

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			

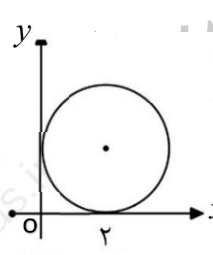
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (چهار عمل اصلی و بدون حافظه) مجاز است

سؤالات فصل اول

۱	الف) اگر در ماتریس A تعداد سطرها با تعداد ستونها برابر باشد، ماتریس A را مربعی می‌نامیم. (درست - نادرست) ب) $A = \begin{bmatrix} m & 2-m \\ 0 & n \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است. مقدار عددی n برابر می‌باشد. پ) دترمینان ماتریس مربعی A برابر ۲ می‌باشد. در این صورت مقدار $ A^{-1} $ برابر است. گزینه درست قسمت (ت) را در پاسخ برگ بنویسید. ت) مقدار عددی $a_{۲۳}$ در ماتریس $A = [i - j]_{۳ \times ۳}$ کدام است؟ ☐ ۱ ☐ -۱	۱
۲	با فرض $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس $A^{۴۹}$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۳	دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ را بر حسب ستون اول به دست آورید.	۱
۴	نشان دهید ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2A & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست.	۲
۵	$A = \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات یک دستگاه خطی هستند. دستگاه معادلات را تشکیل دهید و مقدار m را طوری تعیین کنید که دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد.	۱/۵

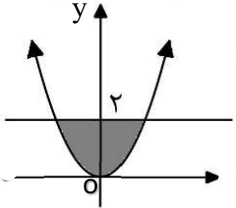
سؤالات فصل دوم

۶	الف) هرگاه دو خط d و l موازی باشند، از دوران d حول l سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح می‌نامیم. ب) نقطه دلخواه M در صفحه بیضی مفروض است. اگر مجموع فاصله‌های نقطه مورد نظر از دو کانون بیضی، بیشتر از اندازه قطر بزرگ بیضی باشد، آنگاه نقطه M در درون بیضی قرار دارد. (درست - نادرست)	۰/۵
۷	نقاط A و B و C در یک صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از نقاط A و B به یک فاصله بوده و از نقطه C به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد (در مورد تعداد جواب‌های ممکن بحث کنید).	۱/۵
۸	در شکل مقابل، دایره $C(M, R)$ بر محورهای مختصات مماس است. مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را بیابید و سپس معادله ضمنی دایره را بنویسید.	۱/۲۵
		
صفحه ۱ از ۲		

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
۹	وضعیت خط به معادله $X + Y = 4$ و دایره به معادله $X^2 + Y^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۰	در بیضی فاصله یک کانون از نزدیک ترین رأس برابر ۲ و اندازه قطر کوچک بیضی برابر ۸ است. مقدار خروج از مرکز بیضی را تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	سهمی به معادله $Y^2 = -2X - 4Y$ مفروض است. (الف) معادله متعارف (استاندارد) سهمی را بنویسید. (ب) مختصات رأس و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۲	نقطه دلخواه M روی سهمی مفروض است. ثابت کنید هر دایره به مرکز M که از کانون سهمی بگذرد، بر خط هادی سهمی مماس است.	۰/۷۵

سؤالات فصل سوم

۱۳	حاصل هر کدام از عبارات گروه A را از گروه B انتخاب کنید. (دو مورد از گروه B اضافی است)	۰/۵														
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td colspan="4">گروه B</td> <td></td> <td colspan="2">گروه A</td> </tr> <tr> <td>$\vec{i}$</td> <td>$\vec{k}$</td> <td>$\vec{j}$</td> <td>$\vec{0}$</td> <td></td> <td>(الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$</td> <td>(ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$</td> </tr> </table>			گروه B					گروه A		$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{0}$		(الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	(ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$
گروه B					گروه A											
$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{0}$		(الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	(ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$										
۱۴	برای موارد (الف) و (ب) پاسخ صحیح را از گزینه های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید. (الف) رابطه مربوط به قسمت رنگی کدام است؟  ☐ $x^2 \leq y \leq 2$ ☐ $2 \leq y \leq x^2$ (ب) شرط هم صفحه بودن برای هر سه بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ کدام است؟ ☐ $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{0}$ ☐ $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$	۰/۵														
۱۵	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 1)$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ مفروض اند. (الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. (ب) مختصات بردار عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را بیابید.	۲														
۱۶	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به اندازه های ۳ و ۴ با یکدیگر زاویه 30° می سازند. مساحت مثلثی که توسط دو بردار $(-\vec{a})$ و $(-\vec{b})$ ساخته می شود را محاسبه کنید.	۱/۵														
۱۷	برای هر دو بردار دلخواه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a} ^2 \vec{b} ^2$	۱/۵														
۲۰	جمع نمره	موفق باشید														
صفحه ۲ از ۲																

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) ۲ (۰/۲۵) ص ۱۲ پ) ۱ (۰/۲۵) ت) -۱ (۰/۲۵) ص ۱۱	۱
۲	ص ۲۰ $A^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I \quad (۰/۵)$ $(A^T)^{22} = (-I)^{22} \rightarrow A^{44} = I^{22} = I \quad (۰/۵) \rightarrow A^{44} = A^{44} \times A = I \times A = A \quad (۰/۵)$	۱/۵
۳	ص ۲۸ $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A = (-1) \times 2 \times \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times 0 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^3 \times (-3) \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = (-32) + 0 + 12 = (-20) \quad (۰/۲۵)$ همچنین در این سوال، اگر دانش آموز به صورت زیر پاسخ دهد، نیز نمره تعلق گیرد. $ A = (-1)^2 \times 2 \times (0 - 16) + (-1)^3 \times 0 \times (-1 + 8) + (-1)^4 \times (-3) \times (-4 - 0) \quad (۰/۲۵)$ $= (-32) + 0 + 12 = (-20) \quad (۰/۲۵)$	۱
۴	ص ۲۳ و ۳۰ $ A = 2A \times 1 - (0 \times 1) \rightarrow A = 2A \quad (۰/۵) \rightarrow A = 4 A \rightarrow A = 0 \quad (۰/۲۵)$ در نتیجه ماتریس A وارون پذیر نیست. (۰/۲۵)	۱
۵	روش اول: $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \quad (۰/۵) \Rightarrow \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \quad (۰/۵) \Rightarrow \begin{cases} 2m = 4 \Rightarrow m = 2 \quad (۰/۲۵) \\ 4m - 4 = 4 \Rightarrow m = 2 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ روش دوم: $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \quad (۰/۵) \Rightarrow \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{4} \quad (۰/۲۵) \\ m = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ ص ۲۶ و ۳۱ $m = 2$ قابل قبول است. (۰/۲۵)	۱/۵
۶	الف) استوانه ای (۰/۲۵) ص ۳۹ ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۴۷	۰/۵
۷	ص ۳۹ مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۲ cm باشند، دایره ای به مرکز نقطه C و شعاع ۲ cm است. (۰/۲۵) فصل مشترک دو مکان هندسی مورد نظر جواب مسأله است. (۰/۲۵) الف) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع کند، مسأله دو جواب دارد. (۰/۲۵) ب) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm مماس باشد، مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵) پ) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع نکند، مسأله فاقد جواب است. (۰/۲۵) در صورت بحث در حالت های ممکن به روش رسم شکل، به تناسب نمره تعلق گیرد.	۱/۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	روش اول: چون دایره بر محورهای مختصات مماس است، پس: $R=2$ (۰/۲۵) $M(2,2)$ (۰/۲۵) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ (۰/۵) $\rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ (۰/۲۵) روش دوم: $(2,2) = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) \rightarrow a = -4$ (۰/۲۵), $b = -4$ (۰/۲۵) $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} \rightarrow 2 = \frac{\sqrt{16 + 16 - 4c}}{2} \rightarrow c = 4$ (۴/۲۵) $\rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ (۰/۲۵) ص ۴۰ و ۴۱	۱/۲۵
۹	روش اول: فاصله مرکز دایره از خط مورد نظر $OH = \frac{ x_0 + y_0 - 4 }{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{ 0 + 0 - 4 }{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ (۰/۵) چون $OH > R$. بنابراین خط دایره را قطع نمی کند. (۰/۲۵) روش دوم: $x^2 + y^2 = 4 \rightarrow x^2 + (4-x)^2 = 4$ (۰/۵) $\rightarrow 2x^2 - 8x + 12 = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow \Delta = -32 < 0$ (۰/۲۵) معادله جواب ندارد. در نتیجه خط و دایره هیچ نقطه برخوردی ندارند. (۰/۲۵) ص ۴۵ و ۴۶	۱/۲۵
۱۰	روش اول: $a - c = 2$ (۰/۲۵) $a^2 - c^2 = b^2 \rightarrow a^2 - c^2 = 16 \rightarrow (a - c)(a + c) = 16 \rightarrow a + c = 8$ (۰/۵) $\begin{cases} a - c = 2 \\ a + c = 8 \end{cases} \rightarrow a = 5, c = 3$ (۰/۵) $\rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$ (۰/۲۵) روش دوم: $a - c = 2$ (۰/۲۵) $\begin{cases} a - c = 2 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \rightarrow a^2 - c^2 = 16$ (۰/۵) $\rightarrow a = 5, c = 3$ (۰/۵) $\rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$ (۰/۲۵) ص ۴۸ و ۴۹	۱/۵
۱۱	(الف) $y^2 = -2x - 4y \rightarrow y^2 + 4y + 4 = -2x + 4 \rightarrow (y+2)^2 = -2(x-2)$ (۰/۵) (ب) ص ۵۴ و ۵۸ $\begin{cases} A(2, -2) \\ 4a = 2 \rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases}$ (۰/۲۵) $x = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۲	از آنجایی که M نقطه ای روی سهمی است، در نتیجه فاصله M از کانون و خط هادی برابر است. (۰/۲۵) پس هر دایره که مرکز آن نقطه M بوده و از کانون بگذرد شعاعی برابر MF خواهد داشت. (۰/۲۵) و بنابراین فاصله M تا خط هادی برابر شعاع دایره است و دایره بر خط هادی مماس است. (۰/۲۵) ص ۵۸	۰/۷۵
۱۳	(الف) $\vec{k}$ (۰/۲۵) ص ۸۲ (ب) $\vec{i}$ (۰/۲۵) ص ۷۹	۰/۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	الف) $x^2 \leq y \leq 2$ (۰/۲۵) ص ۶۳ ب) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ (۰/۲۵) ص ۸۳ و ۸۴	۰/۵
۱۵	الف) ص ۷۳ و ۷۴ و ۷۸ ب) $\vec{a} - \vec{b} = (1, 0, 1)$ (۰/۲۵) $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} = \vec{a} - \vec{b} \vec{b} \cos \theta \rightarrow 1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ$ (۰/۷۵) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1\vec{i} + 1\vec{j} - \vec{k} = (1, 1, -1)$ (۰/۷۵) پاسخ نهایی به یکی از دو صورت $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ یا $(1, 1, -1)$ یا مضاربی (غیر صفر) از بردار حاصل مورد پذیرش است.	۲
۱۶	ص ۸۴ و ۸۱ و ۷۴ $S = \frac{1}{2} \left \begin{pmatrix} -2\vec{a} \\ -\vec{b} \end{pmatrix} \right \rightarrow S = \frac{1}{2} \times 2 \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b} $ (۰/۵) $S = \vec{a} \vec{b} \sin 30^\circ = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6$ (۰/۵)	۱/۵
۱۷	ص ۷۸ و ۸۱ $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \underbrace{ \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 \sin^2 \theta}_{(۰/۵)} + \underbrace{ \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 \cos^2 \theta}_{(۰/۵)} = \underbrace{ \vec{a} ^2 \vec{b} ^2}_{(۰/۵)} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = \underbrace{ \vec{a} ^2 \vec{b} ^2}_{(۰/۲۵)}$	۱/۵
همکاران گرامی، خدا قوت		
صفحه ۳ از ۳		
جمع نمره		۲۰