱۰۴

الف)  $g(-1) = -3 \Rightarrow fog(-1) = f(g(-1)) = f(-3) = 1$

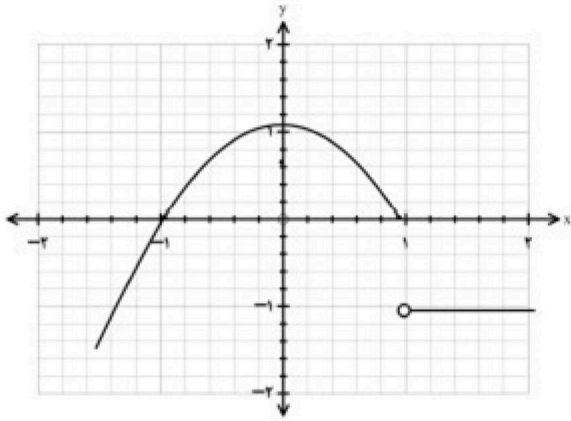
۱۰۵

ب)  $3t - 1 = -4 \Rightarrow t = -1$

پ) بازه  $[-2, +\infty)$

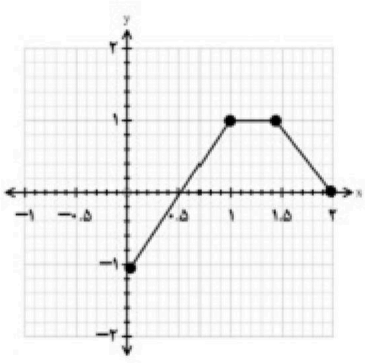
۱۰۶ درست

۱۰۷ نادرست



صعودی  $(-\infty, 0]$  و  $(1, +\infty)$   
نزولی  $[0, +\infty)$

۱۰۸



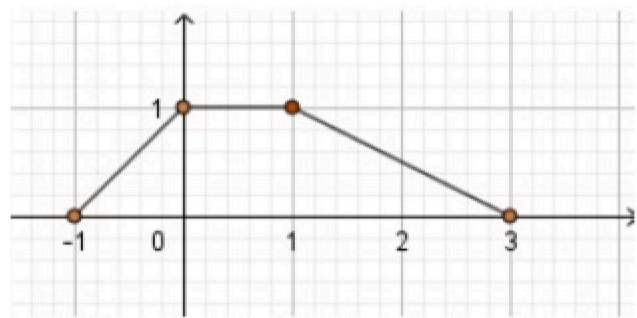
$D_g = [0, 2]$        $R_g = [-1, 1]$

۱۰۹

۱۱۰ درست

$f(x) = -\frac{v}{y}x - 3 = y \Rightarrow -\frac{v}{y}x = 3 + y \Rightarrow x = -\frac{2y + 6}{v} \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{2x + 6}{v}$

۱۱۱



۱۱۲

الف)  $D_f = [1, +\infty), D_g = R \Rightarrow D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\}$

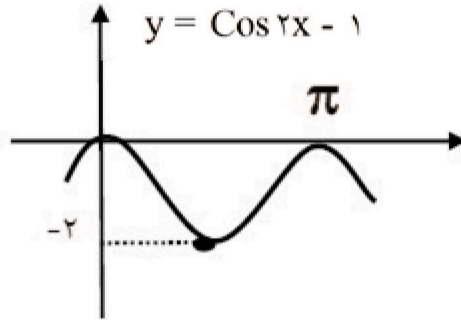
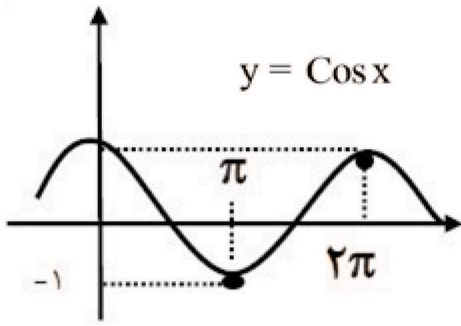
$= \{x \in R | x^2 - 24 \in [1, +\infty)\} \Rightarrow D_{fog} = (-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$

$f(g(x)) = \sqrt{x^2 - 25}$

۱۱۳

یکنوا ۱۱۴

درست ۱۱۵



۱۱۶

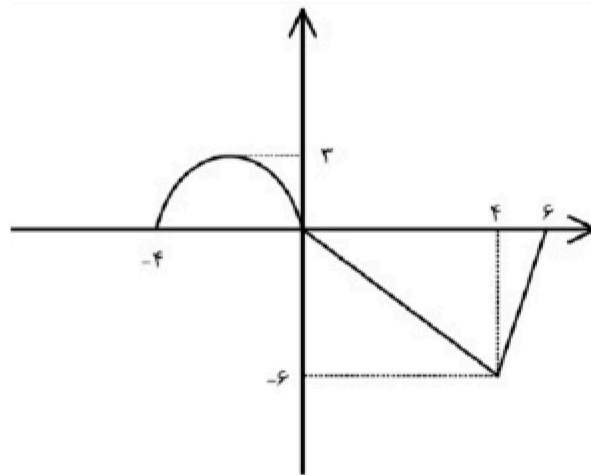
۱۱۷  $[-1, 0]$

درست ۱۱۸

نادرست ۱۱۹

الف)  $D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in (-\infty, 2] \mid \sqrt{4 - 2x} \in \mathbb{R}\} = (-\infty, 2]$   
 ب)  $\text{gof}(2) - \frac{f}{g}(\cdot) = -1 - (-2) = 1$

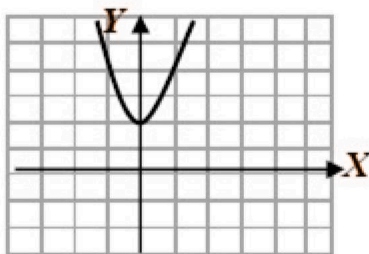
۱۲۰



۱۲۱ (الف)

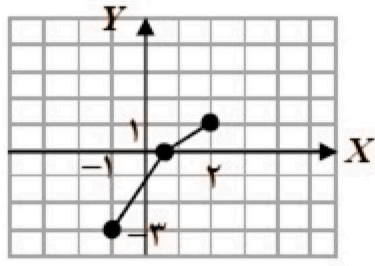
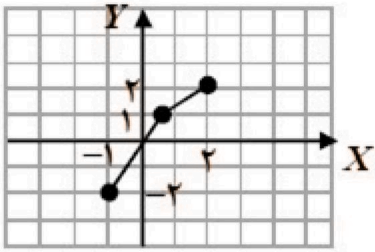
ب)  $D = [-4, 6]$

درست ۱۲۲



اکیدا نزولی  $(-\infty, 0)$   
 اکیدا صعودی  $(0, +\infty)$

۱۲۳



$$D_g = [-1, 2]$$

$$R_g = [-3, 1]$$

۱۲۴

# شورتکات جاده نهایی

## ریاضی دوازدهم

### فصل دو



Medical \_ Stus



Kolyze

۱ مقدار  $\cos \frac{\pi}{12}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۲ معادله  $\sin x = \frac{1}{2 \cos x}$  را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۳ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $f(x) = 2 - 3 \sin \frac{\pi}{4} x$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
خط  $x = \pi$  نمودار تابع  $y = \tan x$  را قطع می‌کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۵ مقدار  $c$  را چنان تعیین کنید که مینیمم تابع  $y = -4 \cos(2\pi x) + c$  برابر  $-5$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۶ معادله  $4 \sin^2 x - 4 \cos x - 5 = 0$  را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۷ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.  
دوره تناوب تابع  $y = 3 \sin(\pi x)$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
اگر  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ ، آنگاه  $\sin \alpha < \tan \alpha$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۹ معادله مثلثاتی  $\cos^2 x - 2 \cos x = 0$  را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۰ مقدار عددی  $A$  را محاسبه کنید.  
 $A = \cos^2 22/5^\circ - \sin^2 22/5^\circ$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۱ دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع  $f(x) = 1 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۲ جمله زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.  
اگر  $f(x) = 4x^5 + 2$  مقدار  $f'(1)$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۳ جمله زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.  
برد تابع  $y = \tan x$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۴ اگر  $\tan \alpha = 1$  و  $\tan(\alpha + \beta) = -2$ ، آنگاه مقدار  $\tan \beta$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۵ معادله مثلثاتی  $\sin(x + 2\pi) \cos x = 0$  را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۶ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = 2 \sin(3x) - 1$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۷ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.  
اگر  $\tan \alpha = m + 2$  و  $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}$ ، آنگاه بیشترین مقدار ممکن  $m$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

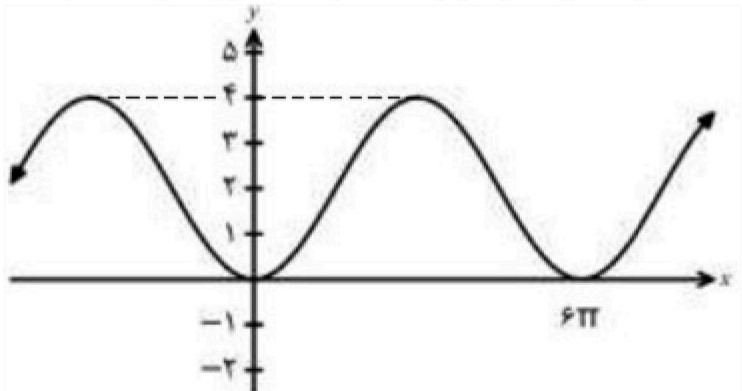
۱۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
دامنه تابع  $y = \tan x$  برابر با مجموعه  $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۹ معادله مثلثاتی  $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$  را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۰ نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه  $f(x) = a \cos(bx) + 2$  یا  $f(x) = a \sin(bx) + 2$  است. با دقت در شکل نمودار و محاسبه مقادیر  $a$  و  $b$ ، ضابطه مربوط به این تابع را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۱ جواب‌های کلی معادلهٔ مثلثاتی  $\cos 2x = 3 \sin x + 2$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۲ دورهٔ تناوب و مقدار ماکزیمم تابع  $f(x) = 2 - 3 \sin 4x$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

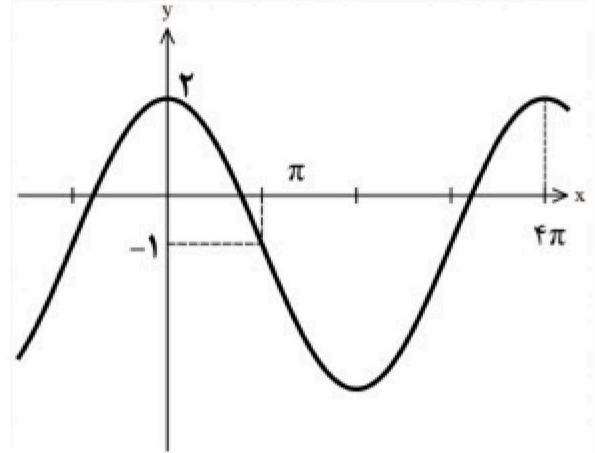
۲۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- تابع  $f(x) = (1-x)^3$ ، تابعی اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۴ معادله  $\cos x(2 \cos x - 7) = 4$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۵ قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos bx + c$  به صورت زیر است. مقدار  $a$ ،  $b$  و  $c$  را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۶ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.  
برد تابع  $y = \tan x$  با دامنهٔ  $\left\{ \frac{\pi}{2} \right\} - \left[ \frac{\pi}{3}, \pi \right]$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۷ مقدار مینیمم و دوره تناوب تابع  $f(x) = c - 2 \sin(bx)$  به ترتیب ۴ و  $\frac{\pi}{2}$  است. مقادیر  $|b|$  و  $c$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۸ معادله مثلثاتی  $\cos 2x - 3 \cos x - 1 = 0$  را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۹ جمله‌ی زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.  
تعداد جواب‌های معادله  $\sin x = \frac{1}{3}$  در بازه  $(0, \pi)$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۰) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- بازه‌ای که تابع تانژانت در آن نزولی باشد، وجود ندارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

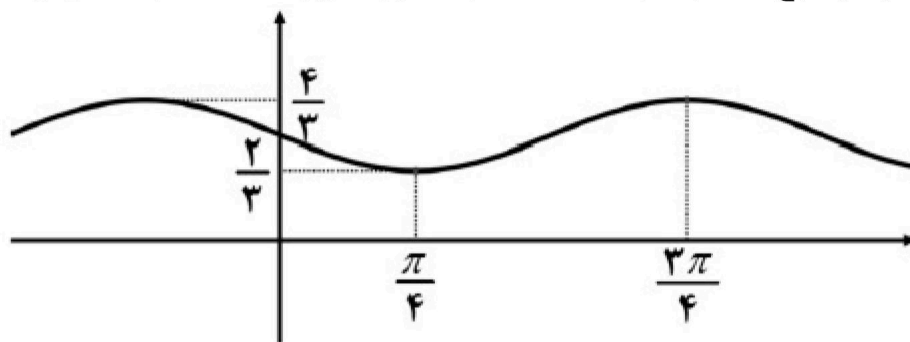
۳۱) معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.  
 $\cos 2x - 13 \cos x - 6 = 0$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۲) با توجه به محورهای کسینوس و تانژانت، اگر  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$  باشد آنگاه مقادیر  $\cos \alpha$  و  $\tan \alpha$  را با هم مقایسه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۳) نمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$  به صورت زیر است. ضابطه آن را مشخص کنید.

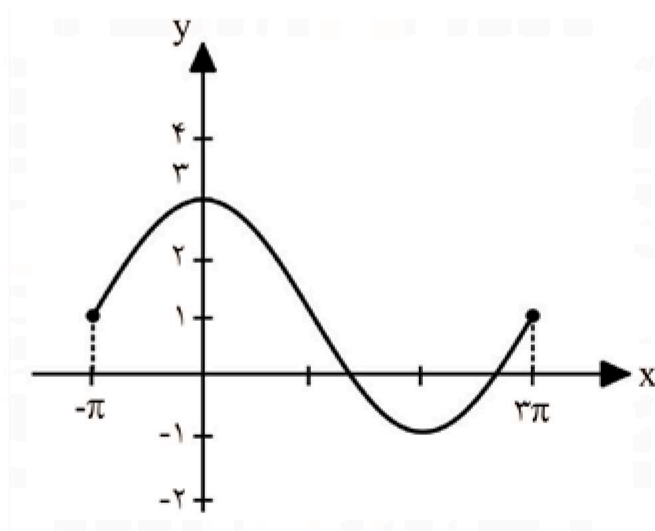


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۴) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- تابع  $y = \tan x$  در بازه  $(\pi, 2\pi)$  صعودی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۵) نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع  $y = a \cos(bx) + c$  است. اگر  $b < 0$  باشد، مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به دست آورید. (راه حل نوشته شود).



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۶) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- تابع  $y = \tan x$  در مجموعه  $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\} - [0, 2\pi]$ ، اکیداً صعودی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۷ جوابهای معادله  $\cos(2x) = \frac{1}{2}$  را در بازه  $(0, \pi)$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۸ اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع  $y = a \sin(\lambda x) + c$  به ترتیب ۹ و ۳ باشد. الف) مقادیر  $|a|$  و  $c$  را بیابید. ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

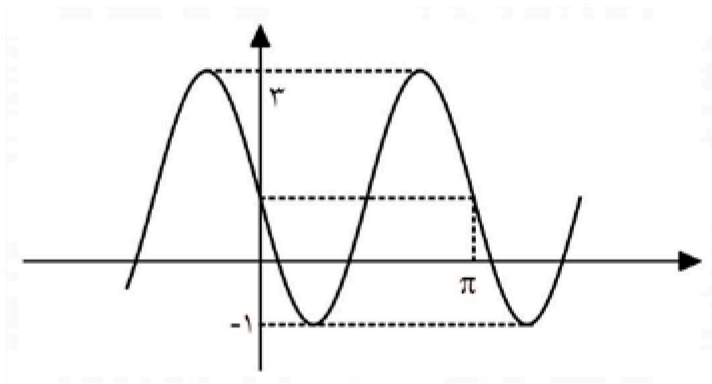
۳۹ جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. مقدار عددی عبارت  $\cos 15^\circ \sin 15^\circ$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۴۰ معادله  $\sin 2x = \sin x$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۴۱ نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه  $y = a \sin bx + c$  است. با فرض  $a > 0$ ، مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۴۲ جوابهای معادله مثلثاتی  $2 \sin 4x = 1$  را به دست آورید. کدام جوابها در بازه  $[0, \frac{\pi}{2}]$  هستند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۳ مقدار ماکزیمم تابع  $f(x) = a \cos \frac{x}{2} + 3$  برابر ۶ می باشد،  $|a|$  و دوره تناوب را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

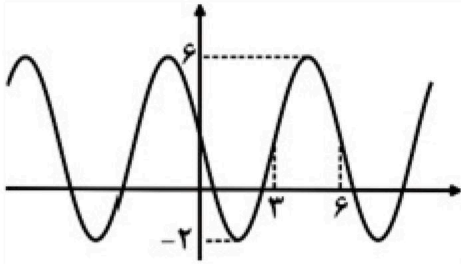
۴۴ جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. اگر  $\alpha$  یک زاویه حاده و  $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ ، حاصل  $\cos 2\alpha$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۵ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن  $\frac{2}{5}$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۶ نمودار مقابل مربوط به تابعی با ضابطه  $y = a \sin(bx) + c$  است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۷ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- تابع تانژانت در بازه  $(-\pi, \pi)$ ، تابعی صعودی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- دوره تناوب تابع  $y = 5 \cos \frac{x}{2} + 1$  برابر با  $4\pi$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۹ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید.

$$y = \sqrt{3} - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۰ معادله مثلثاتی  $2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- خط  $y = \frac{1}{4}$ ، نمودار تابع  $y = \sin x$  را در فاصله  $[0, 2\pi]$  در یک نقطه قطع می‌کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۲ جواب‌های معادله مثلثاتی  $4 \sin x + 2\sqrt{3} = 0$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

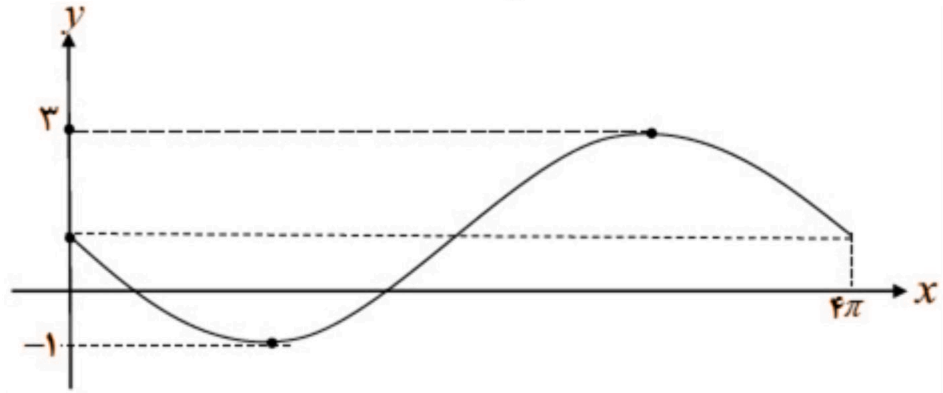
۵۳ ضابطه تابعی به صورت  $y = a \cos bx + c$  را بنویسید که دوره تناوب آن ۲، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن -۱ باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۵۴ جواب(های) معادله مثلثاتی  $\cos 2x - \cos x = 0$  را در بازه  $(0, \pi)$  مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۵۵ نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin bx + 1$  است. حاصل  $ab$  را بیابید.

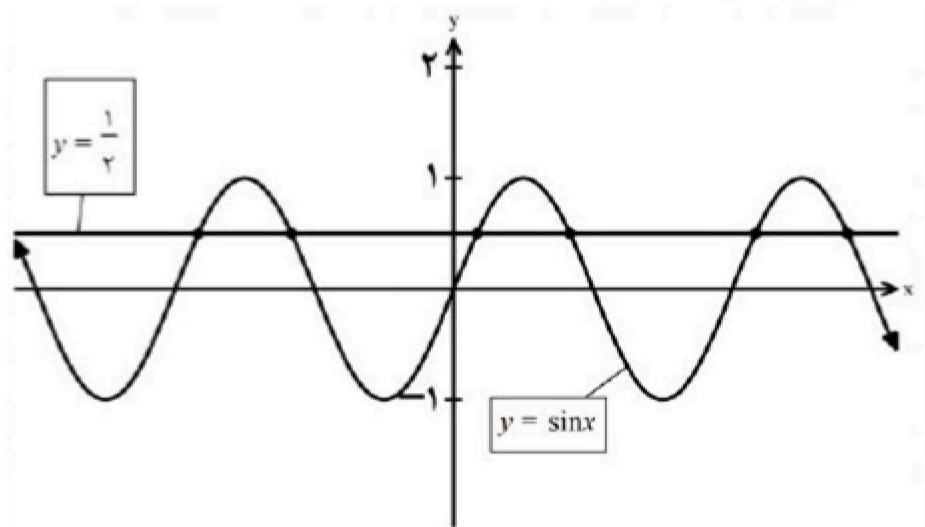


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۵۶ معادله  $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$  را حل کنید.

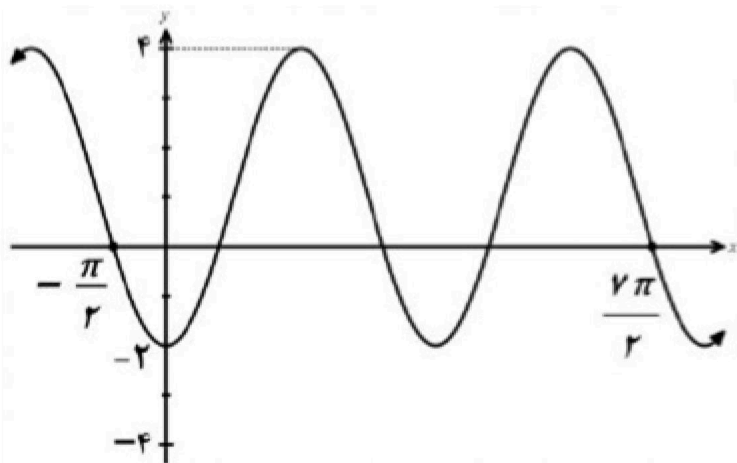
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۵۷ نمودار تابع با ضابطه  $y = \sin x$  و خط به معادله  $y = \frac{1}{2}$  در دستگاہ زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آن‌ها را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۵۸ نمودار تابع با ضابطه  $y = a \cos bx + c$  به صورت زیر رسم شده است. مقدار  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به دست آورید.

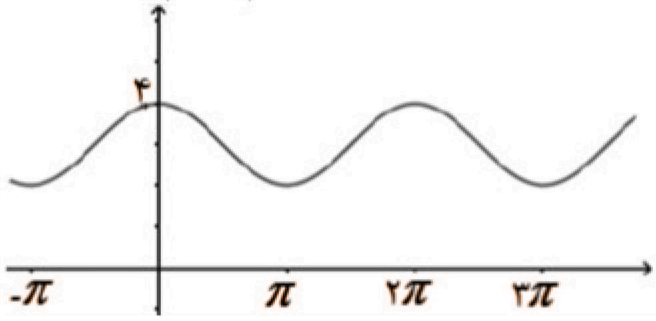


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۵۹) معادله مثلثاتی  $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$  را در بازه  $0 \leq x \leq \pi$  حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۶۰) نمودار تابع  $f(x) = a + \cos bx$  به صورت مقابل است. حاصل  $a + b$  را به دست آورید. ( $b > 0$ )



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

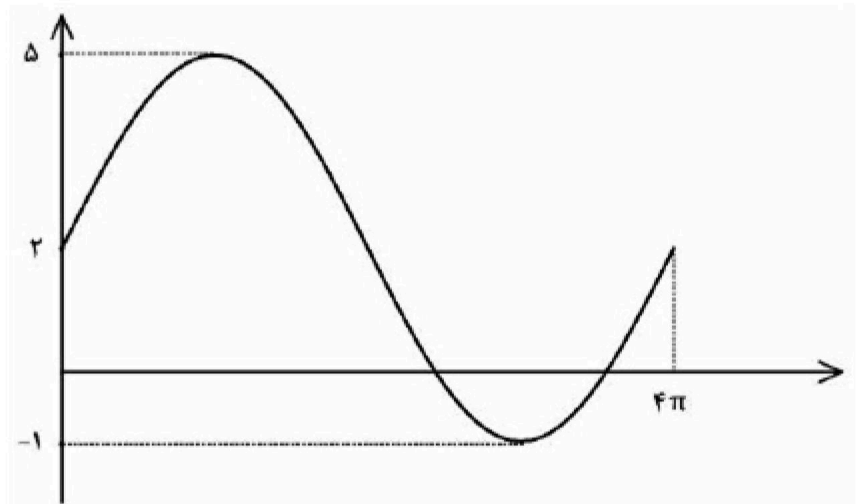
۶۱) معادله مقابل را حل کنید.  $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۶۲) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = 3 \cos(\pi x) + 2$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۶۳) نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه  $y = a \sin bx + c$  است. مقادیر  $a$  و  $b$  و  $c$  را محاسبه کنید و ضابطه آنرا مشخص نمایید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۶۴) معادله مثلثاتی  $2 \cos^2 x + \cos x = 0$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۶۵) درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۶۶) معادله مثلثاتی  $\sin 2x = \sin x$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۶۷) معادله‌ی یک تابع سینوسی  $y = a \sin (bx) + c$  را بنویسید که برد آن  $[-4, 4]$  و دوره تناوب آن ۲ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۶۸) معادله مثلثاتی  $\sin 2x - \cos x = 0$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۶۹) جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.  
- دوره تناوب تابع  $y = \sqrt{2} \sin \left( \frac{-\pi}{2} x \right) + 2$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

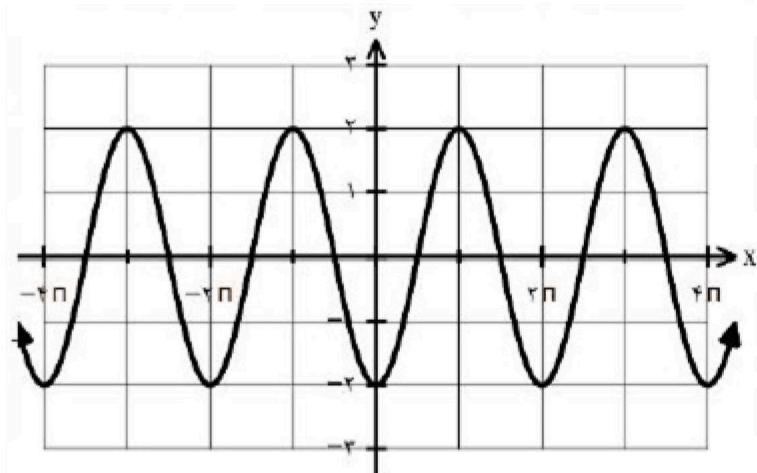
۷۰) ضابطه تابعی به فرم  $y = a \cos bx + c$  را بنویسید که دوره تناوب آن ۲ و مقدار ماکزیمم آن ۴ و مقدار مینیمم آن -۲ باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۷۱) معادله مثلثاتی  $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۷۲) نمودار زیر برای تابعی با ضابطه  $f(x) = a \cos bx + c$  است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۷۳) حاصل عبارت  $4 \sin x \cos x \cos 2x$  را به ازای  $x = 7/5^\circ$  محاسبه نمایید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۷۴) مثلثی با مساحت  $8\sqrt{2}$  سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه‌ی دو ضلع این مثلث به ترتیب ۴ و ۸ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۷۵) معادله‌ی یک تابع سینوسی  $y = a \sin (bx) + c$  را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن -۱ و دوره‌ی تناوب آن  $8\pi$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۷۶ معادله  $2 \sin x \cos x + 3 \cos x = 0$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۷۷ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = 9 - 2\pi \cos\left(\frac{x}{3}\right)$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۷۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.

- در بازه  $2\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$  مقدار  $\text{tg } \theta$  از مقدار  $\sin \theta$  کوچکتر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۷۹ معادله مثلثاتی  $2 \cos^2 x = \sin x - 1$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۸۰ ضابطه تابع مثلثاتی سینوس با دوره تناوب ۳ و مقادیر ماکزیمم ۵ و مینیمم ۳ بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۸۱ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

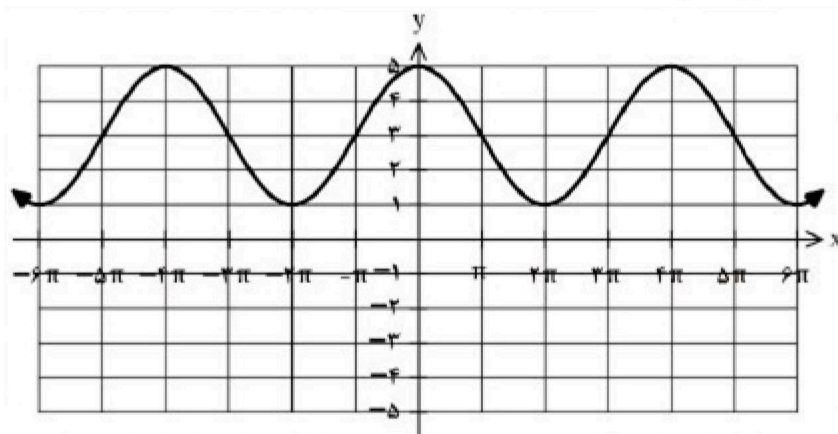
- برد تابع تانژانت  $y = \tan x$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۸۲ معادلهی مثلثاتی  $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۸۳ نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه  $y = a \cos bx + c$  است. با توجه به نمودار، ضابطه آنرا مشخص کنید.



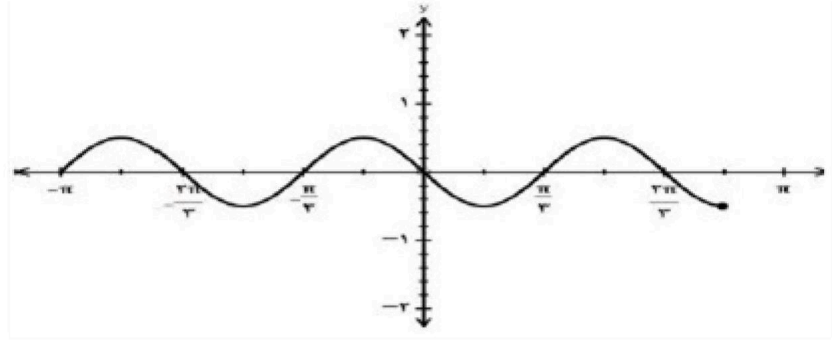
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۸۴ دورهی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته

شود)  $y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۸۵ در شکل نمودار زیر، با تعیین مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه‌ی آن را بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۸۶ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.  
دامنه تابع با ضابطه‌ی  $y = \operatorname{tg} x$  به صورت  $\{x \in \mathbb{R} | x \neq \dots\}$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۸۷ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
برد تابع  $f(x) = \operatorname{tg} x$  برابر بازه‌ی  $[-1, 1]$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۸۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید.  
مقدار تابع سینوس در  $x = \frac{\pi}{2}$  تعریف نشده است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۸۹ مقدار  $\sin 15^\circ$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۹۰ معادله‌ی مثلثاتی  $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۹۱ معادله مثلثاتی  $\cos 3x - \cos x = 0$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۹۲ دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود)  
 $y = \pi \sin(-x) + 1$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۹۳ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = \sqrt{5} - \pi \cos \frac{1}{4}x$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۹۴ معادله‌ی مثلثاتی  $\cos x(2 \cos x - 9) = 5$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۹۵) دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید.

$$y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2}x$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۹۶) معادله  $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$  را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۹۷) مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = 1 + 2 \sin 7x$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۹۸) در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید.

دوره تناوب تابع  $y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱) روش اول:

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos \left( 2 \times \frac{\pi}{12} \right) = 2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{12} \right) - 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{12} \right) - 1$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{12} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 2}{4} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{2}} = \frac{\sqrt{\sqrt{3} + 2}}{2}$$

روش دوم:

$$\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2} \Rightarrow \cos^2 \frac{\pi}{12} = \frac{\cos \left( 2 \times \frac{\pi}{12} \right) + 1}{2} \Rightarrow \cos^2 \frac{\pi}{12} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 2}{4}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{2}} = \frac{\sqrt{\sqrt{3} + 2}}{2}$$

$$2 \sin x \cos x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

$$T = \pi \quad \max = 5 \quad \min = -1$$

$$\min = -|a| + c = c - 4 = -5 \Rightarrow c = -1$$

$$4 \sin^2 x - 4 \cos x - 5 = 0 \Rightarrow 4(1 - \cos^2 x) - 4 \cos x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 4 \cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow (2 \cos x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{-1}{2} = \cos \left( \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi \pm \left( \frac{2\pi}{3} \right) \quad k \in \mathbb{Z}$$

۲) ۷

نادرست ۸

$$\cos x (\cos x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = 2 \text{ غ ق ق} \end{cases} \quad \text{روش اول:}$$

روش دوم:

$$t^2 - 2t = 0 \Rightarrow t(t - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z} \\ t = 2 \Rightarrow \cos x = 2 \end{cases}$$

$$A = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۰

$$T = \frac{2\pi}{\left| \frac{\pi}{2} \right|} = 4 \quad \max = |-2| + 1 = 3$$

۱۱

۸۰ (۱۲)

(۱۳) مجموعه اعداد حقیقی یا  $R$  یا  $(-\infty, +\infty)$

(۱۴) روش اول:  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow -2 = \frac{1 + \tan \beta}{1 - \tan \beta} \Rightarrow \tan \beta = 3$

روش دوم:  $\tan(\beta) = \tan(\alpha + \beta - \alpha) = \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan \alpha}{1 + \tan(\alpha + \beta) \tan \alpha} = \frac{-2 - 1}{1 + (-2)(1)} = 3$

(۱۵) روش اول:  $\begin{cases} \sin(2\pi + x) = \cdot \\ \cos x = \cdot \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\pi + x = k\pi \Rightarrow x = k\pi - 2\pi \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$

روش دوم:

$\sin(2\pi + x) = \sin x \Rightarrow \sin x \cos x = \cdot \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \cdot \\ \cos x = \cdot \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$

روش سوم:

$\sin(2\pi + x) = \sin x \Rightarrow \sin x \cos x = \cdot \Rightarrow \sin 2x = \cdot \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$

$T = \frac{2\pi}{3} \quad \max = 1 \quad \min = -3$  (۱۶)

(۱۷) -۱

(۱۸) نادرست

(۱۹) روش اول:

$2 \sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin(2x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$

$\frac{1}{2} \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$  روش دوم:

$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$

اگر دسته دوم جواب به صورت  $x = k\pi + \frac{3\pi}{8}$  نوشته شده باشد، نمره تعلق بگیرد.

$$\begin{cases} |a| + 2 = 4 \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2 & \text{روش اول محاسبه مقدار } a \\ |a| = \frac{4-0}{2} = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2 & \text{روش دوم محاسبه مقدار } a \end{cases}$$

20

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 6\pi \Rightarrow b = \frac{2\pi}{6\pi} = \pm \frac{1}{3}$$

$$f(x) = -2 \cos\left(\frac{x}{3}\right) + 2 \quad \text{تشخیص این که تابع کسینوسی است:}$$

\* در صورتی که دانش آموز هر یک از موارد  $|b| = \frac{1}{3}$  یا  $b = \frac{1}{3}$  یا  $b = -\frac{1}{3}$  را نوشته باشد، نمره تعلق گیرد.

توجه: در صورتی که دانش آموز ضابطه تابع را به صورت  $f(x) = -2 \cos\left(-\frac{x}{3}\right) + 2$  بنویسد، نمره تعلق گیرد.

$$2 + 3 \sin x = 1 - 2 \sin^2 x \Rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

21

$$\max = |-2| + 2 = 0, T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$$

22

درست 23

$$\cos x(2 \cos x - 7) = 4 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 4 \times \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

24

$$\cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

25

$$f(\pi) = -1 \Rightarrow a \cos(b\pi) + c = -1 \xrightarrow{|b|=\frac{1}{2}} a \times 0 + c = -1 \Rightarrow c = -1$$

$$\max = 2 \Rightarrow |a| + c = 2 \xrightarrow{c=-1} |a| = 3 \xrightarrow{a>0} a = 3 \quad (\text{روش اول محاسبه } a)$$

$$f(0) = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c=-1} a = 3 \quad (\text{روش دوم محاسبه } a)$$

$$\left(-\infty, 0\right] \cup \left[\sqrt{3}, +\infty\right) \text{ یا } R - \left(0, \sqrt{3}\right) \quad 26$$

$$\min = -2 + c = 4 \Rightarrow c = 6$$

27

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |b| = 4$$

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0$$

۲۸

$$\begin{cases} \cos x = 2 \text{ غ ق ق} \\ \cos x = \frac{-1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

۲ ۲۹

درست ۳۰

$$2 \cos^2 x - 1 - 13 \cos x - 6 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 13 \cos x - 7 = 0$$

۳۱

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \\ \cos x = +7 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\tan \alpha > \cos \alpha$$

۳۲

$$\begin{cases} |a| + c = \frac{4}{3} \\ -|a| + c = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \\ |a| = \frac{\max - \min}{2} \end{cases} \Rightarrow c = 1, |a| = \frac{1}{3}$$

۳۳

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \sin(2x) + 1 \text{ یا } y = \frac{1}{3} \sin(-2x) + 1$$

نادرست ۳۴

$$\begin{cases} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

روش اول: ۳۵

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \Rightarrow c = 1 \\ |a| = \frac{\max - \min}{2} \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = 2 \end{cases} \text{ روش دوم:}$$

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{2}$$

نادرست ۳۶

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

۳۷

$$\xrightarrow{(\cdot, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{الف) } |a| = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$$

۳۸

$$c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{9 + 3}{2} = 6$$

$$\text{ب) } T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$\frac{1}{4}$

۳۹

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + x \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

روش اول:

۴۰

$$2 \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (2 \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

روش دوم:

$$\begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2 \end{cases}$$

۴۱

$$T = \pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2 \xrightarrow{b < 0} b = -2$$

$$\sin 4x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{24}$$

۴۲

$$4x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{24} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{24}, \frac{\pi}{24}$$

$$|a| + 2 = 6 \Rightarrow |a| = 4$$

۴۳

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

$\frac{17}{25}$

۴۴

نادرست

۴۵

$$T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$$

۴۶

$$\begin{cases} \max = 6 \\ \min = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 6 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow |a| = 4$$

$$y = a \sin bx + c \Rightarrow y = -4 \sin \left( \frac{\pi}{3} x \right) + 2 \text{ (یا)} y = +4 \sin \left( -\frac{\pi}{3} x \right) + 2$$

نادرست

۴۷

درست ۴۸

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow T = 2 \quad \text{Max : } |a| + c = 1 + \sqrt{3}$$

۴۹

$$\text{Min : } -|a| + c = -1 + \sqrt{3}$$

$$\sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}$$

۵۰

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

نادرست ۵۱

$$2 \sin x + 2\sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

۵۲

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{[0, 2\pi]} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi$$

۵۳

$$|a| = 2, c = 1 \Rightarrow y = -2 \cos(\pi x) + 1 \quad \text{یا} \quad y = 2 \cos(\pi x) + 1$$

تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.

$$\cos 2x = \cos x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$$

۵۴

$$\frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

۵۵

$$|a| = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

با توجه به نمودار تابع،  $ab$  باید عدد منفی شود بنابراین  $ab = -1$

$$2 \sin x \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{6}\right)$$

۵۶

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۵۷

$$2T = \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = 4\pi \Rightarrow T = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow b = \pm 1$$

58

$$c = \frac{4 + (-2)}{2} = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} |a| = \frac{4 - (-2)}{2} = 3 \\ x = \text{در} \Rightarrow a < \cdot \\ \text{مینیمم دارد} \end{array} \right\} \Rightarrow a = -3$$

$$2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x (2 \cos x - 1) = 0$$

59

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Max} = 4 \Rightarrow a + 1 = 4 \Rightarrow a = 3$$

60

$$T = 2\pi : \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = 1 \quad a = 3 \quad a + b = 4$$

$$1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 4 = 0 \Rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 5 = 0$$

61

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{2} \text{ غ ق ق} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2$$

62

$$\text{max} = |a| + c = 5 \quad \text{min} = -|a| + c = -1$$

$$\begin{cases} |a| + c = 5 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 2, a = \pm 3$$

63

$$4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \sin \frac{x}{2} + 2, y = -2 \sin \left(-\frac{x}{2}\right) + 2$$

$$\cos x (2 \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

64

درست 65

$$\sin 2x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

66

$$|b| = \frac{\pi}{\pi} = \pi \Rightarrow b = \pm\pi \Rightarrow y = \pm 4 \sin(\pm \pi x) \quad (67)$$

$$|a| = \frac{4 - (-4)}{\pi} = 4 \Rightarrow a = \pm 4$$

$$c = \frac{4 + (-4)}{\pi} = 0$$

$$2 \sin x \cos x - \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \quad (68)$$

$k \in \mathbb{Z}$

۴ (69)

$$\frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 4 \Rightarrow |a| = 3 \\ -|a| + c = -2 \Rightarrow c = 1 \end{cases}$$

هریک از توابع  $y = 3 \cos(\pi x) + 1$  یا  $y = 3 \cos(-\pi x) + 1$  یا  $y = -3 \cos(\pi x) + 1$  نوشته شود مورد قبول است.

$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases} \quad (71)$$

$$|a| = \frac{2 - (-2)}{\pi} = 2 \Rightarrow a = -2 \quad (72)$$

$$|b| = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \Rightarrow b = 1 \quad f(x) = -2 \cos x$$

$$c = \frac{2 + (-2)}{\pi} = 0$$

$$2 \sin 2x \cos 2x = \sin 4x = \sin 4(7/5^\circ) = \frac{1}{2} \quad (73)$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 1 \sin \theta = 1 \sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ \quad (74)$$

دو مثلث می‌توان رسم کرد.

$$|a| = \frac{5 - (-1)}{\pi} = 2 \Rightarrow a = \pm 2, c = \frac{5 + (-1)}{\pi} = 2 \quad (75)$$

$$|b| = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \quad y = \pm 2 \sin\left(\pm \frac{1}{2}x\right) + 2$$

$$\cos x(2 \sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

$\sin x = \frac{-3}{2}$  قابل قبول نیست

۷۶

$$\max = |a| + c = |-2\pi| + 9 = 2\pi + 9$$

$$\min = -|a| + c = -|-2\pi| + 9 = -2\pi + 9$$

۷۷

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$$

درست ۷۸

$$-2 \sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۷۹

$$|b| = \frac{2\pi}{3}$$

۸۰

$$|a| = 1, c = 4 \Rightarrow y = \sin \frac{2\pi}{3}x + 4 \text{ یا } y = -\sin \frac{2\pi}{3}x + 4$$

تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.

R ۸۱

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۸۲

$$c = \frac{5+1}{2} = 3$$

۸۳

$$|a| = \frac{5-1}{2} = 2 \quad a > 0, a = 2$$

$$b = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 3$$

$$\Rightarrow y = 2 \cos\left(-\frac{x}{2}\right) + 3 \quad \text{یا}$$

الف)  $\min = -|a| + c \quad \max = 8 \quad \min = -8$

۸۴

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$$

با توجه به نمودار ضابطه به صورت  $y = a \sin bx + c$  ،  $a = -\frac{1}{2}$  ،  $b = 3$  می‌شود. ۸۵

$$\max y = \frac{1}{2}, \min y = -\frac{1}{2}, T = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \sin 3x$$

$$x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}$$

۸۶

۸۷ نادرست

۸۸ نادرست

$$\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

۸۹

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -\frac{3}{2} \text{ غ ق ق غ} \end{cases}$$

۹۰

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\cos 3x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \\ 3x = 2k\pi - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi \\ 4x = 2k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

۹۱

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = \pi + 1 \\ \min &= -|a| + c = -\pi + 1 \end{aligned} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$$

۹۲

$$\max = \pi + \sqrt{5}, \min = -\pi + \sqrt{5}, T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

۹۳

$$2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \\ \cos x = 5 \end{cases}$$

۹۴

$$\cos x = 5 \text{ غ ق ق غ}$$

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 1 + \sqrt{3} \\ \min &= -|a| + c = -1 + \sqrt{3} \end{aligned} \quad T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

۹۵

$$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

۹۶

$$\begin{cases} \max y = |a| + c = 2 + 1 = 3 \\ \min y = -|a| + c = -2 + 1 = -1 \end{cases}$$

۹۷

۶π ۹۸

# شورتکات جاده نهایی

ریاضی دوازدهم

فصل سه



Medical \_ Stus



Kolyze

۱) جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.  
حد راست تابع  $y = \tan x$  در  $x = \frac{\pi}{2}$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۲) حدود زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{x - 4}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$       پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 + x + x^2}{x^3 - 2x^2 + 2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۳) حدود زیر را در صورت وجود بیابید. ([ ] نماد جزء صحیح است).

الف)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x]}{\cos x}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - x^4}{2x^2 + 3x + 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۴) مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای  $ax + b + 2x^3$  بر  $x + 2$  بخش‌پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر  $x - 1$  برابر ۱۵ باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۵) حدهای زیر را محاسبه کنید.

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + x}{2x^4 + x}$   
پ)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{1}{\cos x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۶) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- مجموعه  $(2, 4)$  یک همسایگی محذوف عدد ۲ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۷) حاصل حدهای زیر را به دست آورید. ([ ] نماد جزء صحیح است).

الف)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{3 - x}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3 + 2x^2 + 1}{1 + 8x - x^2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۸ اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x) = 2x^3 + mx - 1$  بر  $x + 2$  برابر با  $-1$  باشد، مقدار  $m$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۹ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{|x|}$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- اگر  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 5$  آنگاه  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = 5$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۱ حدود زیر را محاسبه کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt{x} - 2}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4}{x^3 + x^5}$       پ)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x] - 4}{4 - x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۲ حاصل حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x] + \cos x}{\sin x}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3 + 5x + 2}{\sqrt{x^3} + 3x^2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۳ مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای  $p(x) = 2x^3 + ax^2 - bx + 2$  بر  $x + 2$  بخش پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر  $x - 1$  برابر با  $2$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۴ کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{1 - \cos x}$  را در همسایگی  $x = 0$  نمایش می‌دهد؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۵ اگر چندجمله‌ای  $p(x) = x^2 + a - 2$  بر  $x - a$  بخش پذیر باشد، مقدار  $a$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۶ حدهای زیر را محاسبه کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2[-x] + 1}{|x - 2|}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{-x^5 + 2x^2 - 3}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۷ جمله‌ی زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.

بازه  $(7, 9)$  یک همسایگی راست عدد ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۸ جمله‌ی زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.  
باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای  $۴x^۳ - ۵x + ۲$  بر  $x + ۱$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۹ حدود زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - 1}{2 - \frac{2}{x^2}} \quad \text{الف}$$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{1}{\sin x} =$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x} + 1} =$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۰ جمله‌ی زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.  
در تقسیم چندجمله‌ای  $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$  بر  $x + 2$ ، باقی مانده تقسیم برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۱ حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{(x - 3)^2} \quad \text{الف}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 4x^2}{-x^3 |x| - 2} \quad \text{ب}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۲ اگر چندجمله‌ای  $p(x) = x^3 + kx^2 + 2$  بر  $x - k$  بخش‌پذیر باشد، مقدار  $k$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۳ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{x + 1}{\tan x}$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۴ حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2}$       پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۵ اگر چندجمله‌ای  $p(x) = x^3 + mx + 2$  بر  $x - 2$  بخش‌پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم  $p(x)$  بر  $x + 1$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۶ حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x - 5)^4}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x - 3}$       د)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۷) جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.  
 حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \tan x$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۸) حدهای زیر را محاسبه کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)  
 الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x - 2}$   
 ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x - 4x^2}{3x + 2x^2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۲۹) جای خالی را با عدد مناسب پر کنید.  
 بازه  $(-2, 0)$ ، یک همسایگی چپ برای عدد ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۰) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
 - باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای  $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$  بر  $x - 1$  برابر ۲ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۱) حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.  
 الف)  $\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$   
 ب)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۲) اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $P(x) = 3x^2 + mx + 2m + 1$  بر  $x - 2$  برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای  $f(x) = mx^2 - mx + 3$  بر  $x + 2$  را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

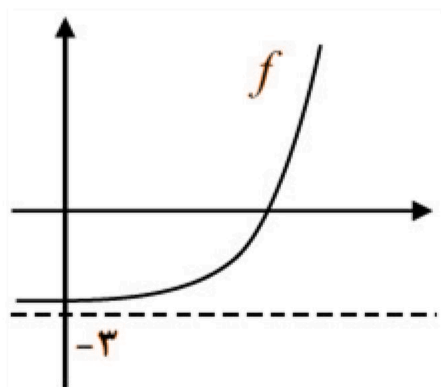
۳۳) درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
 - حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}$  برابر با  $-\infty$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۴) حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.  
 الف)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{|2 - x|}$   
 ب)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x + 1} - 2}{x - 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۳۵) با توجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.



الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$   
 ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۳۶) حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x - 1)^2}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x - 1}{2 + x - x^4}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۳۷) مقادیر a و b را چنان بیابید که عبارت  $p(x) = x^3 - ax + b$  بر  $(x - 2)$  بخش پذیر باشد و باقیمانده تقسیم آن بر  $(x + 1)$  برابر ۳ باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۳۸) درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
عبارت  $x^6 + 1$  بر  $x + 1$  بخش پذیر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۳۹) حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2}{|\sin x|}$   
پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۴۰) حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{|2x - 1|}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 9}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۴۱) حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید.  
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۴۲) آیا مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x] - 1}$  وجود دارد؟ چرا؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۴۳) اگر چند جمله‌ای  $x^2 + ax - 8$  بر  $x - a$  بخش پذیر باشد، مقدار a را تعیین کنید.

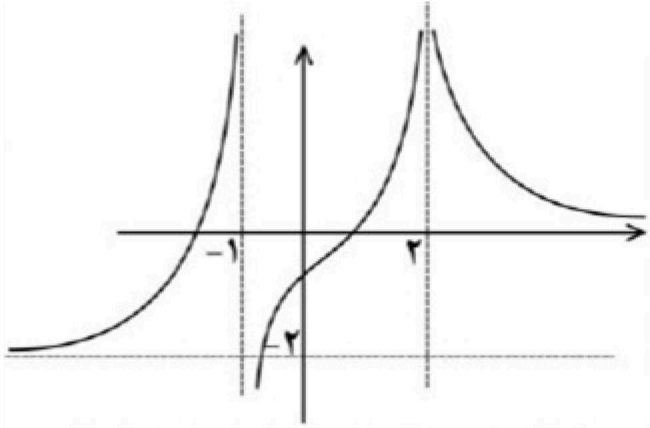
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۴۴ نمودار تابع  $f$  به شکل مقابل است. حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۴۵ اگر  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^3} = +\infty$  باشد، حدود  $a$  را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۴۶ در چند جمله‌ای  $P(x) = x^2 + ax^2 + b$  مقادیر  $a$  و  $b$  را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم  $P(x)$  بر  $x + 1$  برابر  $-1$  و  $P(x)$  بر  $x - 1$  بخش‌پذیر باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

الف)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$

۴۷ حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

ب)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x}$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{5x + 4}$

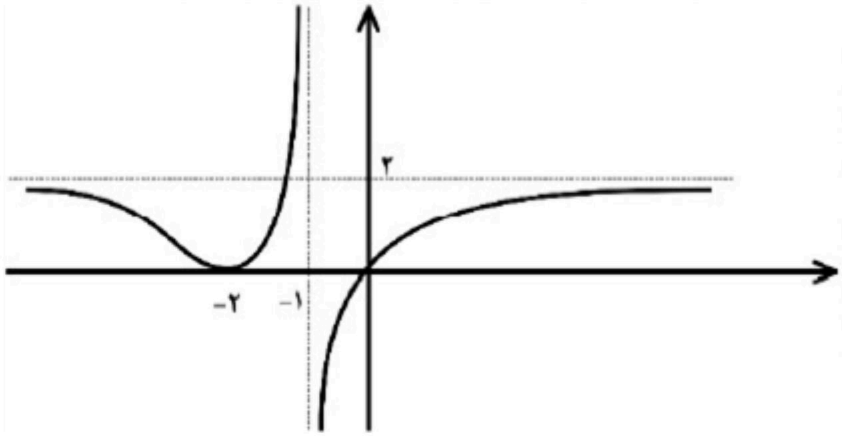
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۴۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- بازه  $(2, 5)$ ، یک همسایگی  $4$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

با توجه به نمودار تابع  $f$ ، موارد زیر را به دست آورید. ۴۹

الف)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$   
 ب)  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \end{cases}$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

حدود زیر را بیابید. ([ ] نماد جزء صحیح است). ۵۰

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{2}{\operatorname{tg} x}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x + 1}{4x - 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x) = x^2 + kx^2 - 3$  بر  $x + 1$  برابر ۲ باشد،  $k$  را تعیین کنید. ۵۱

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3}$$

حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید. ۵۲

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

نمودار تابع  $f$  به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید.

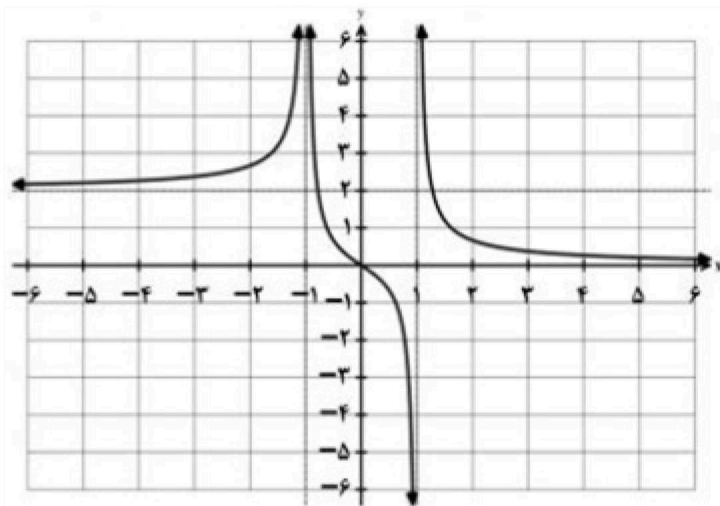
۵۳

الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

ت)  $\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) =$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

۵۴

- باقیمانده تقسیم عبارت  $2x^2 - 5x + 1$  بر  $x - 3$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

۵۵

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x^3}{2x - 1}$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x) = 8x^3 - 4x^2 + 2$  را بر  $2x + 1$  به دست آورید.

۵۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.

۵۷

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x + 2}{5 - x} - \frac{8}{x} \right)$

الف)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{[x] - 2}{|3x - 1|}$

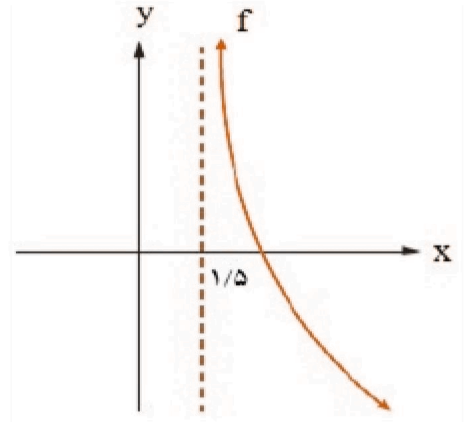
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای  $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  بر  $(x + 2)$  و  $(x - 1)$  بخش پذیر باشد.

۵۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. **۵۹**  
 - با توجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow (1/5)^+} f(x)$  برابر با ..... است.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. **۶۰**

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x}$

الف)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. **۶۱**

- چند جمله‌ای  $1 + x^2 + 2x^3 = p(x)$  بر دو جمله‌ای ..... بخش پذیر است.  $((x+1), (x-1))$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. **۶۲**

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg} x$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

باقیمانده تقسیم عبارت‌های  $p(x) = x^3 + ax + 1$  و  $q(x) = 2x^2 - x + 1$  بر  $(x+2)$  یکسان می‌باشد. مقدار  $a$  را بیابید. **۶۳**

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

حدهای زیر را محاسبه کنید. **۶۴**

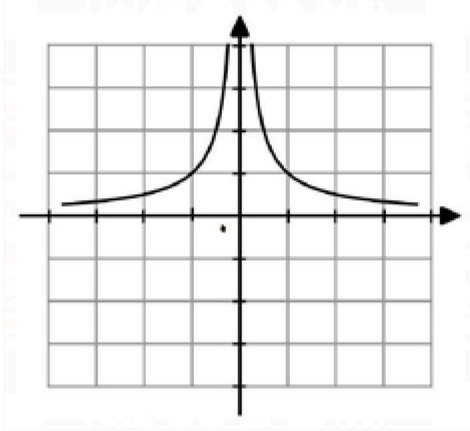
ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\frac{4}{x} - 2}$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{|x-2|}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. ۶۵

- با توجه به شکل مقابل حد تابع  $f(x) = \frac{1}{|x|}$  در نقطه  $x = 0$  برابر است با .....



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. [ ] نماد جزء صحیح است. ۶۶

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})} \frac{[x]}{|3x+1|}$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. ۶۷

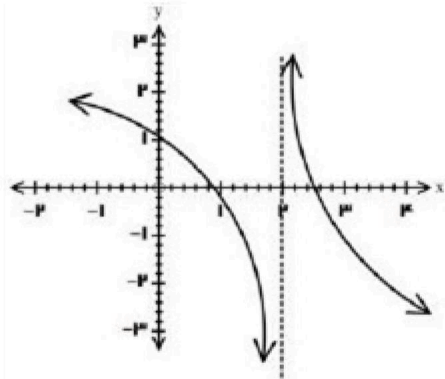
در تقسیم چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x - a$ ، باقیمانده برابر  $p(a)$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

در نمودار تابع  $f(x)$  موارد زیر را مشخص کنید. ۶۸

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = ?$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = ?$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۶۹) حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{2x-10}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۷۰) حدهای زیر را محاسبه کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{[x] + 1}{x + 1}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - x^2}{3x^2 + 2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۷۱) حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

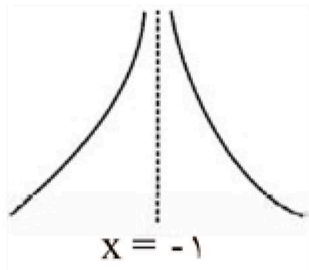
الف)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|}$

پ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۷۲) اگر رفتار تابع  $f(x) = \frac{x+3}{x^2+bx+c}$  در اطراف نقطه  $x = -1$  به صورت شکل زیر باشد، مقدار  $c$  و  $b$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۷۳) حدود زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\operatorname{tg} x}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 + 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۷۴) مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$  بر  $(x-2)$  بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم آن بر  $(x+1)$  برابر ۳ باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۷۵) حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}}$       ب)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۷۶) حدود زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + x}{x^2}$  (الف)

ب)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1}$  (ب)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۷۷) مقدار  $a, b$  را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای  $x^3 + ax^2 + bx + 1$  بر  $x - 2$  و  $x + 1$  بخش پذیر باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۷۸) در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

حد تابع  $f(x) = \frac{5x + 4}{x^3 + x - 8}$  وقتی که  $x \rightarrow -\infty$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

1)  $-\infty$

الف) 
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{x+5}}{x-4} \times \frac{3 + \sqrt{x+5}}{3 + \sqrt{x+5}} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{9 - x - 5}{(x-4)(3 + \sqrt{x+5})}$$

2)

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-x-4}{(x-4)(3 + \sqrt{x+5})} = \frac{-1}{6}$$

ب)  $-\infty$

پ) 
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^r}{x^r} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

الف) 
$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x]}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

3)

ب) 
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - x^r}{2x^r + 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^r}{2x^r} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^r}{2} = -\infty$$

$$\begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 2(-2)^r + a(-2) + b = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow 2(1)^r + a(1) + b = 15 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 14$$

4)

الف) 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1)(x-1)}{(x-1)(x^r+x+1)} = \frac{1}{3}$$

5)

ب) 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^r}{3x^r} = \frac{1}{3}$$
 روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^r \left(1 + \frac{1}{x^r}\right)}{3x^r \left(1 + \frac{1}{3x^r}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^r}{3x^r} = \frac{1}{3}$$
 روش دوم:

ب)  $-\infty$

6) نادرست

الف) 
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 3}{3 - x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

7)

ب) 
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^r + 2x^r + 1}{1 + 8x - x^r} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^r}{-x^r} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 4x = -\infty$$

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

8)

$p(-2) = -1 \Rightarrow -16 - 2m - 1 = -1 \Rightarrow m = -8$

9)  $+\infty$

10) نادرست

الف) روش اول: ۱۱

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt{x} - 2} \times \frac{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x - 8)(\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4)}{x - 8}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 8} (\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4) = 12$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4)}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 8} (\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4) = 12$$

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^\delta + 4}{x^\nu + x^\delta} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^\delta}{x^\delta} = 2$  به روش فاکتورگیری هم به تناسب نمره داده شود.

پ)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x] - 4}{4 - x} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-1}{4 - x} = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x] + \cos x}{\sin x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

الف) روش اول: ۱۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x] + \cos x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{[x]}{\sin x} + \cot x \right) = 0 + \infty = +\infty$$

روش دوم:

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^\nu + 5x + 2}{\nu x^\nu + 3x^\nu} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^\nu}{\nu x^\nu} = \frac{-4}{\nu}$

$$p(-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{3} \\ b = \frac{11}{3} \end{cases}$$

۱۳

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴

تابع  $1 - \cos x$  در یک همسایگی محذوف صفر، مثبت است.

$$x - a = 0 \Rightarrow x = a$$

۱۵

$$a^\nu + a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = -2$$

الف)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2(-2) + 1}{|2^- - 2|} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$

۱۶

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^\nu}{-x^\delta} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{-x^{\delta-\nu}} = 0$

۱۷

۱۸

الف)  $-\frac{1}{2}$

۱۹

ب)  $\frac{1}{(\cdot)^-} = -\infty$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x} + 1} \times \frac{\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)}{(x+1)(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)} = 2$

صفر ۲۰

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2} = \frac{3}{0^+} = +\infty$

۲۱

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x^2(-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^3} = 0$

$x - k = 0 \Rightarrow x = k \Rightarrow p(k) = 0 \Rightarrow k^2 + k^2 + 2 = 0 \Rightarrow k^2 = -1 \Rightarrow k = -1$

۲۲

صفر (یا ۰) ۲۳

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

۲۴

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^2 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^2 = -\infty$

$p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$

۲۵

$p(-1) = 6$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2$

۲۶

ب)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

ج)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3 - [x]}{x - 2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

د)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2 + 7x - 9}{2x^2 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2}{-2x^2} = -3$

$-\infty$  ۲۷

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

۲۸

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{2x^2} = -2$

صفر ۲۹

درست ۳۰

الف)  $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2+2x-15}{x^2+10x+25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{\cancel{(x+5)}(x-3)}{\cancel{(x+5)}(x+5)} = \frac{-8}{0^-} = +\infty$

۳۱

ب)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-x+4}{-2x^2+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$

$p(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$

۳۲

$f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$

درست ۳۳

الف)  $\frac{3}{0^+} = +\infty$

۳۴

ب)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} \times \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4}$

به روش‌های هم‌ارزی و هوپیتال نمره تعلق نمی‌گیرد.

الف) -۳

ب)  $+\infty$

۳۵

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x]-1}{(x-1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty$

۳۶

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4+3x-1}{2+x-x^4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{-x^4} = -1$

$P(2) = 0 \Rightarrow 8 - 2a + b = 0$   
 $P(-1) = 3 \Rightarrow a + b = 4 \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -8 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 0 \end{cases}$

۳۷

نادرست ۳۸

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = 2$

۳۹

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{|\sin x|} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^2} = +\infty$

الف)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{|2x-1|} = \frac{\frac{5}{2}}{0^+} = +\infty$

۴۰

ب)  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{0^+} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)\sqrt{x+1}} = \frac{1}{4}$

۴۱

۴۲ خیر - زیرا تابع  $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$  در همسایگی راست  $x = 1$  تعریف نشده است.

$x = a \Rightarrow 2a^2 - 8 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$

۴۳

الف)  $-\infty$

ب)  $+\infty$

پ)  $-2$

۴۴

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax-3}{(2-x)^2} = \frac{2a-3}{0^+} = +\infty \Rightarrow 2a-3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$

۴۵

$\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a+b=7 \\ a+b=-1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{11}{3}$

۴۶

الف)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} \times \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)} = \frac{1}{6}$

۴۷

ب)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{5x} = -\frac{1}{5}$

۴۸ درست

۲) الف) ۴۹

$$ب) \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \end{cases}$$

الف)  $\frac{1-2}{2^- - 2} = \frac{-1}{-} = +\infty$  ۵۰

ب)  $\frac{2}{\text{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} = \frac{2}{-\infty} = 0$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{4} = +\infty$

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^4 + k(-1)^2 - 2 = 2 \Rightarrow k = 4$  ۵۱

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)(2x-1)} = \frac{1}{5}$  ۵۲

الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  ۵۳

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

ت)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

۴) ۵۴

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{+4}{\cdot^+} = +\infty$  ۵۵

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$

$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow p\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 = r$  ۵۶

الف)  $\frac{-2}{\cdot^+} = -\infty$  ۵۷

ب) -۴

$-8 + 4a - 2b + 2 = 0 \Rightarrow 4a - 2b = 6 \Rightarrow a = 0$  ۵۸

$1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -3$

$+\infty$  ۵۹

الف)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)}{(2x+1)} = \frac{1}{4}$

۶۰

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

(x+1) ۶۱

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$

۶۲

ب)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5(-4 + \frac{5}{x^2})}{x^2(2 + \frac{9}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2)x^3 = -\infty$

$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a-7 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow a = -9$

۶۳

الف)  $\frac{3}{0^+} = +\infty$

۶۴

ب)  $\frac{3+0}{0-2} = \frac{-3}{2}$

+∞ ۶۵

الف)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2-\sqrt{x-1})(2+\sqrt{x-1})}{(x-5)(2+\sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(2+\sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$

۶۶

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{-1}{|3x+1|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی  $-\frac{1}{3}$  با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در  $-\frac{1}{3}$  برابر ۱- است. بنابراین جواب حد برابر  $-\infty$  می‌شود.

ج)  $\frac{3+0}{0-5} = -\frac{3}{5}$

درست ۶۷

الف)  $+\infty$

۶۸

ب)  $-\infty$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x-1})(2 + \sqrt{x-1})}{2(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{2(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \frac{-1}{8}$$

۶۹

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x-3} = \frac{-1}{-} = +\infty$$

$$\text{الف) } \frac{-1}{-} = +\infty$$

۷۰

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2x^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{(2 - \sqrt{x+1})(2 + \sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{-(x-3)} = -24$$

۷۱

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|} = \frac{-3}{+} = -\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{6x^2} = \frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$$

۷۲

$$(-1)^2 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \text{tg } x = -\infty, \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \text{tg } x = +\infty, \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (x+1) = \frac{\pi}{2} + 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\text{tg } x} = 0$$

۷۳

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow p(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -6$$

۷۴

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 3 \Rightarrow a - b = 6$$

$$a = 1, b = -5$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+1)(x + \sqrt{x+6})}{x^2 - x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+1)(x + \sqrt{x+6})}{(x+2)(x-3)} = \frac{24}{5}$$

۷۵

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x-3} = \frac{-1}{-} = +\infty$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)}{x} = \frac{1}{+} = +\infty$$

۷۶

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{4x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x} = 0$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow p(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -9$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 0 \Rightarrow a - b = 0$$

$$a = -\frac{9}{2}, b = -\frac{9}{2}$$

۷۷

صفر ۷۸

# شورتکات جاده نهایی

ریاضی دوازدهم

فصل چهارم



Medical \_ Stus



Kolyze

۱ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.  
تعداد نقاط گوشه‌ای تابع  $y = x + |x|$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۲ یک توده باکتری بعد از  $t$  ساعت دارای جرم  $m(t) = \sqrt{4t + 1} + \frac{t^2}{2}$  گرم است.  
الف) آهنگ تغییر متوسط تابع  $m$  در بازه زمانی  $[0, 2]$  را به دست آورید.  
ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه  $t = 2$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۳ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

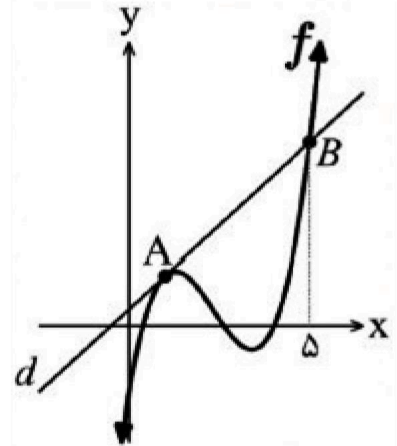
الف)  $f(x) = \left(\frac{2x-1}{x}\right)^{14.4}$       ب)  $g(x) = \sqrt[3]{5x+3}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۴ مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + [x] & x > 1 \\ 6x - 2 & x \leq 1 \end{cases}$  را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه‌ای به طول ۱ بررسی کنید.  
([ ] علامت جزء صحیح است.)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۵ در شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $A(1, 3)$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است. اگر  $f'(1) = 2$  باشد، آنگاه عرض نقطه  $B$  را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۶ معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = \sqrt{3t+1}$  بر حسب متر است. سرعت لحظه‌ای آن را در لحظه  $t = 5$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۷ تابع  $f(x) = |4 - x^2|$  را در نظر بگیرید. با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم‌مماس چپ تابع را در نقطه  $x = -2$  محاسبه کنید.

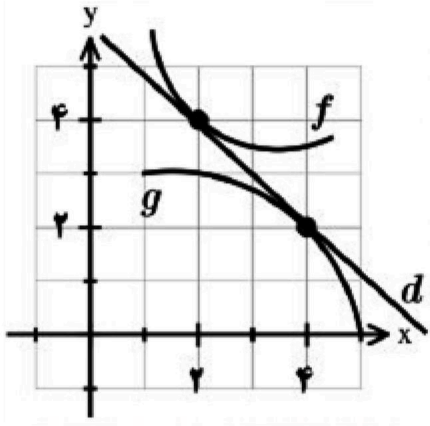
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

تابع  $y = \begin{cases} 2x + 1 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$  در نقطه به طول  $x = 1$  مشتق‌پذیر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۹ در شکل روبه‌رو نمودار توابع  $f$  و  $g$  رسم شده و خط  $d$  بر هر دو نمودار مماس است. مقدار  $\frac{g'(4)}{g(4)f'(2)}$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۱۰ اگر  $f(x) = 2x^2 - 1$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع از  $x = 2$  تا  $x = 5$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۱ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

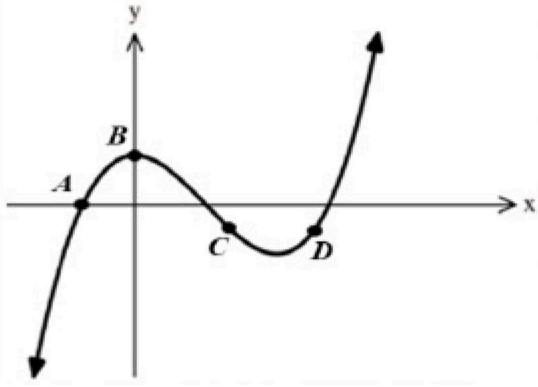
الف)  $f(x) = (5\sqrt{x} + 2)\left(\frac{1}{x}\right)$       ب)  $g(x) = (2x^3 + 5)^4$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۲ شیب نیم‌مماس چپ  $f(x) = |x^2 - 4|$  در نقطه  $x = 2$  را با استفاده از تعریف مشتق به دست آورده سپس معادله نیم‌مماس چپ را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۳) نقاط  $A, B, C$  و  $D$  روی نمودار تابع  $f$ ، به صورت مقابل مشخص شده‌اند. الف) در کدام نقطه مقدار مشتق مثبت و مقدار تابع صفر است؟ ب) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق هر دو منفی است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۴) جمله زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.

اگر  $f(x) = 4x^5 + 2$ ، مقدار  $f'(1)$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۵) معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 - 3t + 12$  بر حسب متر در بازه زمانی  $[1, 6]$  داده شده است.

الف) سرعت متوسط متحرک را در بازه  $[1, 6]$  به دست آورید.

ب) سرعت لحظه‌ای متحرک را در لحظه  $t = 2$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۶) مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف)  $f(x) = (\sqrt{x} + 3x)^v$

ب)  $g(x) = \text{Cos}^3(4x)$

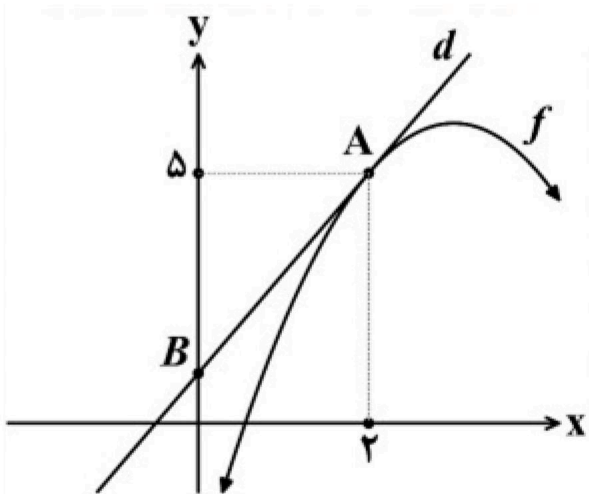
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۷) با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = x|x-1|$  را در نقطه  $x = 1$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۸) در شکل مقابل، خط  $d$  بر نمودار تابع  $f$  در نقطه  $A = (2, 5)$  مماس است.

اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{h} = -2$ ، آنگاه معادله خط  $d$  و عرض نقطه  $B$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۹) جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.  
خط ..... مماس قائم منحنی تابع  $y = \sqrt{x+3}$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

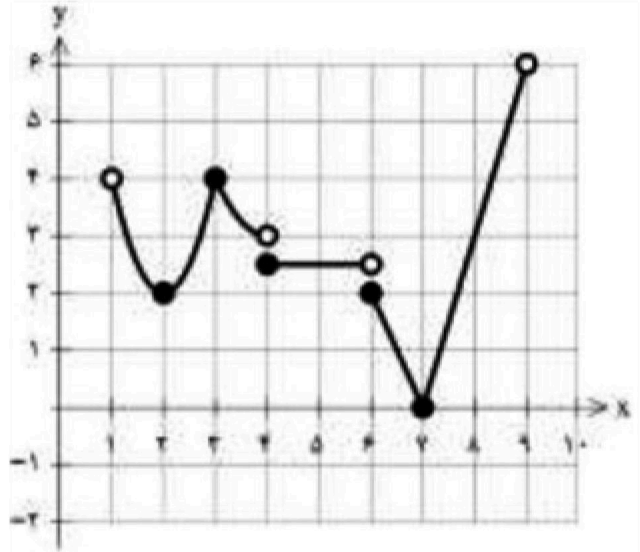
۲۰) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- اگر  $f(x) = \sin x$ ، آنگاه  $f'(\frac{\pi}{2}) = f''(\pi)$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۲۱) تابع  $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$  قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد، که در آن  $x$  مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. آهنگ لحظه‌ای تغییر قد کودک را در ۲۵ ماهگی به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۲) نمودار تابع  $f$  در زیر رسم شده است.  
الف) تابع  $f$  در چند نقطه از دامنه‌اش مشتق‌ناپذیر است؟  
ب) آیا تابع  $f$  روی بازه  $[4, 6]$  مشتق‌پذیر است؟ چرا؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۳) اگر  $g(2) = 5$ ،  $g'(2) = 3$  و  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = 4$  باشد، آنگاه مشتق تابع  $h(x) = (f \circ g)(x)$  را در  $x = 2$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۴) مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).  
الف)  $f(x) = (x^3 + 6x)\sqrt{x}$   
ب)  $g(x) = \frac{2x + 3}{5x^2 + 4}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۵) مشتق تابع  $f(x) = x^2 + 1$  را در  $x = 2$  با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۶) آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $g(x) = \sqrt{x}$  را در نقطه  $x = 27$ ، به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

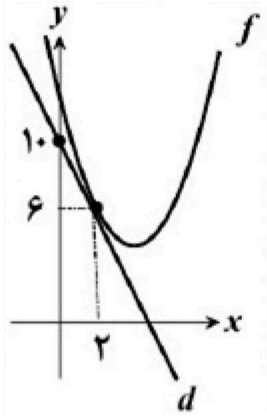
۲۷ اگر  $f$  تابعی پیوسته با دامنه اعداد حقیقی باشد و  $f(3) = 8 + f(1)$ ، آنگاه آهنگ متوسط تغییر تابع  $f$  را در بازه  $[1, 3]$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۸ به کمک تعریف مشتق، متشقی پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 4x & x < 1 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 1$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۹ مطابق شکل روبه‌رو، خط  $d$  بر نمودار تابع  $f$  در نقطه  $(2, 6)$  مماس است. حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{3h}$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۳۰ جای خالی را با توجه به عبارتهای داخل پرانتز، کامل کنید. مشتق تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  در  $x = 1$  برابر ..... است. (صفر، یک)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

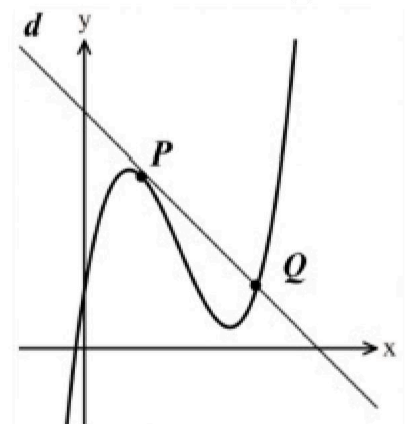
۳۱ تابع  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$  مفروض است. در نقطه  $x = a$ ، آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع کمتر از آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[0, 3]$  است، محدوده  $a$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۲ مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$  را در نقطه  $x = 2$  با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۳ مطابق شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $P(1, 2)$  بر نمودار تابع  $f$  مماس و در نقطه  $Q(2a + 1, a)$  آن را قطع می‌کند. اگر  $f'(1) = -1$  مقدار  $a$  را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۴) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$  در نقطه  $x = 1$  مشتق پذیر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۵) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- نقطه  $x = 0$  یک نقطه گوشه‌ای تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۶) تابع  $f(x) = x^3 + x - 5$  را در نظر بگیرید.

الف) آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  را در بازه  $[0, 3]$  به دست آورید.  
ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $f$  در چه نقطه‌ای از بازه  $[0, 3]$  برابر ۱۳ است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۷) مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف)  $f(x) = (2x^6 + \sqrt{2x})^5$       ب)  $g(x) = \frac{2x^3 - 1}{-x^2 + 2x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۸) شیب خط مماس بر منحنی  $f(x) = x^2 - x$  در نقطه  $x = 3$  را با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۹) گنجایش ظرفی ۲۰ لیتر مایع است. در لحظه  $t = 0$  سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود اگر حجم مایع باقیمانده در ظرف

پس از  $t$  ثانیه از رابطه  $V = 20 \left(1 - \frac{t}{50}\right)^2$  به دست آید در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[0, 50]$  می‌شود؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۴۰) مشتق پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x < 2 \\ 6x - 4 & x = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 6 & x > 2 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 2$  بررسی کنید.

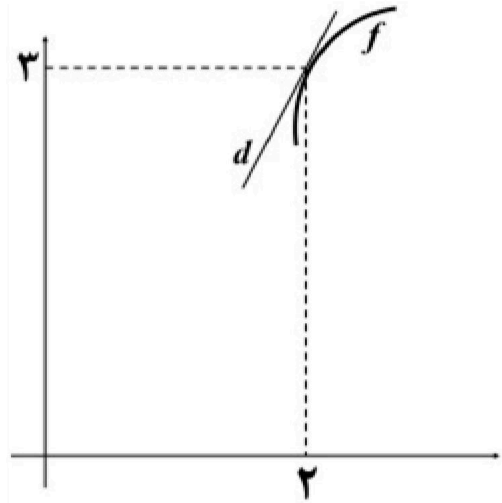
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۴۱) مشتق تابع داده شده را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$h(x) = \left(\frac{\sqrt{1-3x}}{7+x}\right)^6$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۴۲ با توجه به شکل، اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5f(x) - 15}{x - 2} = 10$  باشد، معادله خط  $d$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۴۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
تابع  $f(x) = |x - 1|$  در تمام نقاط حقیقی پیوسته است پس در  $R$  مشتق پذیر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۴۴ تابع  $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$  قد متوسط کودکان را برحسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می دهد که در آن  $x$  مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است.  
الف) آهنگ متوسط رشد در بازه  $[0, 25]$  را به دست آورید.  
ب) آهنگ لحظه ای تغییر قد کودک در ۴۹ ماهگی را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۴۵ اگر  $f(x) = |x|(x - 2)$  باشد. به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع  $f$  را در نقطه  $x = 0$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۴۶ اگر  $f(2) = 7$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{2x - 4} = 5$  باشد، مشتق تابع  $g(x) = xf(x)$  را در  $x = 2$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۴۷ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.  
اگر  $f(x) = x^3 + 4x^2 - 1$  باشد، حاصل  $f'''(-1)$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۴۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
خط  $x = 2$  مماس قائم بر منحنی تابع  $f(x) = \sqrt{x - 2}$  در نقطه  $(2, 0)$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۴۹ تابع  $f(x) = x^2 - x$  را در نظر بگیرید.  
الف) آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  را در بازه  $[0, 2]$  به دست آورید.  
ب) حدود  $x$  را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه ای تابع  $f$  از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه  $[0, 2]$  بزرگتر باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۵۰ مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$f(x) = (x - 6)^2 + \frac{5x + 3}{\sqrt{2x - 1}}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۵۱ با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم‌مماس چپ تابع  $f(x) = |x^2 - 4|$  را در  $x = 2$  بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۵۲ اگر نمودار تابع  $f$  از نقطه  $A(2, 4)$  بگذرد و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$  باشد، معادله خط مماس بر نمودار  $f$  را در نقطه  $A$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۵۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  در  $x = 0$  مشتق‌پذیر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۵۴ جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادله  $h(t) = -5t^2 + 40t$  به دست می‌آید. ( $t$  برحسب ثانویه)  
الف) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی  $[3, 4]$  را به دست آورید.  
ب) لحظه‌ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر  $20 \frac{m}{s}$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۵۵ اگر  $f'(1) = 3$ ,  $g'(1) = 5$  و  $f(1) = 1$ , مقدار مشتق  $(f + g)$  در  $x = 1$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۵۶ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

اگر  $f'(4) = 2$  و  $f(4) = -1$ , خط مماس بر نمودار  $f$  در  $x = 4$ , محور  $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض ..... قطع می‌کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۵۷ مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} |x| & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 0$  به کمک تعریف مشتق بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۵۸ معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = 2t^3 + t - 1$  است:

الف) سرعت متوسط متحرک در بازه  $[1, 2]$  را محاسبه کنید.

ب) سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه  $t = 2$  چقدر است؟

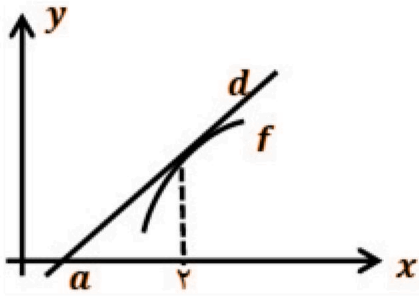
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۵۹ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف)  $f(x) = (2\sqrt{x} + 1)(x^4 - 2x)$       ب)  $g(x) = \frac{3x + 1}{x^5 - x + 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

60 خط  $d$  در نقطه با طول  $x = 2$  بر نمودار تابع  $f(x) = -x^2 + 6x - 5$  مماس است. با توجه به شکل مقدار  $a$  (نقطه برخورد خط  $d$  با محور  $x$  ها) را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه 1402

61 آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = \sqrt{x+5}$  را وقتی متغیر از  $x = -1$  به  $x = 4$  تغییر می‌کند، به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه 1402

62 اگر  $f(x) = 2x^2 + 1$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  باشند. حاصل  $(f \times g)'(1) + (f + g)'(4)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه 1402

63 تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$  را در نظر بگیرید. مشتق‌پذیری تابع را در نقطه  $x = 1$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه 1402

64 درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- تابعی وجود ندارد که برای آن شرایط  $f(a) = 0$  و  $f'(a) = 0$  برقرار باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه 1402

65 معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 + 2t + 3$  بر حسب متر در بازه زمانی  $[0, 2]$  (ت بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی  $[0, 2]$  با هم برابرند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه 1402

66 مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف)  $g(x) = \frac{(2x-1)^4}{x^3+8}$       ب)  $f(x) = \sqrt{2x+1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه 1402

67 اگر  $f(x) = \frac{1}{x}$  آن‌گاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید:  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه 1402

68 جمله‌ی زیر را کامل کنید.  
اگر  $f(x) = -x^2$  آن‌گاه  $f''(1)$  برابر است با .....

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه 1402

69 تابعی با ضابطه  $f(x) = \frac{3x-6}{x^2+2}$  را در نظر بگیرید:  
الف) آهنگ تغییر متوسط در بازه  $[-2, 0]$  را به دست آورید.  
ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x = -1$  را به دست آورید.

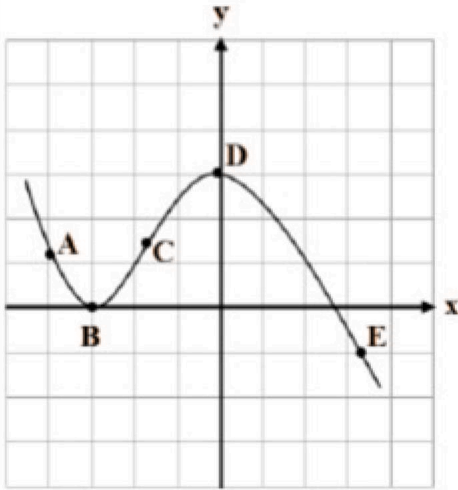
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه 1402

۷۰ با استفاده از تعریف مشتق تابع، مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = \sqrt{x-2}$  را در نقطه  $x = 2$  بررسی نمایید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۷۱ با توجه به نمودار تابع مقابل:

- الف) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع منفی است؟  
 ب) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع برابر صفر است؟  
 پ) در بین نقاط داده شده کدام نقطه بیشترین شیب را دارد؟  
 ت) شیب نقاط D و A را با هم مقایسه نمایید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۷۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
 - اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن همواره صعودی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۷۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
 - تابع  $f$  روی بازه  $(a, b)$  مشتق‌پذیر است هرگاه، در هر نقطه این بازه مشتق‌پذیر باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۷۴ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$  در نقطه‌ای به طول  $x = 2$  چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[-2, 0]$  است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۷۵ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

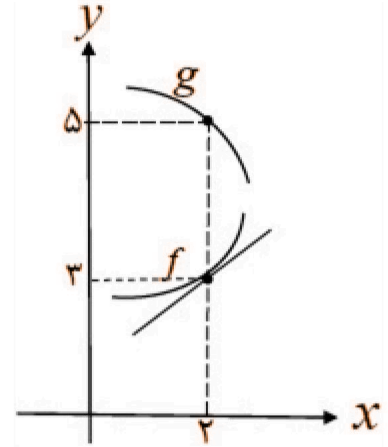
الف)  $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^2 + 4)$

ب)  $g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x - 6}$

پ)  $h(x) = (2x^5 - 1)^4$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۷۶ با توجه به نمودارهای توابع  $f$  و  $g$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$  چند برابر  $f'(2)$  است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۷۷ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- نقطه  $(1, 1)$  یک نقطه گوشه‌ای برای تابع  $f(x) = |2 - x^2|$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۷۸ در تابعی با ضابطه  $f(t) = \frac{120}{t} + 5$  مجموع آهنگ لحظه‌ای تغییر در لحظه  $t = 2$  و آهنگ متوسط تغییر تابع  $f(t)$  در بازه  $[4, 6]$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۷۹ با استفاده از تعریف مشتق نشان دهید اگر  $f(x) = \sqrt{x}$  آنگاه  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۸۰ مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & x < 1 \\ 2x^2 - 3 & x \geq 1 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 1$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

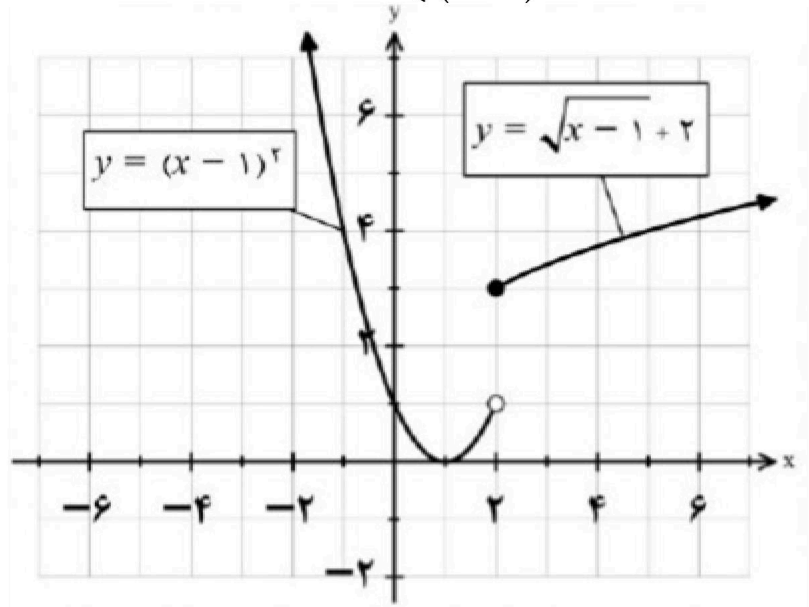
۸۱ جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله  $h(t) = -4t^2 + 40t$  به دست می‌آید.  
الف) سرعت متوسط در بازه  $[2, 4]$  را بیابید.  
ب) در چه زمانی سرعت لحظه‌ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۸۲ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)  
الف)  $f(x) = x(x - 1)(x + 1)$       ب)  $g(x) = \left(\frac{2x - 1}{x + 1}\right)^3$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۸۳ نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$  به صورت مقابل است:



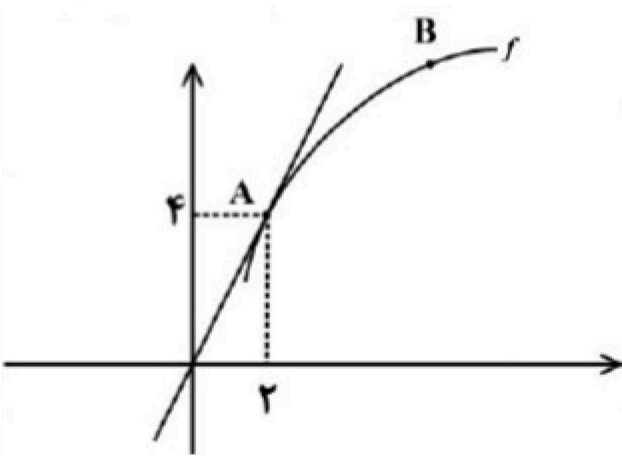
الف) آیا تابع  $f$  در نقطه  $x = 2$  مشتق پذیر است؟  
 ب) آیا تابع در بازه  $(-\infty, 2)$  مشتق پذیر است؟ چرا؟  
 پ) مشتق راست تابع  $f$  در نقطه  $x = 2$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۸۴ نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل رسم شده است. اگر خط  $d$  در نقطه  $A$  بر نمودار تابع  $f$  مماس باشد:

الف) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$  را بیابید.

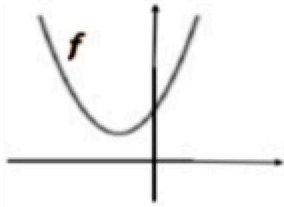
ب) شیب خط های مماس در نقاط  $A$  و  $B$  را مقایسه کنید.



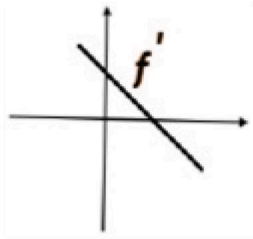
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۸۵ یک توده باکتری پس از  $t$  ساعت دارای جرم  $m(t) = \sqrt{t} + 2t$  گرم است. در چه لحظه‌ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی  $0 \leq t \leq 4$  می‌شود؟

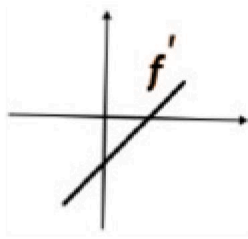
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱



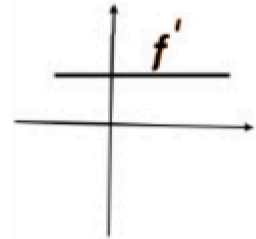
۸۶ با توجه به نمودار تابع  $f$ ، نمودار  $f'$  را با ذکر دلیل مشخص کنید.



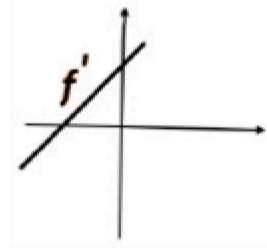
(۳)



(۲)



(۱)



(۴)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۸۷ معادله خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را در نقطه‌ای به طول  $x = 0$  واقع بر نمودار تابع بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۸۸ تابع  $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$  قد متوسط کودکان را برحسب سانتی‌متر تا حدود شصت ماهگی نشان می‌دهد، که در آن  $x$  مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است. آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی  $[0, 25]$  چقدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۸۹ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

ب)  $g(x) = (\sqrt{3x+1})(x^2 + 2x)$

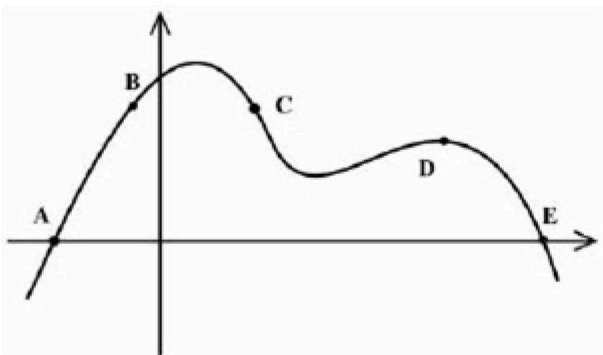
الف)  $f(x) = \frac{-2x+3}{x+4}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۹۰ معادله نیم مماس راست تابع  $f(x) = |x^2 - 1|$  را در نقطه‌ای به طول  $x = 1$  واقع بر منحنی بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۹۱ از بین نقاط مشخص شده A و B و C و D و E روی نمودار مقابل، در کدام نقطه:  
الف) مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است؟  
ب) مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

۹۲ - تابع  $[x] (x^2 - 1)$  در  $x = 1$  مشتق پذیر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۹۳ معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = 2t^2 - t + 3$  برحسب متر است. (t برحسب ثانیه است).

(الف) سرعت متوسط تابع در بازه  $[0, 3]$  را به دست آورید.

(ب) سرعت لحظه‌ای تابع را در  $t = 4$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۹۴ معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 - t + 10$  برحسب متر در بازه  $[0, 5]$  (t برحسب ثانیه) داده شده است.

سرعت متوسط را در بازه زمانی  $[0, 5]$  و سرعت لحظه‌ای را در لحظه  $t = 2$  به دست آورید.

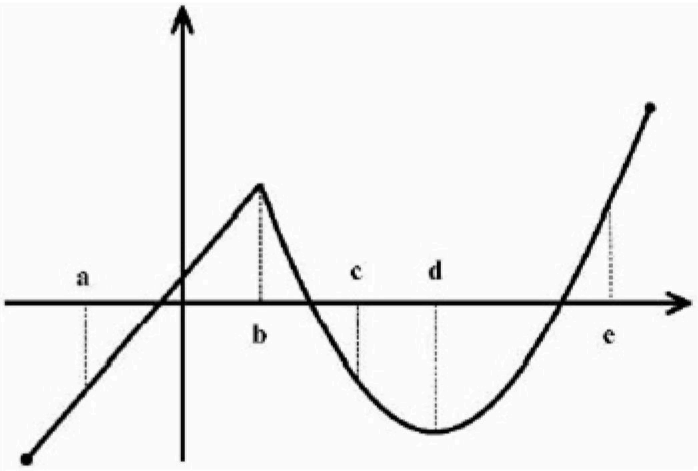
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۹۵ با در نظر گرفتن نمودار تابع f در شکل مقابل از بین نقاط مشخص شده مطلوب است طول نقطه‌ای که:

(الف) تابع در آن مشتق پذیر نیست.

(ب) مماس در آن موازی محور طول‌هاست

(پ) مشتق و مقدار تابع در آن مثبت است.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۹۶ مشتق پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$  را در  $x = 1$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۹۷ مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

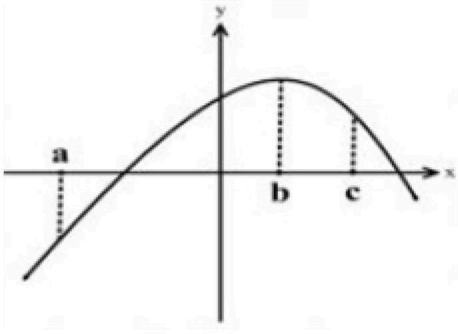
$$f(x) = \sqrt{\frac{9x - 2}{x + 1}}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۹۸ اگر توابع  $f, g$  مشتق پذیر باشند و  $f(2) = 3, f'(2) = 5, g(2) = 8, g'(2) = -6$  حاصل  $(fg)'(2)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

با توجه به نمودار تابع  $f$ ، اگر شیب خط مماس در نقاط  $a, b, c$  به ترتیب با  $m_c, m_b, m_a$  نمایش داده شود. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ ۹۹



- ۱)  $m_c > m_b > m_a$     ۲)  $m_b > m_a > m_c$     ۳)  $m_a > m_b > m_c$     ۴)  $m_c = m_b = m_a$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

اگر  $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 0 \\ x^2 + 3x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$  در  $x = 0$  مشتق‌پذیر باشد، مقدار  $a$  را محاسبه کنید. ۱۰۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

اگر سرعت متوسط یک متحرک در یک بازه برابر ۲ متر بر ثانیه باشد و معادله حرکت متحرک به صورت  $f(t) = t^3 - t$  برحسب متر باشد. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای متحرک برابر سرعت متوسط آن است. ۱۰۱

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = |2x - 4|$  را در  $x = 2$  بررسی کنید. ۱۰۲

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. ۱۰۳  
- اگر تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته باشد و در این نقطه، مشتق چپ و راست نامتناهی باشد آنگاه  $f'(a)$  وجود ندارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

دوچرخه‌سواری طبق معادله  $d(t) = \frac{1}{3}t^3 + 10t$  حرکت می‌کند که در آن  $0 \leq t \leq 6$  برحسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در  $t = 2$  چه قدر است؟ ۱۰۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) ۱۰۵

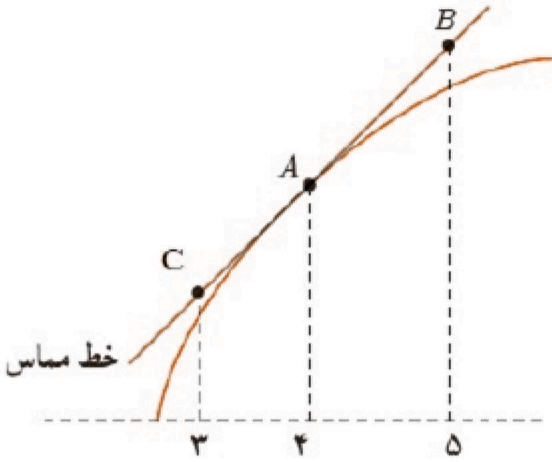
الف)  $f(x) = (x^2 - 6)^3 \left( \frac{1}{4}x + 1 \right)$

ب)  $g(x) = \sin^3(5x)$

پ)  $h(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^3 - 2x + 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۰۶ برای تابع  $f$  در شکل مقابل داریم:  $f'(4) = 1/5$  و  $f(4) = 25$ . با توجه به شکل مختصات نقاط  $B$  و  $C$  را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۰۷ در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ x+2 & x \geq -1 \end{cases}$  نشان دهید  $f'_+(-1)$  و  $f'_-(-1)$  موجودند، ولی  $f'(-1)$  موجود نیست.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۰۸ جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.  
- اگر  $f'(5) = 2$  و  $g'(5) = -1$  در این صورت  $(2f - g)'(5)$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۰۹ معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 - t + 10$  برحسب متر در بازه  $[0, 5]$  (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی  $[0, 5]$  با هم برابرند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۱۰ اگر توابع  $f, g$  مشتق‌پذیر باشند و  $f'(1) = 3$  و  $g'(1) = 5$  مقادیر  $(3f + 2g)'(1)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۱۱ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).  
الف)  $f(x) = (x^2 + 2x - 1)^5$       ب)  $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^2+1)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۱۲ مشتق‌پذیری تابع مقابل را در نقطه  $x = -1$  بررسی کنید.  
 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq -1 \\ 2x + 6 & x < -1 \end{cases}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۱۳ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$  متوسط قد کودکان تا شصت ماهگی را نشان می‌دهد که در آن  $x$  مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است.

الف) آهنگ تغییر متوسط رشد در بازه‌ی زمانی  $[0, 25]$  چه قدر است؟  
ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد در ۴۹ ماهگی چه قدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۱۴ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)  
الف)  $f(x) = (x^2 + 2x + 1)^5$       ب)  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+2}}$

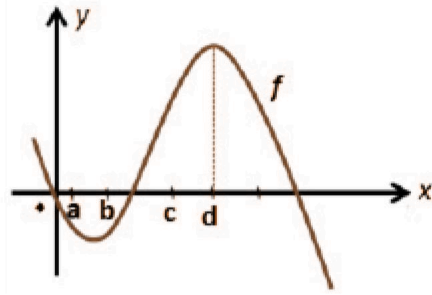
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۱۵ اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$  نشان دهید  $f'_-(0)$  و  $f'_+(0)$  موجودند ولی  $f'(0)$  موجود نیست.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۱۶ با در نظر گرفتن نمودار تابع  $f$  در شکل زیر، نقاط به طول‌های  $a, b, c, d$  را با مشتق‌های داده در جدول نظیر کنید.

$x$	$f'(x)$
	۰
	۰/۵
	۲
	-۰/۵



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۱۷ تابعی با ضابطه  $f(t) = \frac{240}{t}$  مفروض است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع  $f$  در لحظه  $t = 4$  از آهنگ متوسط تغییر تابع  $f$  از لحظه  $t = 3$  تا  $t = 5$  چه مقدار بیش‌تر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۱۸ مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = 4x(1 - |x|)$  را در نقطه  $x = 0$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

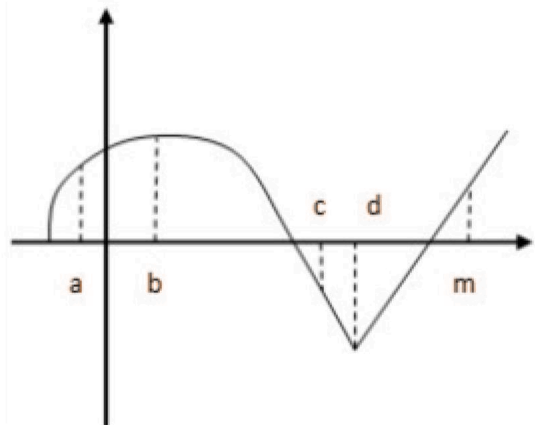
۱۱۹ جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.  
- شیب خط مماس بر منحنی  $y = 1 - 5x^2 - 2x$  در نقطه‌ای به طول ۲- واقع بر آن برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۲۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- تابع  $f(x) = [x]$  در نقطه  $x = 0$  مشتق‌پذیر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۲۱ با توجه به نمودار  $f$  به سؤالات زیر پاسخ دهید.  
الف) طول نقطه‌ای که مشتق در آن صفر است را بنویسید.  
ب) طول نقطه «گوشه‌ای» را بنویسید.  
پ) طول نقطه‌ای که در آن مقدار تابع و شیب خط هر دو منفی است، را بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۲۲ معادله خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = x^3 - 2x$  را در نقطه  $A(1, f(1))$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۲۳ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.  
- اگر تابع  $f$  در  $x = a$  مشتق پذیر باشد، آنگاه  $f$  در  $a$  ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۲۴ جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر می‌گیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله  $h(t) = -5t^2 + 40t$  به دست می‌آید:  
الف) سرعت متوسط جسم را در بازه  $[5, 8]$  به دست آورید.  
ب) مشخص کنید در چه لحظه‌ای سرعت جسم  $\frac{m}{s}$  ۳۵ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

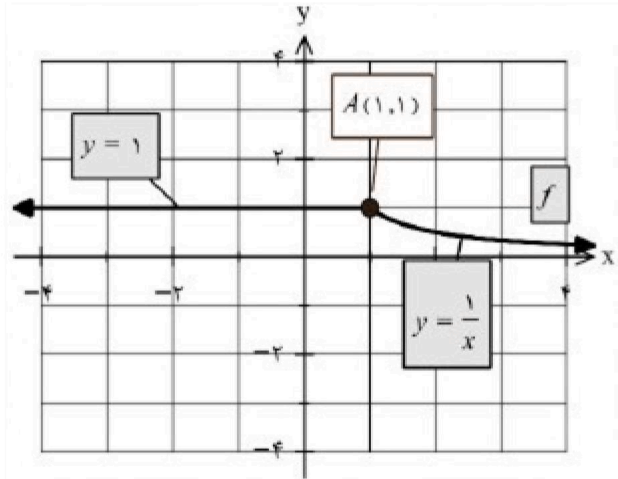
۱۲۵ جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنید ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله  $h(t) = -5t^2 + 40t$  به دست می‌آید. مطلوب است:  
الف) سرعت متوسط در بازه  $[1, 2]$   
ب) سرعت لحظه‌ای در زمان  $t = 3$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۲۶ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)  
الف)  $f(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$   
ب)  $g(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^2$

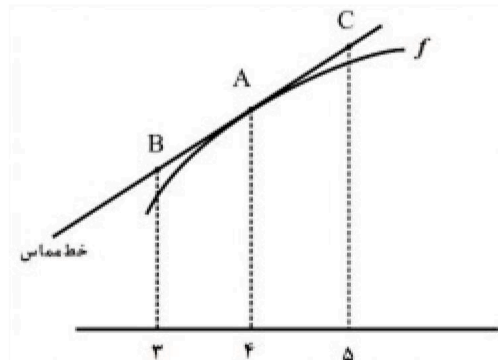
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۲۷ با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع  $f$  در نقطه‌ی  $A$ ، نشان دهید که تابع  $f$  در نقطه  $A$  مشتق پذیر نیست.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۲۸ برای تابع  $f$  در شکل روبه‌رو داریم  $f'(4) = 1/5$  و  $f(4) = 24$  با توجه به شکل، مختصات نقاط  $B$  و  $C$  را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۲۹ در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

اگر  $h(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$  باشد، آنگاه  $h'(1)$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۳۰ درست یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.

اگر خط  $x = a$  مماس قائم بر منحنی تابع  $f(x)$  در نقطه  $(a, f(a))$  باشد آن گاه  $f'(a)$  موجود است.

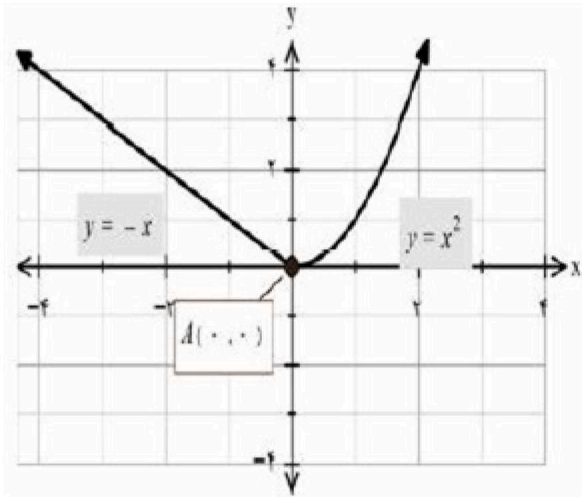
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۳۱ معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 - t + 10$  برحسب متر در بازه زمانی  $[0, 5]$  (t برحسب ثانیه) داده شده

است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی  $[0, 5]$  با هم برابرند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۳۲ با محاسبه مشتق چپ و راست تابع داده شده در نقطه A، نشان دهید این تابع در نقطه A مشتق‌پذیر نیست.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

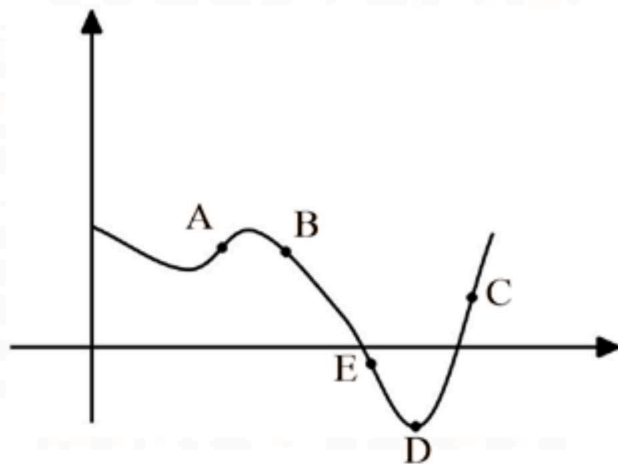
۱۳۳ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

(الف)  $f(x) = \left(\frac{x^2}{3x-1}\right)^5$  (ب)  $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

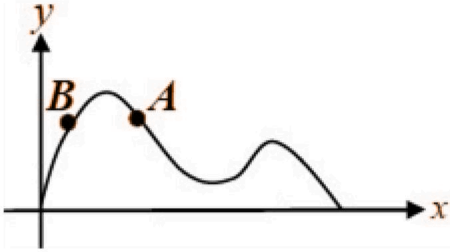
۱۳۴ نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (یک نقطه اضافی است)

شیب	نقطه
-۳	
-۱	
۰	
۱	



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۳۵ در نمودار  $y = f(x)$  شیب نمودار در نقاط  $A, B$  و شیب خط  $AB$  را، از کوچکترین به بزرگترین مرتب کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۳۶ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$f(x) = (4x^3 - 7)(2x - 1)^4 \quad \text{الف}$$

$$g(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos x} \quad \text{ب}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۳۷ مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 1$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۳۸ جسمی از سطح زمین به طور عمودی پرتاب شده است، که معادله ارتفاع آن از سطح زمین به صورت  $f(t) = -2t^2 + 10t$  می‌باشد. سرعت لحظه‌ای این جسم را در  $t = 2$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۳۹ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.  
اگر تابع  $f$  در  $x = a$  مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه  $f$  در  $a$  ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۴۰ در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید.  
سرعت لحظه‌ای در  $t = 9$  برای متحرکی با معادله حرکت  $f(t) = \sqrt{t}$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۴۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید.  
خط  $x = 1$  مماس قائم منحنی  $f(x) = \sqrt{x}$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۴۲ خودرویی در امتداد خط راست طبق معادله  $d(t) = -5t^2 + 20t$  حرکت می‌کند، که در آن  $0 \leq t \leq 5$  بر حسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در  $t = 2$  چه قدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۴۳ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$f(x) = \frac{3x + 1}{\sqrt{x}} \quad \text{الف}$$

$$g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^v (x^2 + 5x) \quad \text{ب}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

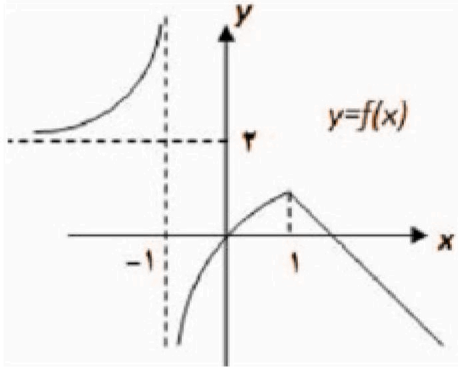
۱۴۴ تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$  داده شده است:  
الف) نشان دهید که  $f'(0)$  وجود ندارد.  
ب) ضابطه‌ی تابع مشتق را بنویسید.  
پ) نمودار تابع  $f'$  را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۴۵) با توجه به نمودار  $y = f(x)$  الف) حدود خواسته شده را بنویسید.

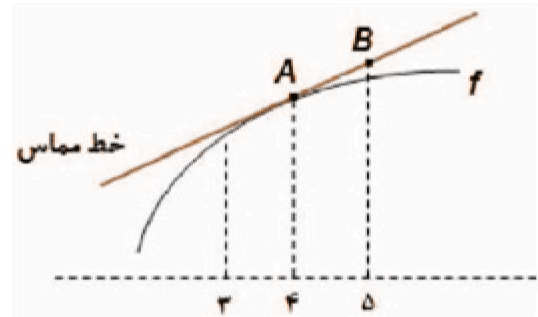
۱)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$   
 ۲)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

ب) تابع  $y = f(x)$  در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده، مشتق پذیر نیست؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۴۶) برای تابع  $f$  در شکل زیر داریم:  $f'(4) = \frac{3}{4}$  و  $f(4) = 27$ . با توجه به شکل، مختصات نقطه  $B$  را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۴۷) مشتق پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$  را در  $x = 0$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۴۸) مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف)  $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^2+1)$   
 ب)  $g(x) = (x^2+3x+1)^5$   
 پ)  $h(x) = \frac{x^2-5x+7}{-2x+9}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۴۹) اگر  $f(x) = x^2 - 3x$  باشد، با استفاده از تعریف مشتق  $f'(1)$  را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۵۰) برای تابع  $f(x) = x^3 - 8$  در نقطه تقاطع آن با محور  $x$ ها معادله خط مماس را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۵۱ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  در  $x = 0$  مشتق پذیر نیست. خط  $x = 0$  را ..... منحنی می نامیم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۵۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

اگر تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته باشد، آن گاه  $f$  در  $a$  مشتق پذیر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۵۳ در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید.

اگر  $f'(1) = 3$  و  $g'(1) = 5$ ، در این صورت  $(3f + 2g)'(1)$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۵۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

تابعی وجود ندارد که برای آن هم  $f'(a) = 0$  و هم  $f(a) = 0$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۵۵ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

اگر تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته نباشد آن گاه  $f$  در  $a$  مشتق پذیر هم نیست.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۵۶ یک توده باکتری پس از  $t$  ساعت دارای جرم  $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$  گرم است.

الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی  $1 \leq t \leq 4$  چند گرم افزایش می یابد؟

ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه  $t = 4$  چه قدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۵۷ مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف)  $f(x) = \left( \frac{-3x + 1}{x^2 + 5} \right)^4$       ب)  $g(x) = \left( \frac{1}{x} \right) (\sqrt{3x + 2})$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

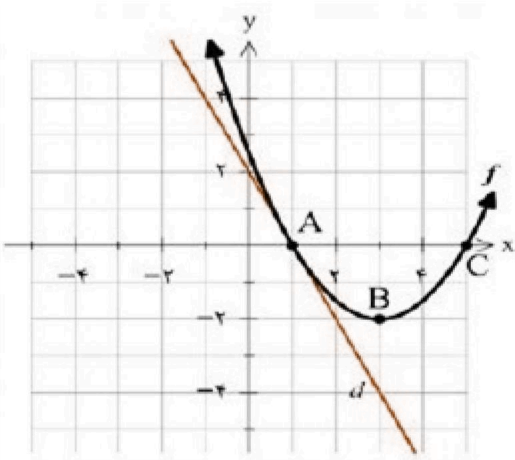
۱۵۸ به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع  $f(x) = |x^2 - 4|$  را در نقطه  $x = -2$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۵۹ در نمودار مقابل خط  $d$  در نقطه  $x = 1$  بر نمودار  $f$  مماس شده است:

الف) مشتق تابع  $f$  را در نقطه  $x = 1$  محاسبه کنید.

ب) شیب نمودار را در نقاط  $C, B$  مقایسه کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۶۰ مشتق‌پذیری تابع  $f(x) = |x^2 - 1|$  را در  $x = 1$  بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۶۱ معادله خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = -x^2 + 10x$  را در نقطه  $A(2, f(2))$  واقع بر نمودار تابع بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

یک ۱

الف)  $\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{m(2) - m(0)}{2 - 0} = \frac{7 - 1}{2} = 3$

۲

ب)  $\text{آهنگ تغییر لحظه‌ای} = m'(t) = \frac{4}{2\sqrt{4t+1}} + \frac{3t^2}{2} \Rightarrow m'(2) = \frac{2}{3} + 6 = \frac{20}{3}$

الف)  $f'(x) = 14 \cdot 4 \left(\frac{2x-1}{x}\right)^{14 \cdot 3} \left(\frac{2(x) - 1(2x-1)}{x^2}\right)$

۳

ب)  $g'(x) = \frac{5}{3(\sqrt{5x+3})^2}$

۴ روش اول:

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^2 + 1 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3(x-1)(x+1)}{(x-1)} = 6$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{6x - 2 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{6(x-1)}{(x-1)} = 6$$

بنابراین تابع در  $x = 1$  مشتق پذیر است.

روش دوم:

$$f'_+(1) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{3(1+h)^2 + [1+h] - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h(3h+6)}{h} = 6$$

$$f'_-(1) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{6(1+h) - 2 - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{6h}{h} = 6$$

بنابراین تابع در  $x = 1$  مشتق پذیر است.

۵ روش اول:

$$f'(1) = 2 = m = \frac{y_B - 3}{5 - 1} = \frac{y_B - 3}{4} \Rightarrow y_B = 11$$

$$m = f'(1) = 2 \Rightarrow y = 2x + 1 \Rightarrow y_B = 11$$

روش دوم:

$$f'(t) = \frac{3}{2\sqrt{4t+1}} \Rightarrow f'(5) = \frac{3}{8}$$

۶

$$m = f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{|4 - x^2| - 0}{x + 2}$$

۷ روش اول:

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} x - 2 = -4$$

$$m = f'_-(-2) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{|4 - (-2+h)^2| - 0}{h}$$

روش دوم:

$$= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{h^2 - 4h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} h - 4 = -4$$

۸ نادرست

$$\text{شیب خط مماس} = \frac{4-2}{2-4} = -1 \Rightarrow \begin{cases} g'(4) = -1 \\ f'(2) = -1 \end{cases} \Rightarrow \frac{g'(4)}{g(4)f'(2)} = \frac{1}{2}$$

۹

$$\frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = \frac{49 - 7}{3} = 14$$

۱۰

۱۱ برای قالب کلی مشتق در نظر گرفته شود.

الف)  $f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{x}} \left(\frac{1}{x}\right) + \left(-\frac{1}{x^2}\right)(5\sqrt{x} + 2)$

ب)  $g'(x) = 4(2x^2 + 5)^3 (6x^2)$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4$$

$y = -4x + 8$

۱۲

ب) C

۱۳ الف) A

۱۴ ۸۰

$$\frac{f(6) - f(1)}{6 - 1} = \frac{30 - 10}{5} = 4$$

۱۵ قسمت الف)

$$f'(t) = 2t - 3 \Rightarrow f'(2) = 1$$

قسمت ب)

الف)  $f'(x) = (7) \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + 3\right) (\sqrt{x} + 3x)^6$

۱۶

ب)  $g'(x) = (3)(4)(-\sin 4x)(\cos^3 4x)$

۱۷ روش اول:

$$\begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(x-1)}{x-1} = 1 \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x(x-1)}{x-1} = -1 \end{cases}$$

با توجه به اینکه  $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ ، نتیجه می‌شود که تابع  $f$  در نقطه  $x = 1$  مشتق‌پذیر نیست.

روش دوم:

$$\begin{cases} f'_+(1) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{(1+h)|h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} (1+h) = 1 \\ f'_-(1) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{(1+h)|h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} -(1+h) = -1 \end{cases}$$

با توجه به اینکه  $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ ، نتیجه می‌شود که تابع  $f$  در نقطه  $x = 1$  مشتق‌پذیر نیست.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{h} = -f' \Rightarrow m = f'(2) = 2$$

۱۸

عرض نقطه B: ۱

معادله خط d:  $y = 2x + 1$

$x = -3$  ۱۹

درست ۲۰

$$f'(x) = \frac{v}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(25) = \frac{v}{10}$$

۲۱

الف) ۴ نقطه ۲۲

ب) خیر - زیرا در  $x = 6$  مشتق چپ (پیوستگی چپ) ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = f'(5) = 4$$

۲۳

$$h'(2) = g'(2)f'(g(2)) = 2 \times f'(5) = 12$$

الف)  $f'(x) = (3x^2 + 6)(\sqrt{x}) + \left(\frac{1}{3\sqrt{x^2}}\right)(x^2 + 6x)$

۲۴

ب)  $g'(x) = \frac{(2)(5x^2 + 4) - (1 \cdot x)(2x + 3)}{(5x^2 + 4)^2}$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 4$$

روش اول: ۲۵

روش دوم:

$$f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 + 4h + h^2 + 1 - 5}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4+h)}{h} = 4$$

$$g'(x) = \frac{1}{3\sqrt{x^2}} \Rightarrow g'(27) = \frac{1}{3\sqrt{27^2}} = \frac{1}{27}$$

روش اول: ۲۶

$$g(x) = x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt{x^2}} \Rightarrow g'(27) = \frac{1}{27}$$

روش دوم:

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{f(1) + 8 - f(1)}{2} = 4$$

روش اول: ۲۷

$$f(3) - f(1) = 8$$

روش دوم:

$$\frac{f(3) - f(1)}{2} = 4$$

در نتیجه:

$$f'_{+}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 3 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2 \quad \text{روش اول: } \boxed{28}$$

$$f'_{-}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x - 4}{x - 1} = 4$$

با توجه به اینکه  $f'_{+}(1) \neq f'_{-}(1)$ ، نتیجه می‌شود که تابع  $f$  در نقطه  $x = 1$  مشتق‌پذیر نیست.

روش دوم:

$$f'_{+}(1) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{(1+h)^2 + 3 - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} h + 2 = 2$$

$$f'_{-}(1) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{4(1+h) - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{4h}{h} = 4$$

با توجه به اینکه  $f'_{+}(1) \neq f'_{-}(1)$ ، نتیجه می‌شود که تابع  $f$  در نقطه  $x = 1$  مشتق‌پذیر نیست.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{3h} = \frac{-1}{3} f'(2) = \frac{-1}{3} \left( \frac{6-10}{2-0} \right) = \frac{2}{3} \quad \boxed{29}$$

صفر  $\boxed{30}$

$$\frac{f(3) - f(0)}{3-0} = \frac{-2-1}{3} = -1 \quad \text{آهنگ متوسط تغییر در بازه } [0, 3]: \boxed{31}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر برابر  $f'(x) = x^2 - 4$  است.

$$f'(a) < -1 \Rightarrow a^2 - 4 < -1 \Rightarrow a^2 < 3 \Rightarrow -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2|}{x - 2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 \end{cases} \quad \boxed{32}$$

پس  $f(x)$  در  $x = 2$  مشتق‌پذیر نیست.

خط  $d$  در نقطه  $P(1, 3)$  بر تابع  $f(x)$  مماس است، بنابراین شیب خط  $d$  برابر  $-1$  است.  $\boxed{33}$

روش اول: معادله خط  $d$  به صورت زیر است:

$$y - 3 = -1(x - 1) \Rightarrow y = -x + 4 \xrightarrow{Q(2a+1, a) \in d} a = -2a - 1 + 4 \Rightarrow a = 1$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a - 3}{2a + 1 - 1} = -1 \Rightarrow a = 1 \quad \text{روش دوم:}$$

نادرست  $\boxed{34}$

نادرست  $\boxed{35}$

$$\text{الف) } \frac{f(3) - f(0)}{3-0} = \frac{25 - (-5)}{3} = 10$$

$$\text{ب) } f'(x) = 3x^2 + 1 = 13 \Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow x = 2$$

$\boxed{36}$

الف)  $f'(x) = \sqrt{2x^6 + \sqrt{2x}} \left( 12x^5 + \frac{2}{2\sqrt{2x}} \right)$

۳۷

ب)  $g'(x) = \frac{6x^2(-x^2 + 2x) - (-2x + 2)(2x^2 - 1)}{(-x^2 + 2x)^2}$

$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 5$

۳۸

آهنگ لحظه‌ای  $= 20(2) \left( 1 - \frac{t}{50} \right) \left( -\frac{1}{50} \right)$  یا  $-\frac{4}{50} \left( 1 - \frac{t}{50} \right)$

۳۹

آهنگ متوسط  $= \frac{0 - 20}{50 - 0} = -\frac{2}{5}$

از برابری آهنگ متوسط و لحظه‌ای نتیجه می‌گیریم  $t = 25$

در  $x = 2$  پیوسته است.

۴۰

$f'(x) = \begin{cases} 4x & x < 2 \\ 2 \left( \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \right) & x > 2 \end{cases} \Rightarrow f'_+(2) = 1, f'_-(2) = 8$

پس در  $x = 2$  مشتق‌پذیر نیست.

$h'(x) = 6 \left( \frac{\sqrt{1-3x}}{7+x} \right)^5 \left( \frac{\left( \frac{-3}{2\sqrt{1-3x}} \right) (7+x) - (1)(\sqrt{1-3x})}{(7+x)^2} \right)$

۴۱

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\Delta(f(x) - f(2))}{x - 2} = \Delta f'(2) = 10 \Rightarrow f'(2) = 2 \Rightarrow y = 2x - 1$

۴۲

نادرست

۴۳

الف)  $\frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{185 - 50}{25} = \frac{25}{25} = \frac{1}{5}$

۴۴

ب)  $f'(x) = 7 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \xrightarrow{x=49} f'(49) = \frac{1}{2}$

$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{|x|(x-2) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \begin{cases} f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x(x-2) - \cdot}{x} = +2 \\ f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x(x-2) - \cdot}{x} = -2 \end{cases}$

۴۵

چون  $f'_-(\cdot) \neq f'_+(\cdot)$  لذا تابع  $f$  در  $x = 0$  مشتق‌پذیر نیست.

$\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{1}{2} f'(2) = 5 \Rightarrow f'(2) = 10$

۴۶

$g'(x) = 1 \times f(x) + x \times f'(x) \Rightarrow g'(2) = 1 \times 7 + 2 \times 10 = 27$

۲ ۴۷

درست ۴۸

الف)  $\left. \begin{aligned} \text{آهنگ متوسط در بازه } [0, 2] &= \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{2 - 0}{2} = 1 \end{aligned} \right\}$

۴۹

ب)  $f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 > 1 \Rightarrow x > 1$

$$f'(x) = 3(x-6)^2 + \frac{5(\sqrt{2x-1}) - \frac{2}{2\sqrt{2x-1}}(5x+3)}{(\sqrt{2x-1})^2}$$

۵۰

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 \quad 51$$

۵۲ فرض کنیم  $y = ax + b$ ، خط مماس بر منحنی  $f$  در نقطه  $(2, 4)$  واقع بر آن باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$y = 3x + b \xrightarrow{(2,4)} b = -2 \Rightarrow y = 3x - 2$$

۵۳ نادرست

الف)  $\left. \begin{aligned} \text{روش اول: } \frac{h(4) - h(3)}{4 - 3} &= \frac{80 - 75}{1} = 5 \end{aligned} \right\}$

۵۴

روش دوم:  $h'(3/5) = -10(3/5) + 40 = 5$

ب)  $h'(t) = -10t + 40 \Rightarrow -10t + 40 = 20 \Rightarrow t = 2$

$$((f + g) \circ f)'(1) = f'(1) \times (f + g)'(f(1)) = f'(1) \times (f'(1) + g'(1)) = 3 \times (3 + 5) = 24 \quad 55$$

۵۶ -۹

۵۷  $f$  پیوسته است.

$$\left. \begin{aligned} f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - 0}{x} = -1 \\ f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{x} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_-(0) \neq f'_+(0) \Rightarrow \text{مشتق ناپذیر}$$

الف)  $\left. \begin{aligned} \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} &= 15 \end{aligned} \right\}$

۵۸

ب)  $f'(t) = 6t^2 + 1 \Rightarrow f'(2) = 25$

الف)  $f'(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)(x^2 - 2x) + (4x^2 - 2)(2\sqrt{x} + 1)$

۵۹

ب)  $g'(x) = \frac{2(x^5 - x + 1) - (5x^4 - 1)(2x + 1)}{(x^5 - x + 1)^2}$

$f'(x) = -2x + 6 \Rightarrow f'(2) = 2$

۶۰

$d : (2, 3), (a, \cdot) : 2 = \frac{\cdot - 3}{a - 2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$\frac{f(4) - f(-1)}{4 - (-1)} = \frac{3 - 2}{5} = \frac{1}{5}$

۶۱

$(f + g)'(4) = f'(4) + g'(4) = (6(4)^2) + \frac{1}{2\sqrt{4}} = 96 + \frac{1}{4}$

۶۲

$f'(1)g(1) + g'(1)f(1) = (6)(1) + \left(\frac{1}{2}\right)(3) = 6 + \frac{3}{2}$

$(f + g)'(4) + (f \times g)'(1) = 96 + \frac{1}{4} + 6 + \frac{3}{2} = \frac{415}{4}$

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1 - 2}{x - 1} = 1$

۶۳

$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 3$

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$  در نتیجه تابع در  $x = 1$  مشتق پذیر نیست.

۶۴ نادرست

$f'(t) = 2t + 2$

۶۵

آهنگ متوسط  $= \frac{f(2) - f(\cdot)}{2 - \cdot} = \frac{11 - 3}{2} = 4$

$2t + 2 = 4 \Rightarrow t = 1$

الف)  $g'(x) = \frac{4 \times 2 \times (2x - 1)^2 (x^2 + 8) - 2x^2 (2x - 1)^2}{(x^2 + 8)^2}$

۶۶

ب)  $f'(x) = \frac{2}{3\sqrt{(2x + 1)^2}}$

$f'(x) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{f(x + h) - f(x)}{h} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{-1}{x(x + h)} = -\frac{1}{x^2}$

۶۷

۶۸ -۶

$$\text{الف) } \frac{f(0) - f(-2)}{0 + 2} = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

۶۹

$$\text{ب) } f'(x) = \frac{-3x^2 + 12x + 6}{(x^2 + 2)^2} \Rightarrow f'(-1) = -1$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{(x-2)^2}} = +\infty$$

۷۰

تابع در نقطه  $x = 2$  مشتق پذیر نیست.

$m_D > m_A$  (ت)

C (پ)

B (ب)

E (الف) ۷۱

نادرست ۷۲

درست ۷۳

$$f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow f'(2) = 13$$

$$\frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1$$

۷۴

پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه  $x = 2$ ، ۱۳ برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[-2, 0]$  است.

$$\text{الف) } f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2 + 4) + 3x^2(\sqrt{3x+2})$$

۷۵

$$\text{ب) } g'(x) = \frac{(-14x)(x-6) - (1)(-7x^2 + 1)}{(x-6)^2}$$

$$\text{پ) } h'(x) = 4(2x^5 - 1)^3(10x^4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$$

۷۶

$$= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = 5f'(2)$$

نادرست ۷۷

$$f'(t) = \frac{-120}{t^2} \Rightarrow f'(2) = \frac{-120}{4} = -30$$

۷۸

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{\left(\frac{120}{6} + 5\right) - \left(\frac{120}{4} + 5\right)}{6 - 4} = \frac{25 - 35}{2} = -5$$

$$\Rightarrow -30 - 5 = -35$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (\text{ص ۹۳})$$

۷۹

(در صورت استفاده از فرمول‌های دیگر مشتق، بارم به تناسب تقسیم شود.)

تابع پیوسته است.

۸۰

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - 3 + 1}{x - 1} = 4$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 4 + 1}{x - 1} = 3$$

$\Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1)$  در نقطه  $x = 1$  مشتق‌ناپذیر است.

(در صورت استفاده از فرمول‌های دیگر مشتق، برای محاسبه مشتق چپ و راست، بارم به تناسب تقسیم شود.)

الف)  $\text{سرعت متوسط} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{96 - 64}{2} = 16$

۸۱

ب)  $h'(t) = -8t + 40 = 16 \Rightarrow t = 3$

الف)  $f(x) = x^3 - x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 1$

۸۲

ب)  $g'(x) = 3 \left( \frac{2x-1}{x+1} \right)^2 \left( \frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} \right)$

الف) خیر - چون ناپیوسته است.

۸۳

ب) بله، در تمام نقاط بازه  $(-\infty, 2)$  مشتق‌پذیر است.

پ)  $x \geq 2: f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = \frac{4}{2} = 2$

۸۴

ب)  $m_A > m_B$

$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 \Rightarrow \text{آهنگ متوسط} = \frac{10 - 0}{4 - 0} = \frac{5}{2}$

۸۵

$\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیر ثابت) است. چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس  $f'$  محور  $x$ ها را در ناحیه  $x < 0$  قطع می‌کند. ۸۶

$x$	$x_S < 0$	
$f$	نزولی	صعودی
$f'$	-	○ +

$$f'(\cdot) = m = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x} - \cdot}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1}{\sqrt{x^2}} = +\infty, A(\cdot, \cdot)$$

۸۷

معادله مماس قائم:  $x = 0$

$$\text{آهنگ متوسط رشد} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{15 - 50}{25} = \frac{7}{5}$$

۸۸

الف)  $f'(x) = \frac{-2(x+4) - 1(-2x+3)}{(x+4)^2}$

۸۹

ب)  $g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}(x^2+2x) + (2x+2)(\sqrt{3x+1})$

$$f'_{+}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2 - 1| - \cdot}{x - 1} = 2 \Rightarrow y - \cdot = 2(x - 1)$$

۹۰

ب) C

الف) A ۹۱

نادرست ۹۲

الف)  $\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{18 - 3}{3} = 5$

۹۳

ب)  $f'(t) = 4t - 1 \Rightarrow f'(4) = 15$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4$$

۹۴

$$f'(t) = 2t - 1 \Rightarrow f'(2) = 2(2) - 1 = 3$$

ب) e

ب) d

الف) b ۹۵

تابع در  $x = 1$  پیوسته است. ۹۶

$$f'_{+}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = 2, f'_{-}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 1 - 2}{x - 1} = 3$$

$f'_{+}(1) \neq f'_{-}(1)$  پس تابع در  $x = 1$  مشتق پذیر نمی‌باشد.

$$f'(x) = \frac{9(x+1) - 1(9x-2)}{(x+1)^2} = \frac{9x+9-9x+2}{(x+1)^2} = \frac{11}{(x+1)^2}$$

۹۷

$$(fg)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = 5 \times 8 + 3(-6) = 22$$

۹۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۹

تابع  $f$  در نقطه  $x = 0$  پیوسته است. ۱۰۰

$$\begin{aligned} f'_+(\cdot) &= 3 \\ f'_-(\cdot) &= a \Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

$$f'(t) = 3t^2 - 1 = 2 \Rightarrow 3t^2 = 3 \Rightarrow t = \pm 1 \Rightarrow t = 1$$

۱۰۱

تابع در این نقطه مشتق پذیر نمی باشد. ۱۰۲

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|2x-4|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x-2)}{x-2} = 2$$

$$\Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2)$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2x-4|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2(x-2)}{x-2} = -2$$

درست ۱۰۳

$$d'(t) = t^2 + 10 \Rightarrow d'(2) = 14$$

۱۰۴

الف)  $f'(x) = 3(2x)(x^2 - 6)^2 \left( \frac{1}{2}x + 1 \right) + \frac{1}{2}(x^2 - 6)^2$

۱۰۵

ب)  $g'(x) = 15 \sin^2(\Delta x) \cos(\Delta x)$

پ)  $h'(x) = \frac{\left( \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) (x^2 - 2x + 1) - (3x^2 - 2)(\frac{1}{2\sqrt{x}})}{(x^2 - 2x + 1)^2}$

$$A(4, 25) \Rightarrow 1/5 = \frac{y_B - 25}{5 - 4}$$

۱۰۶

$$B(5, 26/5), C(3, 23/5)$$

$f'(-1)$  موجود نیست. ۱۰۷

$$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x+2-1}{x+1} = 1$$

$$\Rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$$

$$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2-1}{x+1} = -2$$

۵ ۱۰۸

$$\text{سرعت متوسط} \Rightarrow \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4 \quad (109)$$

$$\text{سرعت لحظه‌ای} \Rightarrow f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$$

$$3f'(1) + 2g'(1) = 9 + 10 = 19 \quad (110)$$

الف)  $f'(x) = 5(x^2 + 2x - 1)^4 (2x + 2)$  (111)

ب)  $g'(x) = \left( \frac{3}{2\sqrt{3x+2}} \right) (x^2 + 1) + (\sqrt{3x+2})(3x^2)$

تابع در  $x = 1$  پیوسته است. (112)

$$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 2 - 4}{x - (-1)} = -2$$

$$\Rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$$

$$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x + 6 - 4}{x - (-1)} = 2$$

$f'(-1)$  موجود نیست.

الف) آهنگ تغییر متوسط  $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{185 - 50}{25} = \frac{7}{5}$  (113)

ب)  $f'(49) = \frac{7}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2\sqrt{49}} = \frac{1}{2}$

الف)  $f'(x) = 5(x^2 + 2x + 1)^4 (2x + 2)$  (114)

ب)  $g'(x) = \frac{(1)(\sqrt{3x+2}) - \frac{3x}{2\sqrt{3x+2}}}{(\sqrt{3x+2})^2}$

$$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x - \cdot}{x - \cdot} = 1$$

تابع در  $x = 0$  پیوسته است. (115)

$$f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x^2 - \cdot}{x - \cdot} = \cdot$$

$f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot)$  پس مشتق تابع در  $x = 0$  موجود نیست.

x	a	b	c	d
f'(x)	-0/5	0/5	2	0

(116)

$$\text{آهنگ لحظه‌ای} \Rightarrow f'(t) = \frac{-24}{t^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{-24}{16} = -15$$

۱۱۷

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{48 - 8}{2} = -16$$

$$-15 - (-16) = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 4x^2 & x \geq 0 \\ 4x + 4x^2 & x < 0 \end{cases}$$

۱۱۸

$$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{4x - 4x^2}{x} = 4$$

$$f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{4x + 4x^2}{x} = 4 \Rightarrow f'_+(\cdot) = f'_-(\cdot) \text{ تابع مشتق‌پذیر است}$$

۱۱۹ ۱۸

۱۲۰ نادرست

۱۲۱

الف)  $x = b$

ب)  $x = d$

پ)  $x = c$

$$f(1) = -1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 1 \Rightarrow y = x - 2$$

۱۲۲

۱۲۳ پیوسته

الف)  $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(8) - h(5)}{8 - 5} = \frac{0 - (75)}{8 - 5} = -25$

۱۲۴

ب)  $h'(t) = -10t + 40 = 25 \Rightarrow t = 0.5$

الف)  $\frac{h(2) - h(1)}{2 - 1} = 25$  سرعت متوسط

۱۲۵

ب)  $h'(t) = -10t + 40 \Rightarrow h'(2) = 10$  سرعت لحظه‌ای

الف)  $f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(9x - 2)}{(\sqrt{x})^2}$

۱۲۶

ب)  $g'(x) = (6x)(2x - 5)^2 + (3)(2)(2x - 5)^2(3x^2 - 4)$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} = -1$$

$$\Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1)$$

۱۲۷

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} = 0$$

$f'(1)$  موجود نیست.

$$\frac{f(4) - f(3)}{4 - 3} = 1/5 \Rightarrow B(3, 22/5)$$

۱۲۸

$$\frac{f(5) - f(4)}{5 - 4} = 1/5 \Rightarrow C(5, 25/5)$$

۱۲۹ ۴۰

۱۳۰ نادرست

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(\cdot)}{5 - \cdot} = 4 \Rightarrow f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$$

۱۳۱

$$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^{\cdot-}}{x^{\cdot-}} = \cdot$$

$$\Rightarrow f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot)$$

۱۳۲

$$f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x^{\cdot-}}{x^{\cdot-}} = -1$$

$f'(\cdot)$  موجود نیست.

الف)  $f'(x) = 5 \left( \frac{x^2}{2x-1} \right)^4 \left( \frac{2x(2x-1) - 2x^2}{(2x-1)^2} \right)$

۱۳۳

ب)  $g'(x) = \left( \frac{3}{2\sqrt{2x+2}} \right) (x^2+1) + 2x^2(\sqrt{2x+2})$

E	B	D	A	نقطه
-3	-1	0	1	شیب

۱۳۴

$m_A < m_{AB} = 0 < m_B$  (ص ۸۲)

۱۳۵

الف)  $f'(x) = (12x^2)(2x-1)^4 + 4(2x-1)^3(2)(4x^2-7)$

۱۳۶

ب)  $g'(x) = \frac{-\cos x(\cos x) - (-\sin x)(1 - \sin x)}{\cos^2 x}$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2x = 2 = f(1)$  تابع پیوسته است.

۱۳۷

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = 2, f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 2}{x - 1} = 2$

$\Rightarrow f'_+(1) = f'_-(1) = 2$  تابع در این نقطه مشتق پذیر است.

$f'(t) = -4t + 10 \Rightarrow f'(2) = -8 + 10 = 2$

۱۳۸

۱۳۹ پیوسته

۱/۶ (۱۴۰)

نادرست (۱۴۱)

(۱۴۲)

$$d'(t) = -1 \cdot t + 20 \Rightarrow d'(2) = 18$$

الف) 
$$f'(x) = \frac{3\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x+1)}{(\sqrt{x})^2}$$

(۱۴۳)

ب) 
$$g'(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)(x^2 + \Delta x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)(2(x^2 + \Delta x)(x^2 + \Delta x)^\Delta)$$

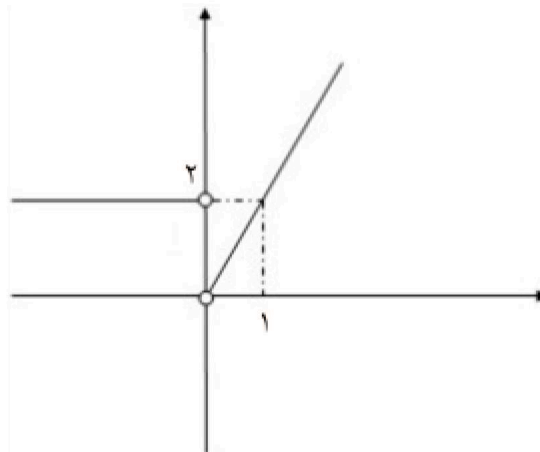
الف) 
$$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^2 - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} x = \cdot$$

$$f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{2x - \cdot}{x - \cdot} = 2$$

$$f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot)$$

مشتق راست و چپ در  $x = 0$  برابر نیست در نتیجه تابع در  $x = 0$  مشتق ناپذیر است.

ب) 
$$f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases}$$



پ)

الف) (۱) ۲ (۲)  $-\infty$  (۱۴۵)

ب) تابع در  $x = -1, x = 1$  مشتق پذیر نیست.

(۱۴۶)

$A(4, 27)$

$$\frac{3}{4} = \frac{y_B - 27}{5 - 4} \Rightarrow B(5, 27/75)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 0$$

۱۴۷

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = 0$$

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{x - 0} = 1$$

پس تابع مشتق پذیر نمی باشد.  $f'_-(0) \neq f'_+(0)$

الف) 
$$f'(x) = \left( \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \right) (x^2 + 1) + (3x^2)(\sqrt{3x+2})$$

۱۴۸

ب) 
$$g'(x) = v(2x+3)(x^2+3x+1)^5$$

پ) 
$$h'(x) = \frac{(2x-5)(-2x+9) - (-2)(x^2-5x+7)}{(-2x+9)^2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = -1$$

۱۴۹

$$x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, 0)$$

۱۵۰

$$f'(x) = 3x^2 \Rightarrow m = f'(2) = 12, y - 0 = 12(x - 2) \Rightarrow y = 12x - 24$$

۱۵۱ مماس قائم

۱۵۲ نادرست

۱۹ ۱۵۳

۱۵۴ نادرست

۱۵۵ درست

الف) 
$$\Delta m = 130 - 3 = 127$$

۱۵۶

ب) 
$$m'(4) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \xrightarrow{t=4} \frac{1}{4} + 96$$

الف) 
$$f'(x) = 8 \left( \frac{-3x+1}{x^2+5} \right)^7 \times \left( \frac{-3(x^2+5) - 2x(-3x+1)}{(x^2+5)^2} \right)$$

۱۵۷

ب) 
$$g'(x) = \left( -\frac{1}{x^2} \right) (\sqrt{3x+2}) + \left( \frac{1}{x} \right) \left( \frac{3}{2\sqrt{3x+2}} \right)$$

۱۵۸) تابع در  $x = -2$  پیوسته است.

$$f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x + 2} = 4$$

$$f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x + 2} = -4$$

$\Rightarrow f'_+(-2) \neq f'_-(-2)$

$f'(-2)$  موجود نیست.

الف)  $f'(1) = \frac{2 - 0}{-1} = -2$

ب)  $m_B < m_C$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2 - 1| - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 - 1| - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = -2$$

پس تابع مشتق پذیر نمی باشد  $f'_-(1) \neq f'_+(1)$

$$f'(x) = -2x + 10, f'(2) = 6, f(2) = 16$$

$$y - 16 = 6(x - 2) \Rightarrow y = 6x + 4$$

۱۵۹

۱۶۰

۱۶۱

# شورتکات جاده نهایی

ریاضی دوازدهم

فصل پنجم



Medical \_ Stus



Kolyze

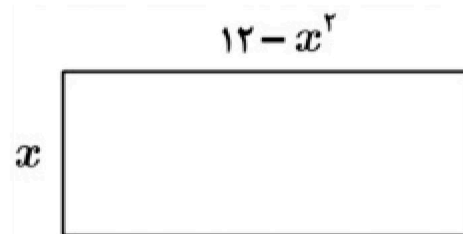
۱ اگر در مستطیلی با طول  $x$  و عرض  $y$  رابطه  $3x + 5y = 30$  برقرار باشد، آنگاه ابعاد مستطیل را طوری بیابید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن شود. (رسم جدول تغییرات الزامی است)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۲ اگر نقطه  $(3, 2)$  نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^2 + ax^2 + bx + 2$  باشد، آنگاه مقادیر  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۳ ماکزیمم مقدار مساحت مستطیل به ابعاد  $x$  و  $12 - x^2$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع  $f(x) = 5$  دارای بی‌شمار نقطه بحرانی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۵ غلظت یک داروی شیمیایی در خون،  $t$  ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه  $C(t) = \frac{3t}{t^3 + 27}$  به دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون، بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟ (رسم جدول تغییرات الزامی است).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۶ اگر  $f(x) = x^3 + 4x$ ، مقدار اکسترمم‌های مطلق تابع را در بازه  $[-2, 1]$  بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۷ مقدار مینیمم مطلق تابع  $f(x) = \frac{-1}{3}x^3 + x$  را در بازه  $[0, 2]$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

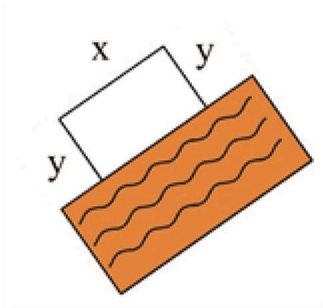
۸ جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. نقطه به طول  $c$  از دامنه تابع  $f$  که در آن  $f'(c) = 0$  یا  $f'(c)$  موجود نباشد را یک نقطه ..... می‌نامیم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۹ جای خالی را با توجه به عبارتهای داخل پرانتز، کامل کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)  
 نقطه‌ای به طول  $x = 2$ ، نقطهٔ ..... تابع  $f(x) = [x]$  است. (ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۰ می‌خواهیم مطابق شکل مقابل، سه ضلع یک محوطه به شکل مستطیل را در کنار رودخانه نرده‌کشی کنیم. اگر تنها هزینهٔ ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، به کمک جدول تغییرات، بیشترین مساحت ممکن برای این مستطیل را محاسبه کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

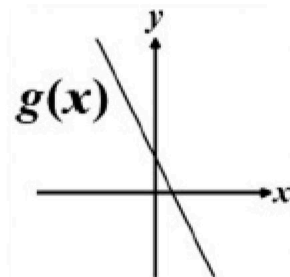
۱۱ تابع  $f(x) = x^3 - 12x + 4$  را در نظر بگیرید.  
 الف) بزرگ‌ترین بازه از  $x$  که تابع  $f$  در آن نزولی اکید است را به دست آورید.  
 ب) طول نقطهٔ ماکزیمم نسبی تابع  $f$  را مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

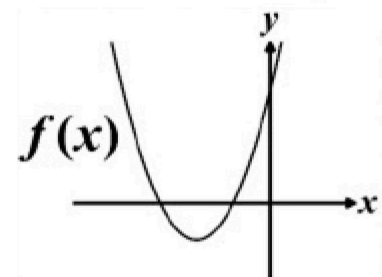
۱۲ مقادیر اکسترمم‌های مطلق تابع  $f(x) = \frac{-2}{3}x^3 - x^2 + 4x + 1$  را در بازهٔ  $[-3, 2]$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۳ نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر است.

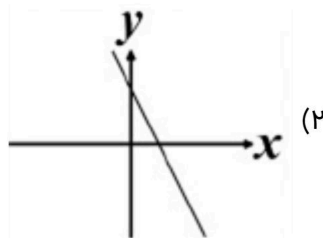


(ب)

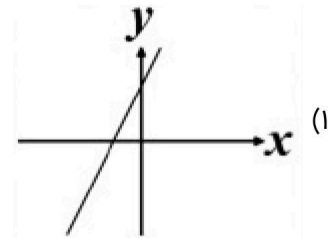


(الف)

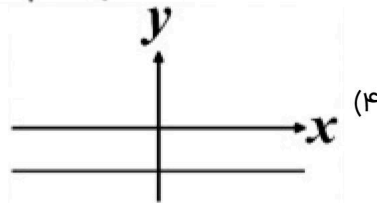
نمودار مشتق هر کدام از توابع  $f$  و  $g$  را از بین نمودارهای زیر انتخاب کنید. سپس شمارهٔ مربوط به آن را بنویسید. (دو نمودار اضافه است.)



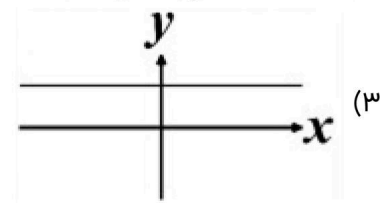
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۴) جای خالی را با توجه به عبارتهای داخل پرانتز، کامل کنید.

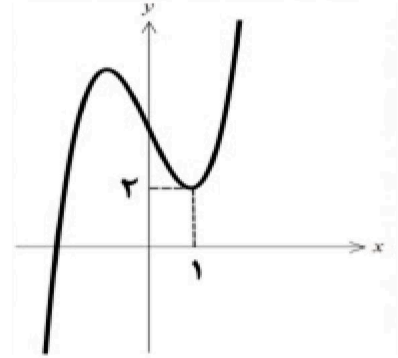
مشتق تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  در  $x = 1$  برابر ..... است. (صفر، یک)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۵) یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۲ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۶) نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax + b$  به صورت زیر است. مقدار  $a$  و  $b$  را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۷) طول مستطیلی را بیابید که مساحت آن ۱۶ سانتی متر مربع و محیط آن کمترین مقدار ممکن گردد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

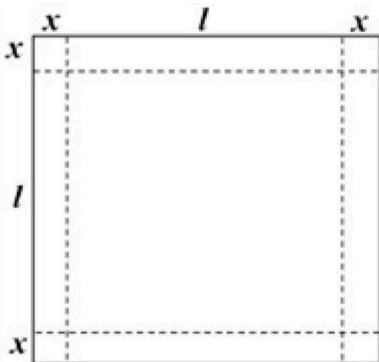
۱۸) با رسم جدول تغییرات تابع  $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2$  طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع را در صورت وجود بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۹) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- هر نقطه اکسترمم مطلق، اکسترمم نسبی نیز هست.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۰) ورق فلزی مربع شکلی به طول ضلع ۳۰ cm را در نظر بگیرید. مطابق شکل می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع  $x$  برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم. سپس با تا کردن ورق در امتداد خط‌چین‌های مشخص شده در شکل، یک جعبهٔ درواز بسازیم. مقدار  $x$  چقدر باشد تا حجم قوطی، حداکثر مقدار ممکن گردد؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۱) با رسم جدول تغییرات تابع، طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع زیر را در صورت وجود بیابید.

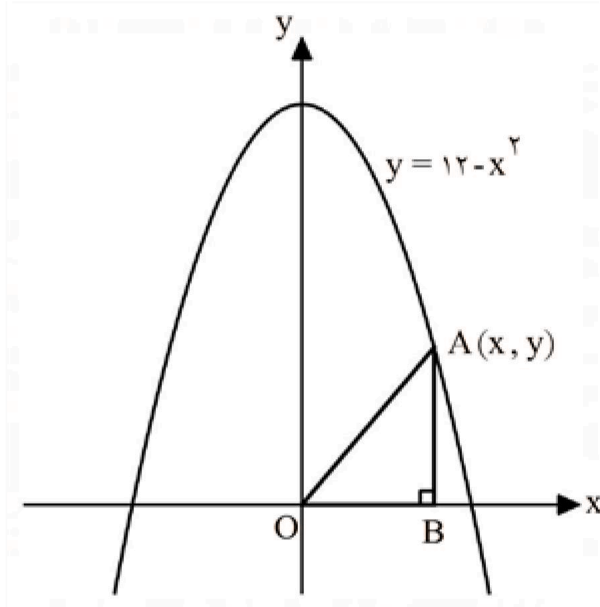
$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 15x + 4$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۲ نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2$  را در بازه  $[-1, 3]$  در صورت وجود بیابید.

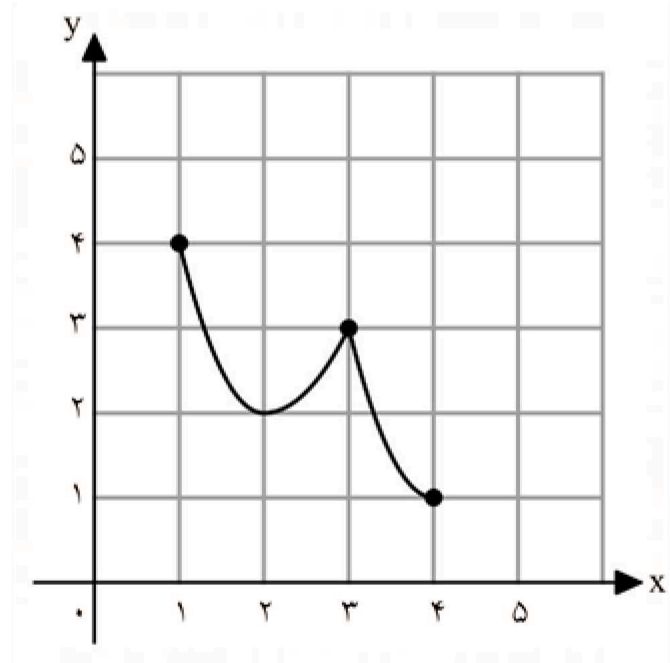
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۳ مطابق شکل مقابل، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی  $y = 12 - x^2$  قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۴ در نمودار زیر، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۵ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۶ مقدار ماکزیمم مطلق تابع  $f(x) = x^3 - 12x$  در بازه  $[-1, 3]$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۷ می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً ۹۰۰ سانتی‌متر مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟ ( $\pi \simeq 3$ )

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۲۸ با رسم جدول تغییرات تابع  $f(x) = x^3 - 27x + 1$  مشخص کنید تابع در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۲۹ مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2$  را روی بازه  $[-2, 3]$  بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۰ دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل‌ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۳۱ نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.  
 $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۳۲ اکستریم‌های مطلق تابع  $f(x) = x^5 - 5x$  را در بازه  $[0, 2]$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۳۳ پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهناى مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

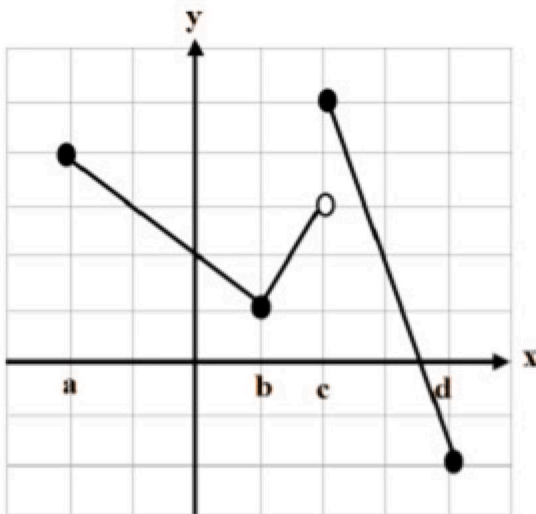
۳۴ بزرگترین بازه از  $R$  که تابع  $f(x) = -2x^2 + 6x + 11$  در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۵ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
 - هر نقطه اکستریم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۶ در شکل زیر نمودار تابع  $f$  رسم شده است. طول نقاط اکستریم‌های نسبی و مطلق را مشخص کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

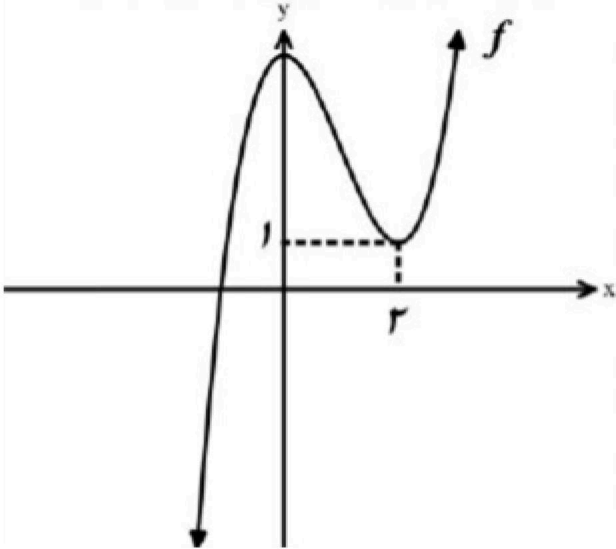
۳۷) درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
اگر  $f'(c) = 0$  باشد، آنگاه  $x = c$  یک نقطه اکسترمم نسبی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۸) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

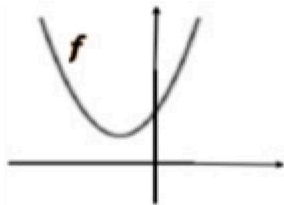
۳۹) نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 + bx^2 + d$  به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر  $b$  و  $d$  را بیابید.



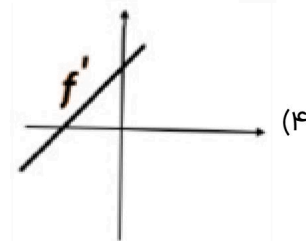
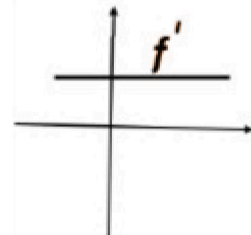
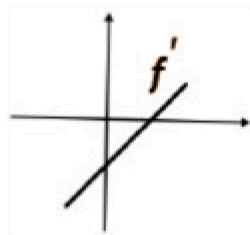
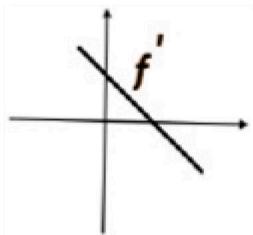
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۴۰) یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱



۴۱) با توجه به نمودار تابع  $f$ ، نمودار  $f'$  را با ذکر دلیل مشخص کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۴۲) نشان دهید در بین مستطیل‌هایی با محیط ۱۶ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۴۳ با تشکیل جدول تغییرات تابع  $f(x) = x^3 - 12x + 4$ ، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۴۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۴۵ ضرایب  $a$  و  $b$  را در تابع  $f(x) = x^3 + ax - b$  طوری پیدا کنید که نقطه  $(1, 2)$  اکسترمم نسبی تابع باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۴۶ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.  
- اگر  $f$  یک تابع و  $I \subseteq D_f$  یک همسایگی از نقطه  $c$  باشد که به ازای هر  $x$  متعلق به  $I$  داشته باشیم  $f(x) \leq f(c)$  در این صورت  $f(c)$  را یک ..... تابع  $f$  می‌نامیم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

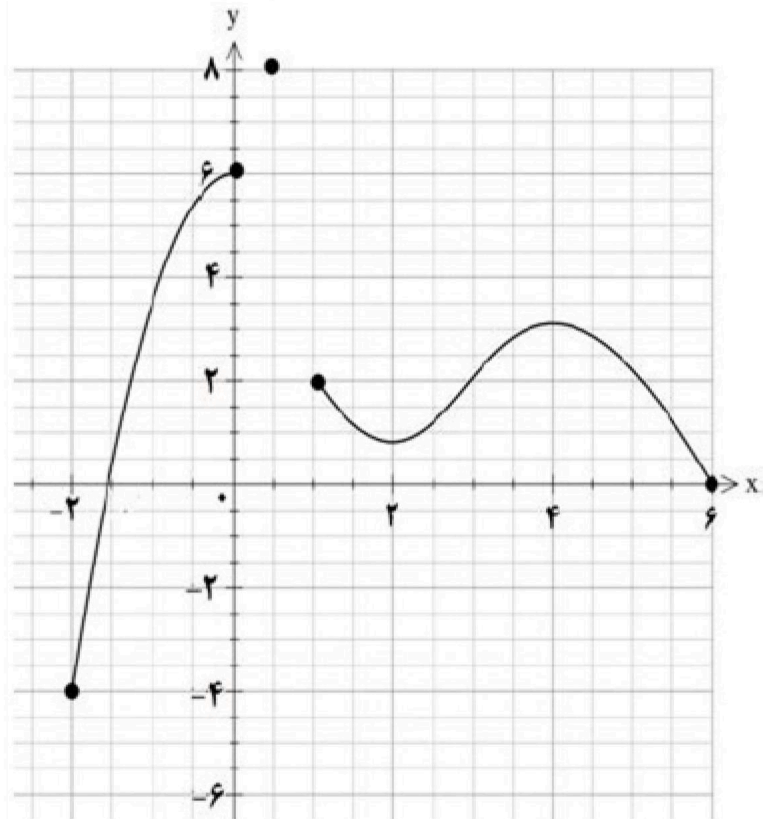
۴۷ اگر بین دو عدد حقیقی  $x$  و  $y$  رابطه‌ای  $5x - y = 10$  برقرار باشد، مقادیر  $x$  و  $y$  را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۸ اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$  را در صورت وجود به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۹ با توجه به نمودار داده شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



ب) مقدار مینیمم مطلق را بنویسید.  
ت) طول نقطه مینیمم نسبی را بنویسید.

الف) مقدار ماکزیمم مطلق را بنویسید.  
پ) طول نقطه ماکزیمم نسبی را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۵۰) درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- هر نقطه بحرانی تابع  $f(x)$ ، یک نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x)$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۵۱) مقادیر اکسترمم مطلق تابع  $g(x) = x^3 + 2x - 5$  را در بازه  $[-2, 1]$  در صورت وجود تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۵۲) اکسترمم‌های مطلق تابع  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$  را در بازه‌ی  $[-1, 3]$  مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۵۳) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^3 - 3x$  در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه اکیداً نزولی است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۵۴) ورق فلزی مستطیل شکلی، به طول ۱۶ سانتی‌متر و عرض ۶ سانتی‌متر در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع  $x$  برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه  $x$  برمی‌گردانیم تا یک جعبه سر باز ساخته شود. مقدار  $x$  چه قدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۵۵) اکسترمم‌های مطلق تابع  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$  را در بازه  $[-1, 1]$  تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۵۶) درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- اگر علامت  $f'$  بر بازه‌ای منفی باشد، آن‌گاه تابع  $f$  بر آن بازه اکیداً نزولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۵۷) درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- اگر تابع  $f$  در هر نقطه اکسترمم نسبی مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه مشتق تابع  $f$  در این نقاط صفر می‌شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۵۸) در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، طول و عرض مستطیلی با بیش‌ترین مساحت را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۵۹) اگر نقطه  $(2, 1)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^3 + bx^2 + d$  باشد، مقادیر  $b$  و  $d$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۶۰) در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.  
- بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع  $f(x) = x^3 - 3x$  در آن اکیداً نزولی است برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۶۱) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۶۲) درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
اگر  $x = c$  طول نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x)$  و  $f'(c)$  موجود باشد، آن‌گاه  $f'(c) = 0$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۶۳ نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، مستطیلی بیش‌ترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۶۴ در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن‌را در صورت وجود مشخص کنید.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۶۵ مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  را در بازه  $[-1, 2]$  تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۶۶ اگر تابع  $f(x) = ax^2 + bx$  در  $x = 1$  دارای اکسترمم نسبی برابر ۳- باشد، مقادیر  $a$  و  $b$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۶۷ دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۲۰ باشد و حاصل‌ضربشان کم‌ترین مقدار ممکن گردد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۶۸ اکسترمم‌های مطلق تابع  $f(x) = x^3 - 3x + 7$  را در بازه  $[-1, 3]$ ، در صورت وجود به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۶۹ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

تابع  $f(x) = x^3 - 3x$  در بازه  $(-1, 1)$  اکیداً صعودی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۷۰ اگر نقطه  $(-2, 5)$ ، نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^3 + bx^2 + d$  باشد، مقادیر  $b$  و  $d$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۷۱ هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت  $32\text{cm}^2$  خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایین هر صفحه  $2\text{cm}$  و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتیمتر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کم‌ترین مقدار ممکن باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۷۲ تابع  $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$  در نظر بگیرید:

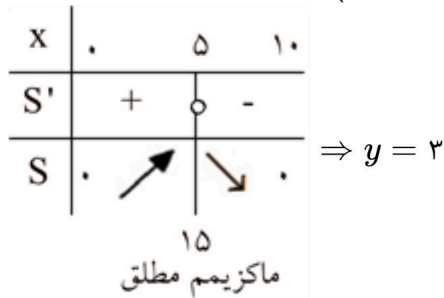
الف) با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن‌را در صورت وجود مشخص کنید.  
ب) مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع  $f$  در بازه  $[0, 3]$  در صورت وجود به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱ روش اول:

$$3x + 5y = 30 \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x + 6$$

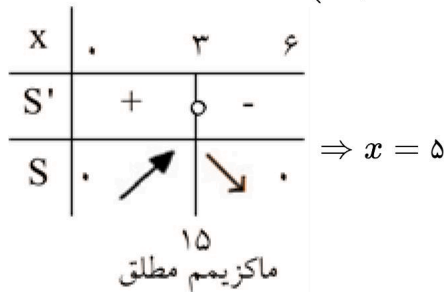
$$S = x \cdot y \Rightarrow S(x) = x \left( -\frac{3}{5}x + 6 \right) = -\frac{3}{5}x^2 + 6x \Rightarrow S'(x) = -\frac{6}{5}x + 6 = 0 \Rightarrow x = 5$$



$$3x + 5y = 30 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}y + 10$$

روش دوم:

$$S = x \cdot y \Rightarrow S(y) = \left( -\frac{5}{3}y + 10 \right) y = -\frac{5}{3}y^2 + 10y \Rightarrow S'(y) = -\frac{10}{3}y + 10 = 0 \Rightarrow y = 3$$



$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b, f'(2) = 0 \Rightarrow 6a + b = -27$$

$$f(2) = 2 \Rightarrow 9a + 2b = -27 \text{ یا } 3a + b = -9 \Rightarrow \begin{cases} 6a + b = -27 \\ 3a + b = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 9 \end{cases}$$

۲

$$S(x) = x(12 - x^2) = -x^3 + 12x$$

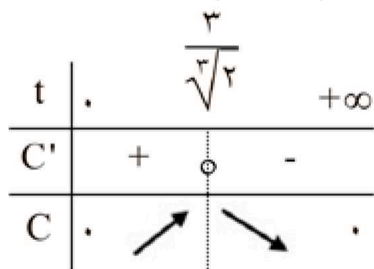
۳

$$S'(x) = -3x^2 + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = +2 \end{cases} \xrightarrow{x \in [0, \sqrt{12}]} x = 2 \Rightarrow \begin{cases} S(0) = S(\sqrt{12}) = 0 \\ S(2) = 16 = \max \end{cases}$$

۴ درست

$$C'(t) = \frac{3(t^2 + 27) - 3t^2(2t)}{(t^2 + 27)^2} = 0 \Rightarrow (t^2 + 27) - 2t^2 = 0 \Rightarrow t^2 = \frac{27}{2} \Rightarrow t = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

۵



$$f'(x) = 3x^2 + 4 = 0 \text{ جواب ندارد}$$

۶

$$f(-2) = -16 = \text{مقدار مینیمم مطلق}$$

$$f(1) = 5 = \text{مقدار ماکزیمم مطلق}$$

$$f'(x) = -x^2 + 1 \xrightarrow{f'(x)=0} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \notin [0, 2] \end{cases}$$

$$f(0) = 0 \qquad f(1) = \frac{2}{3} \qquad f(2) = -\frac{2}{3}$$

۷

مقدار مینیمم مطلق:  $-\frac{2}{3}$

بحرانی ۸

ماکزیمم نسبی ۹

۱۰

$$x + 2y = 100 \Rightarrow x = 100 - 2y$$

$$S = x \cdot y = (100 - 2y)y = 100y - 2y^2$$

$$S'(y) = 100 - 4y = 0 \Rightarrow y = 25$$

$$S_{\max} = 50 \times 25 = 1250$$

y	0	25	50
S'	+	-	
S	↗	↘	↘

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \qquad \text{الف) } [-2, 2] \quad 11$$

x	-2	2	
f'	+	-	+
f	↗	↘	↗

ب) طول ماکزیمم نسبی:  $x = -2$

$$f'(x) = -2x^2 - 2x + 4 \xrightarrow{f'=0} x = -2, x = 1$$

۱۲

در نتیجه نقاط  $x = -2$  و  $x = 1$  نقاط بحرانی تابع هستند.

$$f(1) = \frac{10}{3}, f(-2) = \frac{-17}{3}$$

$$f(-3) = -2, f(2) = -\frac{1}{3}$$

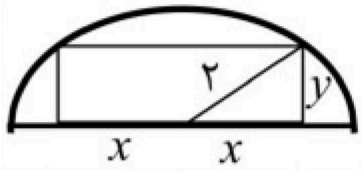
مقدار ماکزیمم مطلق تابع f برابر  $y = \frac{10}{3}$  و مقدار مینیمم مطلق تابع f برابر  $y = \frac{-17}{3}$  است.

ب) نمودار شماره ۴

الف) نمودار شماره ۱

۱۳

صفر ۱۴



۱۵ با توجه به شکل  $y^2 + x^2 = 4$ ، پس  $y = \sqrt{4 - x^2}$  در نتیجه:

$$S = 2xy \xrightarrow{y = \sqrt{4 - x^2}} S(x) = 2x\sqrt{4 - x^2} \Rightarrow S'(x) = 2\sqrt{4 - x^2} + \frac{(-2x)}{2\sqrt{4 - x^2}}(2x)$$

$$\xrightarrow{S'(x) = 0} \frac{2(4 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{4 - x^2}} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 8 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow 2x = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{2}$$

$$f'(1) = 0 \xrightarrow{f'(x) = 2x^2 + a} 2(1)^2 + a = 0 \Rightarrow a = -2$$

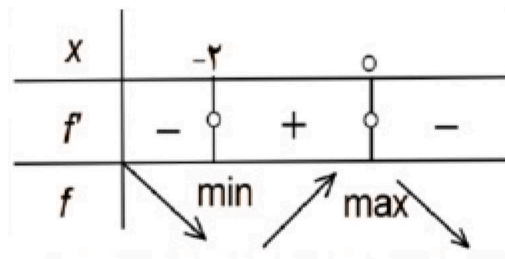
$$f(1) = 2 \Rightarrow (1)^2 + a(1) + b = 2 \xrightarrow{a = -2} 1 - 2 + b = 2 \Rightarrow b = 3$$

$$S = ab = 16 \Rightarrow b = \frac{16}{a}$$

$$p = 2(a + b) = 2\left(a + \frac{16}{a}\right) = 2a + \frac{32}{a}$$

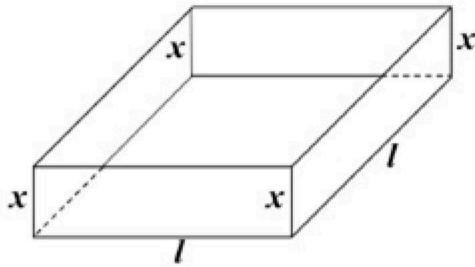
$$p' = 2 - \frac{32}{a^2} = 0 \Rightarrow \frac{32}{a^2} = 2 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$f'(x) = -3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(-3x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$



$\Rightarrow$  طول نقطه ماکسیمم نسبی  $x = 0$   
طول نقطه مینیمم نسبی  $x = -2$

۱۹ نادرست



$$v = xl^2$$

$$2x + l = 30 \Rightarrow l = 30 - 2x \Rightarrow v = x(30 - 2x)^2 \text{ یا } 4x^3 - 12x^2 + 90x, x \in [0, 15]$$

20

$$v'(x) = (30 - 2x)^2 + 2(-2)(30 - 2x)x = 0 \text{ یا } v'(x) = 12x^2 - 24x + 90 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ ق ق} \\ x = 15 \text{ غ ق} \end{cases}$$

x	0	5	15
v'	+	0	-
v	↗	↘	↘
	0	2000	0

بیشترین حجم برای  $x = 5$  به دست می‌آید.

$$f'(x) = 2x^2 - x - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

21

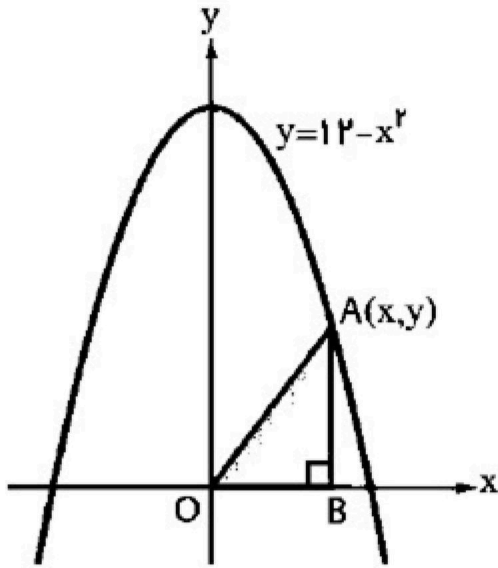
x	$-\frac{5}{2}$	3
f'		
f	↗	↘
	max	min

$$f'(x) = 3x^2 - 12x \xrightarrow{f'=0} 3x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \notin [-1, 3] \end{cases}$$

22

x	-1	0	3
f'	+	0	-
f	-7	0	-27

$(0, 0)$  نقطهٔ ماکزیمم نسبی  $(0, 0)$  نقطهٔ ماکزیمم مطلق و  $(3, -27)$  نقطهٔ ماکزیمم مطلق این تابع در بازه  $[-1, 3]$  است.



$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(12 - x^2) = 6x - \frac{1}{2}x^3$$

$$\Rightarrow S'(x) = 6 - \frac{3}{2}x^2$$

$$6 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 2$$

$$\Rightarrow y = 12 - 4 = 8$$

۲۳

x	0	2	$\sqrt{12}$
S'(x)	+	-	
S(x)	↗	↘	

۳ = طول ماکزیمم نسبی  
 ۱ = طول ماکزیمم مطلق

۲ = طول مینیمم نسبی  
 ۴ = طول مینیمم مطلق

۲۴

درست ۲۵

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \times \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} f(-1) = 11 \\ f(2) = -16 \\ f(3) = -9 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{مقدار ماکزیمم} = 11$$

۲۶

$$h = \frac{300}{r^2}$$

$$S = \frac{1800}{r} + 3r^2$$

$$S' = \frac{-1800}{r^2} + 6r = 0$$

$$r = \sqrt[3]{300} \Rightarrow h = \sqrt[3]{300}$$

۲۷

x		-3		3	
f'(x)	+	○	-	○	+

$$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

۲۸

اکیداً صعودی  $(-\infty, -3], [3, +\infty)$

غ ق ق  $y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4 \notin [-2, 3]$

$f(-2) = -32, f(0) = 0, f(3) = -27$

مطلق مینیمم = -32      ماکزیمم مطلق = 0

29

$x - y = 8 \Rightarrow x = 8 + y$

$s = xy = (8 + y)y = y^2 + 8y$

$s' = 2y + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 4 \end{cases}$

30

$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

31

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f'	-	+	-	
f	↘		↗	↘
		-16 Min	11 Max	

$f'(x) = 5x^2 - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = +1 \\ x = -1 \text{ غیرقابل قبول} \end{cases}$

$f(1) = -4$  مینیمم مطلق

$f(0) = 0$

$f(2) = 22$  ماکزیمم مطلق

32

$2h + 2r + \pi r = 6 \Rightarrow h = \frac{6 - 2r - \pi r}{2}$

$S(r) = 6r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 6 - 4r - \pi r \Rightarrow 6 - 4r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{6}{4 + \pi}$

33

r	$\frac{6}{4 + \pi}$
S'	+    0    -
S	↗    ↘

$h = \frac{6 - (2 + \pi)\frac{6}{4 + \pi}}{2} = \frac{6}{4 + \pi}$

$f'(x) = -6x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

34

x	-1	1	
f'	-    0    +    0    -		
f	↘	↗	↘

پس تابع در بازه  $[-1, 1]$  صعودی اکید است.

۳۵ درست

۳۶ d مینیمم مطلق

c ماکزیمم مطلق

c ماکزیمم نسبی

b مینیمم نسبی

۳۷ نادرست

۳۸

$$x - y = 10$$

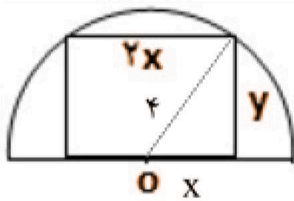
$$p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x$$

$$p'(x) = 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5, y = -5$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 8 + (-12) + d = 1 \Rightarrow d = 5$$

۳۹



$$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2})$$

$$S'(x) = \frac{32 - 4x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{8}, y = \sqrt{8}$$

۴۰

طول  $2\sqrt{8}$  و عرض  $\sqrt{8}$  است.

۴۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس  $f'$

محور  $x$ ها را در ناحیه  $x < 0$  قطع می‌کند.

x	$x_S < 0$	
f	نزولی	صعودی
f'	-	o +

$$y = 8 - x \Rightarrow S(x) = -x^2 + 8x \Rightarrow S'(x) = -2x + 8 = 0$$

$$x = 4, y = 4$$

۴۲

$$f'(x) = 3x^2 - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} x = 2, x = -2$$

صعودی  $(-\infty, -2), (2, +\infty)$  اکیداً صعودی

۴۳

x	-2	2	
f'	+	-	+
f	↗	↘	↗

۴۴ درست



عرض جعبه =  $6 - 2x, x \in [0, 3]$  طول جعبه =  $16 - 2x, x \in [0, 8]$

۵۴

$\Rightarrow v(x) = x(16 - 2x)(6 - 2x) = 4x^3 - 44x^2 + 96x, 0 \leq x \leq 3$

$v'(x) = 12x^2 - 88x + 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \notin [0, 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [0, 3] \end{cases}$

چون  $v(0) = v(3) = 0$ ، پس به ازای  $x = \frac{4}{3}$  بیشترین مقدار حجم حاصل می‌شود.

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \notin [-1, 1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -1 \\ f(0) = 1 \text{ max} \\ f(-1) = -3 \text{ min} \end{cases}$

۵۵

درست ۵۶

درست ۵۷

$2(x + y) = 14 \Rightarrow x + y = 7 \Rightarrow y = 7 - x$

۵۸

$y = 7 - x \Rightarrow s = (y)(x) = 7x - x^2 \Rightarrow s'(x) = 7 - 2x = 0 \Rightarrow x = 7/2, y = 7/2$

$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4b = 0 \Rightarrow b = -3$

۵۹

$f(2) = 1 \Rightarrow 4b + d = -7$

$-12 + d = -7 \Rightarrow d = 5$

$[-1, 1]$  ۶۰

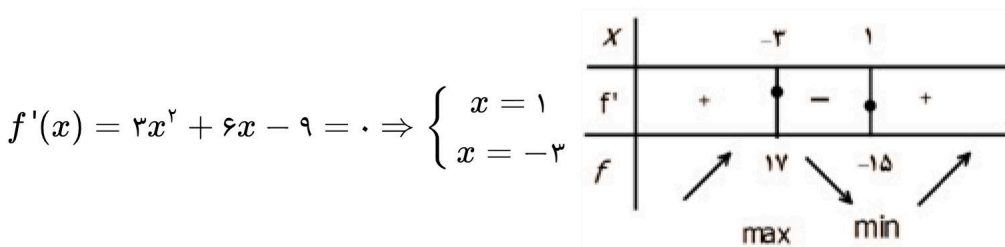
درست ۶۱

درست ۶۲

$2(x + y) = 14 \Rightarrow x + y = 7 \Rightarrow y = 7 - x$

۶۳

$f = xy \Rightarrow f(x) = x(7 - x) = -x^2 + 7x \Rightarrow f'(x) = -2x + 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}, y = \frac{7}{2}$



۶۴

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

۶۵

$f(1) = -1 \quad f(-1) = 3 \quad f(2) = 3 \Rightarrow \begin{cases} \max f(x) = 3 \\ \min f(x) = -1 \end{cases}$

$$f'(x) = 2ax + b$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$f(1) = -3 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -6$$

$$a - b = 20 \Rightarrow a = b + 20$$

$$f(b) = b(b + 20) \Rightarrow f'(b) = 2b + 20 = 0$$

$$b = -10, a = +10$$

۶۶

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f(-1) = 9$$

$$f(1) = 5 \Rightarrow \max(3, 25), \min(1, 5)$$

$$f(3) = 25$$

۶۸

۶۹ نادرست

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx$$

$$f'(-2) = 0 \Rightarrow 12 - 4b = 0 \Rightarrow b = 3$$

$$f(-2) = 5 \Rightarrow -8 + 4b + d = 5 \Rightarrow d = 1$$

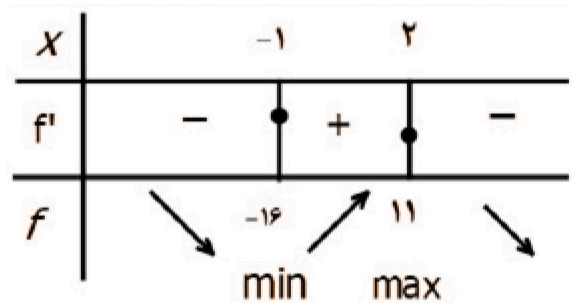
۷۰

$$xy = 32 \Rightarrow f(x) = (y + 2)(x + 4) = \frac{128}{x} + 40 + 2x \Rightarrow f'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 8, y = 4$$

۷۱

ابعاد صفحه: ۱۲×۶ است.



۷۲ الف)

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

ب)  $f(\cdot) = -9 \text{ min}$

$f(2) = 11 \text{ max} \Rightarrow f(3) = \cdot$

# شورتکات جاده نهایی

## ریاضی دوازدهم

### فصل شش

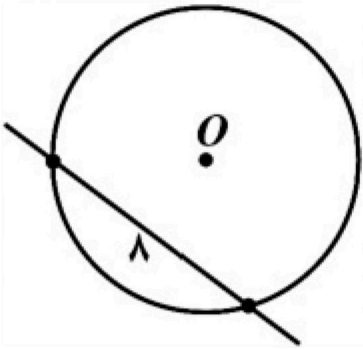


Medical \_ Stus



Kolyze

۱) مرکز دایره‌ای نقطه  $O(1, 2)$  است. این دایره روی خط  $3x + 4y + 4 = 0$  وتری به طول ۸ جدا می‌کند. معادله گسترده این دایره را بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۲) دو سر قطر بزرگ یک بیضی نقاط  $(-1, 2)$  و  $(7, 2)$  و طول قطر کوچک آن برابر ۴ واحد است. خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۳) معادله دایره‌ای را بنویسید که نقاط  $A(0, 3)$  و  $B(-4, -1)$  دو سر یکی از قطرهای آن باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۴) اگر خروج از مرکز یک بیضی  $\frac{3}{5}$  و اندازه قطر بزرگ بیضی ۲۰ باشد، آنگاه فاصله کانونی بیضی را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۵) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- شکل حاصل از دوران یک نیم‌دایره حول شعاع عمود بر قطر آن یک نیم‌کره است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۶) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- هر چه خروج از مرکز بیضی کوچک‌تر و به صفر نزدیک‌تر باشد، شکل بیضی به شکل دایره نزدیک‌تر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۷) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه  $(1, -2)$  بوده و بر خط  $4x - 3y = 25$  مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

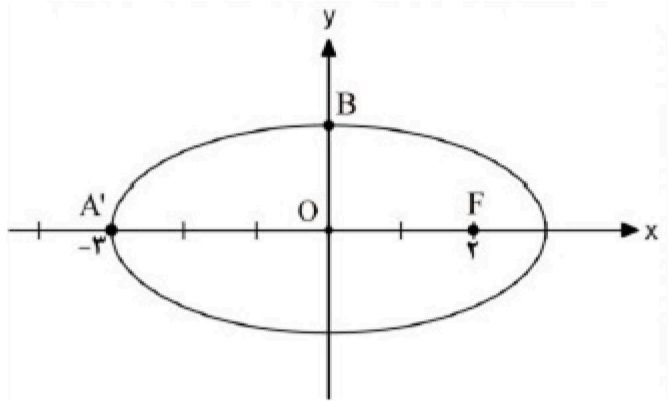
۸) کانون‌های یک بیضی نقاط  $(1, 3)$  و  $(1, -5)$  است. اگر اندازه نصف قطر بزرگ آن برابر ۵ باشد، اندازه قطر کوچک بیضی را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۹ جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.  
شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه آن ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۰ در شکل زیر طول پاره‌خط OB را محاسبه کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۱ وضعیت دو دایره به معادله  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$  و  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  را نسبت به هم بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۲ معادله دایره‌ای را بنویسید که بر خط  $3x + 4y - 1 = 0$  مماس بوده و مرکز آن  $(1, 2)$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۱۳ اگر خروج از مرکز یک بیضی  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  و طول قطر کوچک آن ۱۰ باشد آنگاه فاصله کانونی را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۱۴ جمله‌ی زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.  
اگر صفحه‌ای سطح مخروطی را هم در قسمت بالایی و هم در قسمت پایینی قطع کند و از رأس نگذرد شکل حاصل را ..... می‌نامیم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۱۵ اگر مرکز دایره  $x^2 + y^2 + ax - 4y - 4 = 0$ ، نقطه  $O(1, 2)$  باشد.  
الف) مقدار a را بیابید.  
ب) شعاع دایره را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۱۶ در یک بیضی فاصله کانونی با طول قطر کوچک آن برابر است. خروج از مرکز بیضی را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۱۷ جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.  
اگر صفحه P در یکی از موقعیت‌ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۱۸ معادله دایره‌ای به صورت  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$  است، مختصات مرکز این دایره را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۱۹) معادله قطر کانونی یک بیضی،  $y = -1$  و معادله قطر کوچک،  $x = 2$  است. اگر طول قطرهای بزرگ و کوچک به ترتیب ۱۲ و ۸ واحد باشند، مرکز بیضی و فاصله کانونی را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۲۰) وضعیت خط  $3x + 4y = 0$  را نسبت به دایره به معادله  $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$  مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۲۱) مختصات دو سر قطر بزرگ یک بیضی نقاط  $(1, -2)$  و  $(1, 6)$  است. اگر خروج از مرکز این بیضی  $\frac{1}{2}$  باشد، فاصله کانونی آن را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

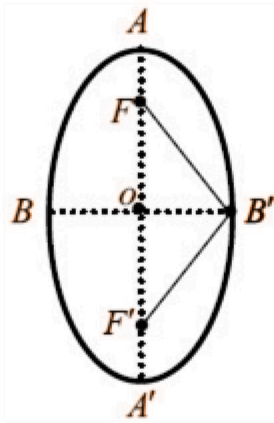
۲۲) جمله‌ی زیر را کامل کنید.  
اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۲۳) اگر دو دایره به معادله‌های  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$  و  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = m^2$  مماس خارج باشند، مقدار  $m$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۴) در بیضی مقابل کانون‌ها به مختصات  $F(1, 5)$  و  $F'(1, 1)$  و یک رأس قطر بزرگ آن  $A(1, 6)$  می‌باشد:  
الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید.  
ب) معادله قطر کوچک بیضی را بنویسید.  
پ) مساحت مثلث  $B'FF'$  را به دست آورید.



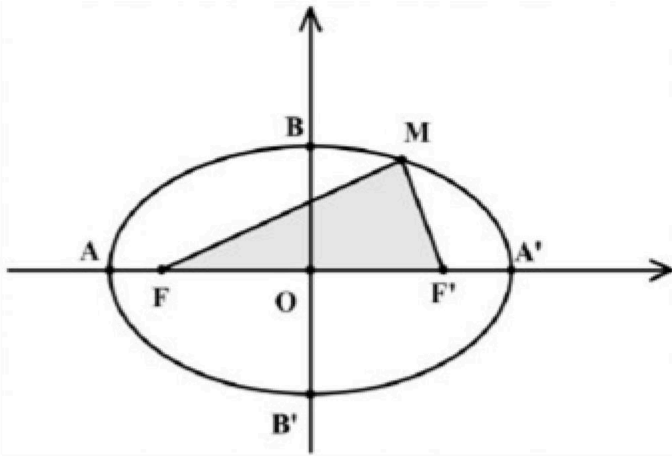
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۵) معادله گسترده یک دایره به شکل  $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$  است. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۶ اگر در بیضی مقابل مختصات کانون  $F'(4, 0)$  و مختصات رأس  $B(0, 3)$  باشد:  
الف) قطر بزرگ بیضی را بیابید.

ب) محیط مثلث  $(MFF')$  را بیابید.

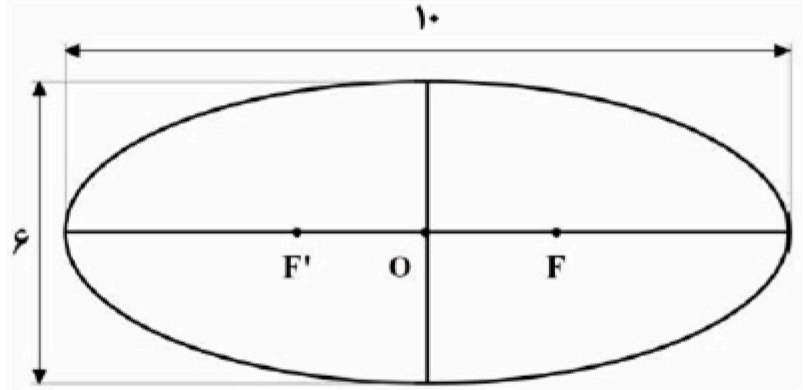


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۷ معادله گسترده دایره  $C(O, R)$  به شکل  $x^2 + y^2 + 2y - 4x - 4 = 0$  است.  
الف) مختصات مرکز و شعاع دایره C را محاسبه کنید.  
ب) آیا نقطه  $A(0, 3)$  روی محیط دایره C قرار دارد؟ چرا؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۲۸ در بیضی زیر فاصله کانونی را محاسبه کنید.  $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی هستند.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۲۹ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.  
- شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود، ..... آن نامیده می‌شود.

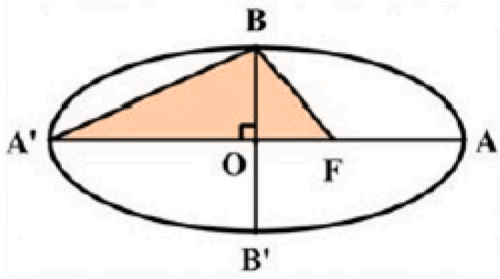
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۳۰ معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن  $(1, 4)$  و بر خط  $3x + 4y = -1$  مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۳۱) اگر طول قطر بزرگ  $AA'$  و قطر کوچک  $BB'$  بیضی مقابل به ترتیب ۱۰ و ۸ باشد: الف) مقدار  $A'F$  را به دست آورید. (F کانون بیضی است)

ب) مساحت مثلث هاشورخورده  $(BFA')$  چقدر است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۳۲) کدامیک از نقاط زیر روی محیط دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  قرار دارد؟

- ۱)  $(0, 0)$       ۲)  $(1, 0)$       ۳)  $(0, -1)$       ۴)  $(-1, 0)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۳۳) در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.  
- خروج از مرکز بیضی با قطر بزرگ ۸ و فاصله کانونی ۶ برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۳۴) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، مخروط نام دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۳۵) معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن  $(0, 3)$  و بر خط  $3x - 4y = 3$  مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۳۶) وضعیت خط  $x + y = 3$  و دایره  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  را نسبت به هم مشخص کنید.

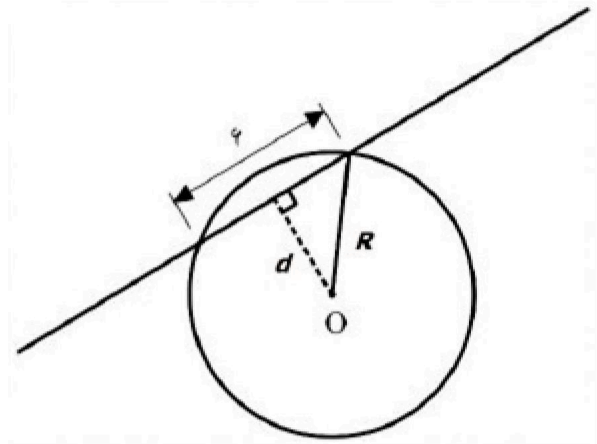
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۳۷) در یک بیضی افقی، طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه‌ای با مختصات  $(4, 5)$  باشد:

الف) فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید.      ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۳۸ مرکز دایره‌ای، نقطه  $O(2, -3)$  است. این دایره روی خط  $3x - 4y + 2 = 0$  وتری به طول ۶ جدا می‌کند. معادله دایره را بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۳۹ کانون‌های یک بیضی نقاط  $(1, 3)$  و  $(1, -5)$  است. الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب) اگر  $a = 6$  باشد، اندازه‌ی قطر کوچک را پیدا کنید. (a اندازه نصف قطر بزرگ بیضی است).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۴۰ در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. - شعاع دایره‌ای به معادله  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۴۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک‌تر باشد، شکل بیضی به دایره نزدیک‌تر خواهد شد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۴۲ اگر معادله دایره به شکل  $(x + 1)^2 + y^2 = 4$  باشد: الف) مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بنویسید. ب) مختصات تقاطع دایره با محور xها را پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۴۳ خروج از مرکز یک بیضی افقی  $\frac{4}{5}$ ، مرکز آن  $(-4, -1)$  و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. الف) طول قطر کانونی و فاصله کانونی را محاسبه کنید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۴۴ معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که بر خط  $3x + 4y = 1$  مماس بوده و مرکز آن  $(1, 2)$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۵ کانون‌های یک بیضی نقاط  $(2, 5)$  و  $(2, -3)$  و  $a = 5$  است. مختصات مرکز و اندازه‌ی قطر کوچک بیضی را پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۶ عبارت مناسب را انتخاب کنید. اگر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک شود، شکل بیضی به شکل ..... نزدیک خواهد شد. (پاره‌خط - دایره - نقطه)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

عبارت مناسب را انتخاب کنید.

۴۷

اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و در هیچ حالتی با مولد سطح مخروطی موازی نشود و از رأس نگذرد، شکل حاصل از تقاطع صفحه با سطح مخروطی ..... خواهد بود. (بیضی - سهمی - هذلولی)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

کانون‌های یک بیضی نقاط  $(۱, ۳)$  و  $(۱, -۵)$  است.

۴۸

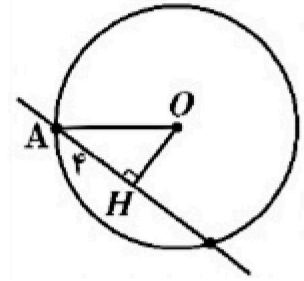
الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ بیضی را بنویسید.  
ب) اگر  $a = ۵$  باشد، اندازه‌ی قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

روش اول: ۱

$$OH = \frac{|3(1) + 4(2) + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3 \text{ و } AH = 4 \Rightarrow r = 5$$

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$$



روش دوم:

$$OH = \frac{|3(1) + 4(2) + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3 \text{ و } AH = 4 \Rightarrow r = 5$$

$$-\frac{a}{3} = 1 \Rightarrow a = -3, -\frac{b}{4} = 2 \Rightarrow b = -8, r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} - 4c \Rightarrow c = -20$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$$

$$AA' = 8 = 2a \Rightarrow a = 4, BB' = 4 = 2b \Rightarrow b = 2$$

روش اول: ۲

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} \Rightarrow c = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \Rightarrow c = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AA' = 8 = 2a \Rightarrow a = 4, BB' = 4 = 2b \Rightarrow b = 2$$

روش دوم:

$$c = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{16}} = \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$o(-2, 1) \quad r = \frac{\sqrt{32}}{2} = 2\sqrt{2}$$

روش اول: ۳

$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 8$$

$$o(-2, 1) \quad r = \frac{\sqrt{32}}{2} = 2\sqrt{2}$$

روش دوم:

$$\begin{cases} -\frac{a}{2} = -2 \Rightarrow a = 4 \\ -\frac{b}{1} = 1 \Rightarrow b = -1 \end{cases}$$

$$r = 2\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 4 - 4c} \Rightarrow c = -3$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$$

$$a = 10, \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow c = 6 \Rightarrow 2c = 12$$

۴

درست ۵

درست ۶

$$r = \frac{|4 + 6 - 25|}{\sqrt{16 + 9}} = 3$$

۷

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$$

$$\begin{cases} 2c = 3 - (-5) = 8 \Rightarrow c = 4 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25 = b^2 + 16 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow 2b = 6$$

۸

مخروط ۹

$$OA' = a = 3 \Rightarrow OB = b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$

۱۰

$$\left. \begin{aligned} &O(-1, 2), r = 1 \\ &O'(1, -2), r' = \frac{1}{\sqrt{4 + 16 - 4}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4} \times 4 = 1 \\ &OO' = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow OO' > r + r'$$

۱۱

دو دایره متخارج هستند.

$$r = \frac{|3(1) + 4(2) - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2 \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

۱۲

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad BB' = 2b = 10 \Rightarrow b = 5$$

۱۳

$$a^2 = 25 + \frac{3}{4}a^2 \Rightarrow a = 10 \xrightarrow{c=5\sqrt{3}} FF' = 2c = 10\sqrt{3}$$

هذلولی ۱۴

$$\text{الف) } -\frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = -2$$

۱۵

$$\text{ب) } r = \frac{1}{\sqrt{4 + 16 + 16}} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{\sqrt{32}} \sqrt{4 + 16 + 16} \Rightarrow r = 2$$

$$2b = 2c \Rightarrow b = c \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 = c^2 + c^2 = 2c^2 \Rightarrow a = \sqrt{2}c$$

۱۶

$$e = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{2}c} \Rightarrow e = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

سهمی ۱۷

$$\Rightarrow O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{6}{2}\right) = (1, 3)$$

۱۸

۱۹ مرکز بیضی محل برخورد قطر کانونی و قطر کوچک است، پس:  $O(2, -1)$

$$AA' = 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

با توجه به اینکه  $BB' = 8$  و  $AA' = 12$  بنابراین:

$$BB' = 2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

$$c^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5} \Rightarrow FF' = 2c = 4\sqrt{5}$$

همچنین:

$$O(2, -2), r = 2, d = \frac{|3 \times 2 + 4(-2)|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{2}{5}$$

چون شعاع دایره بزرگتر از فاصله مرکز دایره تا خط می‌باشد، پس خط و دایره متقاطع هستند.

$$2a = 8 \Rightarrow a = 4, \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow c = 2 \Rightarrow FF' = 2c = 4$$

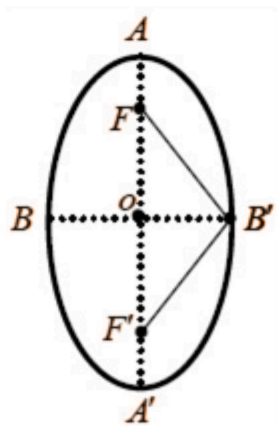
۲۲ دایره

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 : O(-1, 2), r = 2$$

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = m^2 : O'(2, -1), r' = m$$

$$OO' = 3\sqrt{2}$$

$$OO' = r + r' \Rightarrow m + 2 = 3\sqrt{2} \Rightarrow m = 3\sqrt{2} - 2$$



الف)  $FF' = 4, O(1, 2)$

ب)  $y = 3$

پ)  $OB' = \sqrt{OA^2 - OF^2} = \sqrt{5}$

$$S = \frac{1}{2} OB' \times FF' = 2\sqrt{5}$$

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (-1, -1), r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{10}$$

الف)  $\begin{cases} b = 3 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 2a = 10$

ب) محیط =  $2a + 2c = 18$

الف)  $O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (2, -1), R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 3$

ب) خیر زیرا:  $(0)^2 + (3)^2 + 2(3) - 4(0) - 4 \neq 0$

$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=5, b=3} c = 4 \Rightarrow FF' = 8$$

۲۹ سطح مقطع

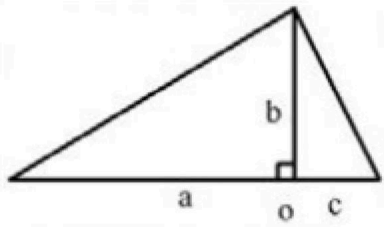
$$r = \frac{|3 \times 1 + 4(4) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4 \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 16$$

۳۰

الف)  $\begin{matrix} a = 5 \\ b = 4 \end{matrix} \Rightarrow c^2 = 25 - 16 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow A'F = 8$

۳۱

(ب)



$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}(5 + 3) \times 4 = 16$$

۳۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$O \left| \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \right., R = \sqrt{1 + 4 - 1} = \sqrt{4} = 2$$

گزینه ۲  $A \left| \begin{matrix} 1 \\ \cdot \end{matrix} \right. \Rightarrow OA = \sqrt{(1 - 1)^2 + (\cdot + 2)^2} = 2 \Rightarrow OA = R$

$\frac{3}{4}$  ۳۳

۳۴ نادرست

$$r = \frac{|3 \times 0 - 4 \times 2 - 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3 \Rightarrow (x - 0)^2 + (y - 2)^2 = 9$$

۳۵

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 0 + 12} = 2, O(1, 0)$$

۳۶

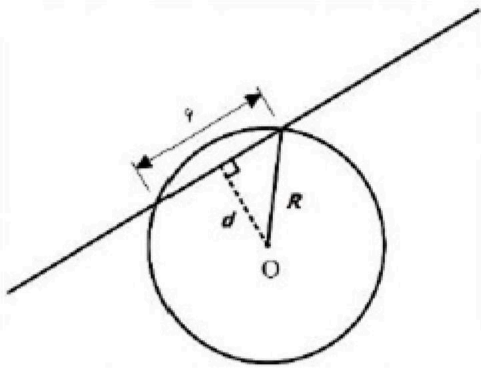
$$OH = \frac{|1 \times 1 + 0 \times 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow OH < R$$

خط و دایره متقاطع‌اند.

الف)  $c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5} \Rightarrow FF' = 2\sqrt{5}$

۳۷

ب)  $A(4 + 3, 5), A'(4 - 3, 5)$



$$d = \frac{|3 \times 2 - 4(-2) + 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 4$$

$$R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

۳۸

الف)  $O \left| \begin{array}{l} \frac{1+1}{2} = 1 \\ \frac{3-5}{2} = -1 \end{array} \right.$  مرکز  $FF' = |3 - (-5)| = 8 = 2C \Rightarrow C = 4$

۳۹

ب)  $b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow b = \sqrt{20} \Rightarrow BB' = 2\sqrt{20}$

۲ ۴۰

درست ۴۱

۴۲

الف)  $O(-1, 0), R = 2$

ب)  $(1, 0), (-3, 0)$

الف)  $c = \frac{4}{5}a \Rightarrow 9 + \frac{16}{25}a^2 = a^2 \Rightarrow a = 5, c = 4 \Rightarrow FF' = 8, AA' = 10$

۴۳

ب)  $A(1, -1), A'(-9, -1)$

$$R = \frac{|3 \times 1 + 4 \times 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2, (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

۴۴

$O(2, 1), c = 4 \Rightarrow 25 = b^2 + 16 \Rightarrow 2b = 6$

۴۵

دایره ۴۶

بیضی ۴۷

الف)  $O \left| \begin{array}{l} \frac{1+1}{2} = 1 \\ \frac{3-5}{2} = -1 \end{array} \right.$  مرکز  $FF' = |3 - (-5)| = 8 = 2c \Rightarrow c = 4$

۴۸

و معادله قطر بزرگ:  $x = 1$

ب)  $b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow BB' = 2b = 6, e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$

# شورتکات جاده نهایی

## ریاضی دوازدهم

فصل هفت



Medical \_ Stus



Kolyze

۱ در یک جعبه ۳ میکروسکوپ از نوع A و ۲ تا از نوع B وجود دارد. احتمال اینکه عمر آن‌ها از ۱۰ سال بیشتر باشد برای نوع A،  $\frac{1}{2}$  و برای نوع B،  $\frac{1}{4}$  است. به تصادف یک میکروسکوپ از جعبه بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی عمر این میکروسکوپ بیش از ۱۰ سال است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه همواره رابطه  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  برقرار است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۴

۳ مدرسه A چهار برابر مدرسه B دانش‌آموز دارد. ۳۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه A و ۲۰ درصد دانش‌آموزان مدرسه B معدل بالای ۱۸ دارند. اگر همه دانش‌آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم.  
الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟  
ب) با چه احتمالی فرد انتخابی معدل بالای ۱۸ دارد؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۴ دو جعبه یکسان داریم، درون یکی از آنها ۱۰ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۲۰ لامپ قرار دارد که ۵ تا از آنها معیوب‌اند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن به تصادف بیرون می‌آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ انتخابی سالم باشد؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۵ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
- دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند، هرگاه  $A \cap B = \emptyset$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۶ جمله‌ی زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.  
اگر دو پیشامد A و B با هم رخ ندهند، آنگاه دو پیشامد ..... هستند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۷ دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۶ مهره زرد و ظرف دوم شامل ۴ مهره قرمز و ۷ مهره زرد است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب می‌کنیم و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره زرد است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۸ یک سکه را پرتاب می‌کنیم اگر «پشت» بیاید ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم و اگر «رو» بیاید ۲ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً دو سکه «رو» ظاهر شود چقدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۹ جمله‌ی زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.  
دو پیشامد را ..... گوییم هرگاه وقوع هریک بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۱۰ سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۱۱ فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۵ درصد مرد و ۵۵ درصد زن باشد و شیوع یک بیماری ویروسی به ترتیب در این دو دسته ۴ درصد و ۶ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری موردنظر مبتلا است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۱۲ دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۹ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب قرار دارد و درون جعبه دیگر ۱۵ لامپ قرار دارد که ۵ تای آنها معیوب است. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم چقدر احتمال دارد لامپ موردنظر سالم باشد؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۱۳ جمله‌ی زیر را کامل کنید.  
هرگاه برای دو پیشامد A و B داشته باشیم  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$  آن‌گاه دو پیشامد A و B، ..... هستند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۱۴ مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش‌آموز دارد. ۳۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه A و ۱۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه B معدلی بالای ۱۸ دارند، اگر همه دانش‌آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آنها را انتخاب کنیم:  
الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟  
ب) با چه احتمالی فرد انتخابی، معدلی بالای ۱۸ دارد؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۱۵ دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۱۶ چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم همه مهره‌ها قرمزند. در ظرف سوم ۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز هستند. و در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۱۷ ۴ ظرف یکسان داریم. در ظرف اول ۱۴ مهره قرار دارد شامل ۴ مهره‌ی قرمز است. در ظرف دوم همه مهره‌ها قرمزند و ظرف سوم ۸ مهره دارد که شامل ۶ مهره‌ی قرمز است. در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال آن‌که مهره انتخابی قرمز باشد چه قدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۸ دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۳ مهره سبز و ۷ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۸ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره آبی است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۹ سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره‌ی آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره‌ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال آن‌که مهره انتخابی آبی باشد چه قدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

در جای خالی عبارت مناسب را قرار دهید.

۲۰

اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی اول و  $B$  مجموعه اعداد طبیعی مرکب و  $C = \dots$  باشند، آنگاه  $A$ ،  $B$  و  $C$  یک افزاز روی مجموعه اعداد طبیعی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم، سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟

۲۱

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

عبارت مناسب را انتخاب کنید.

۲۲

احتمال وقوع پیشامد  $A$  به شرط این‌که بدانیم پیشامد  $B$  رخ داده است، به صورت ..... نمایش داده می‌شود.  
( $P(A - B)$ ,  $P(A|B)$ ,  $P(B|A)$ )

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

عبارت مناسب را انتخاب کنید.

۲۳

دو پیشامد  $A$  و  $B$  را ..... گوئیم هرگاه وقوع هریک بر احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. (مستقل - ناسازگار - سازگار)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

اگر احتمال انتقال نوعی بیماری عفونی به نوزاد پسر  $0/07$  و نوزاد دختر  $0/04$  باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشند، با چه احتمالی نوزاد آن‌ها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟

۲۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر  $0/08$  و نوزاد دختر  $0/03$  باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آن‌ها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟

۲۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

۲۶

- دو پیشامد  $A$  و  $B$  از هم مستقل هستند، هرگاه  $A \cap B = \emptyset$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۲۷

الف) اگر دوره تناوب تابع  $y = \sin bx$  برابر  $\frac{\pi}{3}$  باشد، مقدار  $b$  برابر ..... است.

ب) دامنه تابع  $y = \tan(3x)$  برابر ..... است.

پ) اگر  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2 + x}{2x^2 + 3} = 7$  آنگاه  $m$  برابر عدد ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

۲۸

الف) اگر  $f(x) = 2x^3 - 1$  باشد، حاصل  $f^{-1}(15)$  برابر ..... است.

ب) حاصل حد تابع  $f(x) = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}$  وقتی  $x \rightarrow +\infty$  میل می‌کند برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۹

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- الف) تابع  $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$  یک تابع چند جمله‌ای از درجه سوم است.  
 ب) نمودار تابع  $y = x^2$  در بازه  $(0, 1)$  پایین‌تر از ، نمودار تابع  $y = x^3$  است.  
 پ) هر تابع یکنوا، یک به یک است.

ت) مقدار عددی عبارت  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$  برابر  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  است.

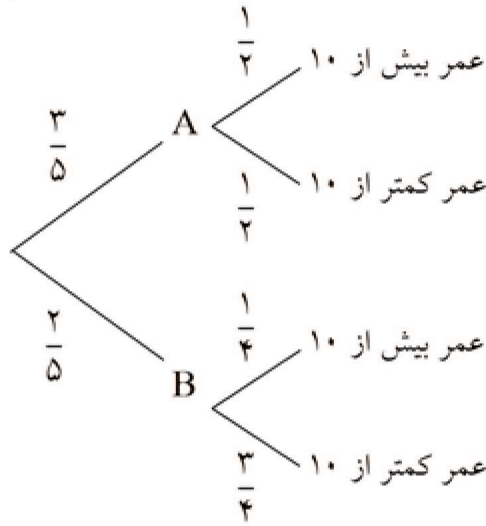
$$P(E) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{10} = 0.4$$

روش اول: ۱

(منظور از پیشامد  $E$ ، انتخاب یک میکروسکوپ با طول عمر بیش از ۱۰ سال است.)

$$P(E) = P(A)P(E|A) + P(B)P(E|B)$$

توجه ۱:



توجه ۲:

$$P(E') = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{10} = 0.6 \Rightarrow P(E) = 1 - 0.6 = 0.4$$

روش دوم:

۲ نادرست

الف)  $P(A) = \frac{4}{5} \quad P(B) = \frac{1}{5}$

ب)  $\frac{4}{5} \times \frac{35}{100} + \frac{1}{5} \times \frac{20}{100} = \frac{8}{25}$

روش اول:

روش دوم: به روش نمودار درختی هم نمره کامل به تناسب تعلق گیرد.

۳

۴ اگر پیشامد سالم بودن را  $A$  و جعبه اول را  $B_1$  و جعبه دوم را  $B_2$  در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{15}{20} = \frac{6}{20} + \frac{15}{40} = \frac{27}{40}$$

۵ نادرست

۶ ناسازگار

$$\frac{6}{11} \times \frac{8}{12} + \frac{5}{11} \times \frac{7}{12} = \frac{83}{132}$$

۷

(به نمودار درختی نیز نمره تعلق گیرد.)

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{7}{16}$$

۸

توجه نمایید که فضای نمونه‌ای هم‌شانس نیست.

مستقل ۹

$$P = \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{15}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{12}\right) = \frac{7}{30}$$

۱۰

$$p = (0/45 \times 0/04) + (0/55 \times 0/06) = 0/051$$

۱۱

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C)P(A|C) = \frac{1}{2} \times \frac{9}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{10}{15} = \frac{17}{24}$$

۱۲

به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.

مستقل ۱۳

الف)  $P(A) = \frac{3}{4}, P(B) = \frac{1}{4}$

۱۴

ب)  $P(C) = P(A)P(C|A) + P(B)P(C|B) = \frac{3}{4} \times \frac{35}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{15}{100} = \frac{3}{10}$

به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

۱۵

$$P(A) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{11} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{11} = \frac{37}{88}$$

به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.

$$P(R) = P(A_1)P(R|A_1) + P(A_2)P(R|A_2) + P(A_3)P(R|A_3) + P(A_4)P(R|A_4)$$

۱۶

$$\Rightarrow P(R) = \frac{1}{4} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{4}{12} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{29}{60}$$

حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) + P(B_4)P(A|B_4)$$

۱۷

$$P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{14} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{6}{8} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{57}{112}$$

$$P(A) = P(G)P(A|G) + P(B)P(A|B)$$

۱۸

$$P(A) = \frac{3}{10} \times \frac{8}{13} + \frac{7}{10} \times \frac{9}{13} = \frac{87}{130}$$

$$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{11}{24}$$

۱۹

{۱} ۲۰

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

۲۱

$$P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{130}$$

حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.

$$P(A|B) \quad ۲۲$$

مستقل ۲۳

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{100} = \frac{11}{200}$$

۲۴

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

۲۵

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{11}{200}$$

نادرست ۲۶

الف)  $b = \pm 6$  (ص ۲۷)

۲۷

ب)  $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right\}$  (ص ۳۲)

$m = 14$  (ص ۶۶)

ب)  $\frac{2}{3}$

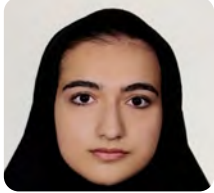
الف) ۲ ۲۸

ت) درست

پ) نادرست

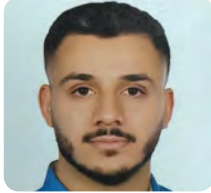
ب) نادرست

الف) درست ۲۹



مهديس رفيعی

اعضای مصنوعی و وسایل کمکی  
علوم پزشکی ایران



شایان جعفری

دندانپزشکی  
علوم پزشکی بندرعباس



نرگس مردانی

پرستاری  
علوم پزشکی ایران



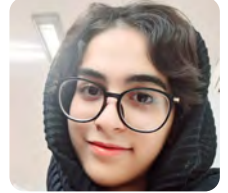
یاسینا نوروزی

پزشکی  
جندی شاپور



هانیه مصدق

پرستاری  
آزاد نیشابور



مهشید فاطمی

پزشکی  
علوم پزشکی کاشان



مبینا گودرزی

تکنولوژی اتاق عمل  
علوم پزشکی سبزوار



مائده نظری

تکنولوژی اتاق عمل  
علوم پزشکی گرگان



ابوالفضل حسینی ارسون

دندانپزشکی  
علوم پزشکی رشت



محمدحسین نظری

پزشکی  
علوم پزشکی همدان



زهرا حمدي

علوم آزمایشگاهی  
علوم پزشکی دزفول



ابراهیم هناره

دندانپزشکی  
علوم پزشکی ارومیه



هستی عباسلو

هوشبری  
علوم پزشکی رفسنجان



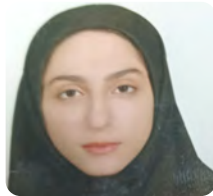
سارا مرادی

پرستاری  
دانشگاه آزاد واحد شهرکرد



شنتیا زمانی

دندانپزشکی  
علوم پزشکی شهید بهشتی



نگار دلاوری

پرستاری  
آزاد رشت



سحر درخشان

پزشکی  
آزاد نجف آباد



پریسا سادات موسوی

زیست شناسی سلولی و مولکولی  
دانشگاه تهران



سوغند تیموری

پزشکی  
علوم پزشکی کرمانشاه



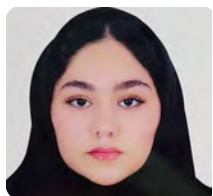
محدثه خان محمدی

تکنولوژی اتاق عمل  
علوم پزشکی زنجان



محمدصفا مارمائی

پزشکی  
علوم پزشکی گرگان



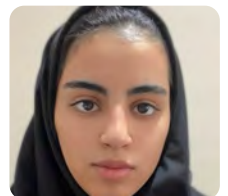
ملیکا ابراهیمی نژاد

دندانپزشکی  
آزاد بروجرد



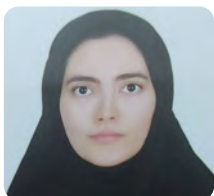
الینا بصیری

تکنولوژی اتاق عمل  
علوم پزشکی همدان



فاطمه حبیبی

پزشکی  
علوم پزشکی سمنان



فاطمه محمد رحیمی

پرستاری  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرند



زینب رنجبر

پرستاری  
آزاد اسلامی واحد ساری



بهار اسلامی

پزشکی  
علوم پزشکی رشت



محمدامین متین

پزشکی  
علوم پزشکی دزفول



فاطمه شریفی پیرکوهی

فیزیوتراپی  
دانشگاه علوم پزشکی جندی شاپور



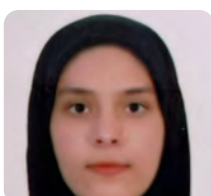
محمدفرحان کریمی

پرستاری  
علوم پزشکی بابل



نرگس کلیج

پزشکی  
علوم پزشکی سمنان



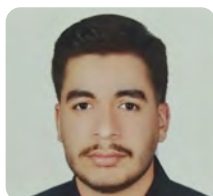
شایان جعفری

کار درمانی  
علوم توانبخشی و سلامت اجتماعی تهران



فاطمه میرزایی

پزشکی  
علوم پزشکی زنجان



محمدرضا اسپرانی

پزشکی  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد زاهدان



مینو رسولی

پزشکی  
علوم پزشکی شیراز



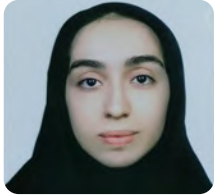
ساناز جعفری

علوم تغذیه  
علوم پزشکی اصفهان



فاطمه علی پناه

پزشکی  
علوم پزشکی مازندران



الهه غلامپور

پزشکی  
علوم پزشکی مازندران



عرشیا نادری

پزشکی  
آزاد اسلامی واحد نجف آباد



هانیه اعتمادی

پرستاری  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری



زهرا حمدی

پزشکی  
علوم پزشکی زنجان



سحر قنبری

داروسازی  
علوم پزشکی کرمان



سجاد قویدل

مهندسی صنایع  
دانشگاه صنعتی اصفهان



نرگس دهاقین

داروسازی  
علوم پزشکی همدان



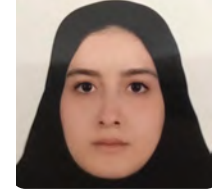
امیرعلی جهانشاهی

داروسازی  
علوم پزشکی مازندران



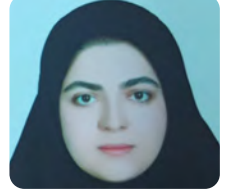
فاطمه رحمانی

دندانپزشکی  
علوم پزشکی زنجان



پارمیس یوسفی

پرستاری  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرند



فرناز اقایبی

پرستاری  
علوم پزشکی کاشان



محمد اکبری

مهندسی برق  
دانشگاه صنعتی اصفهان



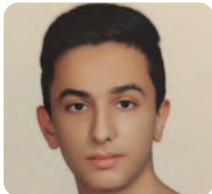
ثنا شریفی

آمار  
دانشگاه علامه طباطبایی تهران



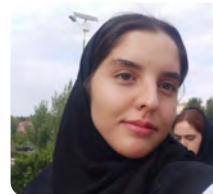
سوگند احمدی

مهندسی نفت  
دانشگاه شیراز



علی فتاح

مهندسی صنایع  
دانشگاه یزد



مهتاب سلیمی

ریاضیات و کاربرد ها  
دانشگاه الزهراء(س)



عرشیا شفیع زاده

مهندسی برق  
شهید باهنر کرمان



مهسا یاری

بیم سنجی  
دانشگاه شهید بهشتی تهران



محمد شیرزایی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه فردوسی مشهد



ماهان استرکی

مهندسی شیمی  
دانشگاه صنعت نفت آبادان



یاس سنجرانی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه کاشان



کوثر صحتی

مهندسی معماری  
دانشگاه خوارزمی تهران



حمید رضا بهزادی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه صنعتی شریف



مهلا الهی

مهندسی علم و مواد  
دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل



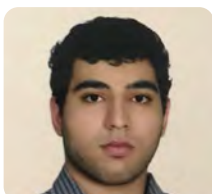
محمد هادی تاجیکی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه شهید رجایی



آرمن دارابی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه قم



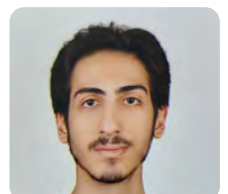
حامد لاوی

مهندسی شیمی  
صنعتی نوشیروانی بابل



مبینا مروتی

حسابداری  
دانشگاه تهران



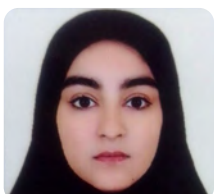
محمد حسن نوابی

مهندسی مکانیک  
دانشگاه بوعلی همدان



ساره کریمی

اقتصاد  
دانشگاه خوارزمی تهران



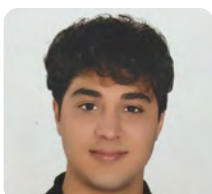
مبینا رودنی

حسابداری  
دانشگاه زاهدان



زینب میرزائی

حسابداری  
دانشگاه اراک



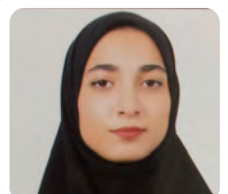
ایلید پورمهدی

سینما  
دانشگاه دامغان



فهیمه امیری مقدم

نوازندگی موسیقی جهانی  
دانشگاه تهران



نگار مشهدی

عکاسی  
دانشگاه سمنان